٤٨٣٠٦

۱۳۸۲ /۵/ ۲۰

دانشکده مهندسی عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی سازه

موضوع:

اثر ترک خوردگی در تحلیل سازه های بتن مسلح

دانشجو :

مهرشاد کتابدار

۷۹۷۲۸۲۰۹

استاد راهنما:

دکتر رضا عباس نیا

آبان ماه ۱۳۸۱

٤٨٣٠٦

چکیده

سازه های بتن مسلح در جا، سازه هایی یکپارچه با درجه نامعینی بالایی می باشند .جهت تحلیل آنها علاوه برارضای معادلات تعادل نیاز به ارضای روابط سازگاری نیز می باشد. در سازه های نامعین، سازگاری مستقیماً مرتبط با سختی اعضا می باشد. لذا عملاً نیروهای داخلی اعضا وتغییر مکان جانبی سازه تابعی از میزان سختی اعضای سازه می باشند .

از طرفی سختی خمشی خود تابعی از ممان اینرسی و مدول الاستیسیته می باشد.آیین نامه های طراحی (آبا و ACI) مدول الاستیسیته را در بتن معمولی ثابت فرض کرده و برای منظور نمودن اثرات ترک خوردگی در میزان ممان اینرسی اعضا و به تبع آن سختی سازه روشهایی را توصیه می کنند . در این مطالعه این روشها به همراه روش پیشنهادی دیگری مورد مطالعه و بررسی و ارزیابی دقیق قرار گرفته اند . بر مبنای نتایج بدست آمده ، جمع بندی ارائه شده است .

تقدیر نامه:

بر خود لازم می دانم از زحمات استاد راهنما جناب آقای دکتر عبـاس نیـا نـهایت تشکر و سپاس را به عمل آورم. بی شک بدون راهنماییهای ایشان این نوشتار بـا تمامی نواقصش به اتمام نمی رسید.

فهرست

چکیده	صفحه ۱
فصل اول: مقدمه	صفحه ۲
کلیات	صفحه ۲
مروری بر ادبیات	صفحه ۳
روشهای پیشنهاد شده در آیین نامه	صفحه ۸
فرضیات	صفحه ۱۰
هدف	صفحه ۱۱
فصل دوم :بررسی ترک خوردگی در سازه های بتن مسلح	صفحه ۱۲
انواع ترک های موجود در سازهای بتن مسلح	صفحه ۱۲
ترک خوردگی در خمیر بتن	صفحه ۱۲
ترک خوردگی در بتن سخت شده	صفحه ۱۳
روشهای بررسی و مطالعه ترک های ناشی از خمش	صفحه ۲۱
روش تحلیل تنش	صفحه ۲۱
روش مدل کردن ترک ها	صفحه ۲۲
مدلسازی ترک بصورت پراکنده	صفحه ۲۲
مدلسازی ترک بصورت مجزا	صفحه ۳۰
مدلسازی بر مبنای مکانیک شکست	صفحه ۳۲
جمع بندی روش های مدل کردن ترک	صفحه ۳۲
روش پیشنهاد شده در این مطالعه	صفحه ۳۳
جمع بندی فصل دوم	صفحه ۳۵
فصل سوم: محاسبه ممان اینرسی مقطع ترک خورده	صفحه ۳۶
فصل چهارم:مطالعات انجام شده	صفحه ۴۰
مشخصات هندسی، فولاد گذاری وبار گذاری مدلهای مورد مطالعه	صفحه ۴۱
تحلیل بارهای قائم	صفحه ۴۶
تحلیل بارهای جانبی	صفحه ۵۳

مقایسه روشهای توصیه شده در آیین نامه آبا و **ACI** با نتایج آزمایشگاهی صفحه ٦٠
پیشنهاد روش مناسب جهت تحلیل قابهای مهار بندی نشده بتن مسلح صفحه ٦١
فصل پنجم: جمع بندی و پیشنهادات صفحه ٦٣
جمع بندی صفحه ٦٣
پیشنهادات صفحه ٦٤
فصل ششم: مراجع صفحه ٦٦

فهرست شکلها

شکل۲ـ۱:مدل ترک مجزا صفحه ۲۳

شکل۲ـ۲:منحنی های نرم شوندگی بتن صفحه ۲۹

شکل۲ـ۳:ترک خوردگی یک جهته در مدل ترک خوردگی مجزا صفحه ۳۱

شکل۲ـ٤: ترک خوردگی دو جهته در مدل ترک خوردگی مجزا صفحه ۳۱

شکل۳ـ۱:شمای کلی یک مقطع ترک خورده صفحه ۳٦

شکل٤ـ۱:مدل۱ صفحه ٤۱

شکل٤ـ۲:مدل۲ صفحه ٤۲

شکل٤ـ۳:مدل۳ صفحه ٤۲

شکل٤ـ٤:مدل٤ صفحه ٤۳

شکل٤ـ٥:مدل٥ صفحه ٤٤

شکل٤ـ٦:مدل٦ صفحه ٤٥

شکل٤ـ۷:دیاگرام ممان برای مدل ۱ صفحه ٤٦

شکل٤ـ۸:مقایسه ممانهای پای ستون در قاب مدل۳ تحت بار جانبی صفحه ٥٦

شکل٤ـ۹:مقایسه تغییر مکان جانبی در قاب مدل۳ تحت بار جانبی صفحه ٥٦

شکل٤ـ۱۰: مقایسه ممانهای پای ستون در قاب مدل٥ تحت بار جانبی صفحه ٥۷

شکل٤ـ۱۱: مقایسه ممانهای پای ستون در قاب مدل٦ تحت بار جانبی صفحه ٥۸

شکل٤ـ۱۲: مقایسه تغییر مکان جانبی در قاب مدل٦ تحت بار جانبی صفحه ٥۹

شکل٤ـ۱۳:مدل۷ صحفه ٦۰

فهرست جدولها

جدول۱:نتایج تحلیل قاب مدل ۱ تحت بار ثقلی صفحه ۴۸

جدول۲:ممان اینرسی های ترک خورده و ممان اینرسیهای موثر
دراعضای قاب مدل ۲ صفحه ۴۹

جدول۳:نتایج تحلیل قاب مدل ۲ تحت بار ثقلی صفحه ۴۹

جدول۴: ممان اینرسی های ترک خورده و ممان اینرسیهای موثر
دراعضای قاب مدل ۳ صفحه ۵۰

جدول۵:ممان های ستونهای قاب مدل ۳ تحت بار ثقلی صفحه ۵۰

جدول۶:ممان های تیر های قاب مدل ۳ تحت بار ثقلی صفحه ۵۱

جدول۷: ممان اینرسی های ترک خورده و ممان اینرسیهای موثر
دراعضای قاب مدل ۴ صفحه ۵۱

جدول۸:ممان های تیر و ستون کناری قاب مدل ۴ تحت بارثقلی صفحه ۵۲

جدول۹:نتایج تحلیل بار جانبی قاب مدل۱ صفحه ۵۳

جدول۱۰:نتایج تحلیل بار جانبی قاب مدل۲ صفحه ۵۴

جدول۱۱:نتایج تحلیل بار جانبی قاب مدل۳ صفحه ۵۴

جدول۱۲:نتایج تحلیل بار جانبی قاب مدل۴ صفحه ۵۵

جدول۱۳:نتایج تحلیل بار جانبی قاب مدل۵ صفحه ۵۷

جدول۱۴:نتایج تحلیل بار جانبی قاب مدل۶ صفحه ۵۸

جدول۱۵:مقایسه تغییر مکان جانبی روشهای توصیه شده
با نتایج آزمایشگاهی در قاب مدل ۷ صفحه ۶۱

چکیده

سازه های بتن مسلح در جا، سازه هایی یکپارچه با درجه نامعینی بالایی می باشند .جهت تحلیل آنها علاوه برارضای معادلات تعادل نیاز به ارضای روابط سازگاری نیز می باشد. در سازه های نامعین، سازگاری مستقیماً مرتبط با سختی اعضا می باشد. لذا عملاً نیروهای داخلی اعضا وتغییر مکان جانبی سازه تابعی از میزان سختی اعضای سازه می باشند .

از طرفی سختی خمشی خود تابعی از ممان اینرسی و مدول الاستیسیته می باشد.آیین نامه های طراحی (آبا و ACI) مدول الاستیسیته را در بتن معمولی ثابت فرض کرده و برای منظور نمودن اثرات ترک خوردگی در میزان ممان اینرسی اعضا و به تبع آن سختی سازه روشهایی را توصیه می کنند . در این مطالعه این روشها به همراه روش پیشنهادی دیگری مورد مطالعه و بررسی و ارزیابی دقیق قرار گرفته اند . بر مبنای نتایج بدست آمده ، جمع بندی ارائه شده است .

فصل اول

مقدمه

۱-۱) کلیات:

سازه های بتن مسلح در جا سازه های یکپارچه با درجه نامعینی بالایی می باشند .جهت تحلیل آنها علاوه برارضای معادلات تعادل نیاز به ارضای روابط سازگاری نیز می باشد. در سازه های نا معین سازگاری مستقیماً مرتبط با سختی اعضای یک سازه است لذا عملاً نیروهای داخلی اعضا تابعی از میزان سختی اعضاء می باشند .

از آنجائیکه تغییر مکان جانبی و نیروهای داخلی اعضا وابسته به سختی اعضای سازه می باشند . لذا تعیین سختی از اهمیت بالایی برخوردار است . سختی خمشی خود تابعی از ممان اینرسی و مدول الاستیسیته می باشد . مدول الاستیسیته در بتن ثابت نبوده و تابعی از وجود کشش یا فشار ، عمر بتن و وجود ترک می باشد .آیین نامه های طراحی معمولاً برای اعضای بتن مسلح پیشنهاد می کنند مدول الاستیسیته بتن برابر با مدول الاستیسیته اولیه بتن فرض شود . بعنوان مثال آیین نامه **ACI [1]** و آبا**[2]** رابطه (۱) را برای محاسبه مدول الاستیسیته بتن پیشنهاد می کنند :

$$E_C = 15800.\sqrt{f_c} \qquad (1)$$

E_C = مدول الاستیسیته اولیه بتن برحسب kg/cm^2

f_c = مقاومت فشاری نمونه استوانه ای بتن برحسب kg/cm^2

مشابه مدول الاستیسیته ، ممان اینرسی نیز در یک عضو بتن مسلح ثابت نبوده و تابعی از مقدار فولاد و وجود ترک می باشد .در سازه های بتن مسلح بعلت ترک خوردن اعضاء، ممان اینرسی اعضاء ثابت نبوده و با افزایش میزان بار کاهش قابل ملاحظه ای در ممان اینرسی و به تبع آن در سختی رخ می دهد . بدین ترتیب می توان دریافت سختی تابعی از وجود/عدم وجود ، عرض وتعداد ترک می باشد . همچنین باید به این نکته توجه شود که در تیرهای بتن مسلح وجود ترک حتمی است ولی در ستونها محتمل می باشد . لذا چگونگی در نظر گرفتن سختی مشکل بزرگی در تحلیل سازه های بتن مسلح می باشد.آیین نامه های طراحی سازه های بتن مسلح **ACI [1]** ،آبا**[2]** در حال حاضر روشهایی برای تعیین سختی توصیه می نمایند که این روشها و تاریخچه آنها به تفصیل در بخشهای بعدی آورده شده است .

۱-۲) مروری بر ادبیات:

از سالیان گذشته بررسیهای فراوانی در باب اثر ترک خوردگی در تحلیل سازه های بتن مسلح صورت پذیرفته است . مطالعات صورت گرفته در این زمینه در سال ۱۹٦۷ دچار تحول چشمگیری شد.**Ngo,Scordelis [5]** یک تیر بتن آرمه را باروش مجزا (**Discrete**) مدل نمودند آنها جهت اتصال فولاد به بتن از یک عضو اتصالگر (**bond link**) استفاده نمودند . در این تحقیق جهت مدل کردن بتن از المانهای مثلثی کرنش ثابت بهره گرفته شد. این دو محقق توسط یک آنالیز الاستیک خطی تنش درفولاد و بتن و نیز تنش پیوستگی را ارزیابی نمودند و بدین ترتیب الگوی ترک خوردگی تیر بتن آرمه را پیش بینی نمودند . **Scordelis [6]** در سال ۱۹۷٤ از همین روش جهت بررسی و مطالعه اثر برش در تشکیل ترکهای قطری در تیرها استفاده نمود. در این مطالعه اثرات خاموت ها ،قفل و بست سنگدانه ها ، برش اصطکاکی و شکافهای افقی ایجاد شده در طول میلگردهای تقویتی در نزدیکی تکیه گاهها نیز مورد توجه واقع شده اند.

از حدود اوایل دهه ۷۰ میلادی محققان گوناگونی مبادرت به مدل کردن ترک ها (به روشهای گوناگون) جهت مطالعه رفتارغیر خطی اعضای بتن مسلح نمودند. **Nilson [7]** با بکارگیری خصوصیات غیر خطی بتن و فولاد یک روش بارگذاری افزایشی را جهت تحلیل غیر خطی سازه های بتن مسلح معرفی نمود . در این روش چهار المان مثلثی کرنش ثابت با یکدیگر ترکیب شده و یک المان چهار وجهی جهت تحلیل به دست آمده است . در این روش بعد از آنکه تنش در المان به مقاومت کششی بتن می رسد تحلیل متوقف شده، سازه ترک خورده مجدداً تعریف می شود. سپس روند بارگذاری افزایشی در تحلیل اولیه ادامه پیدا می کند . مطابق این روش اعضای کششی بتن مسلح ، مورد تحلیل قرار گرفته و با نتایج آزمایشگاهی صورت گرفته ، مقایسه شده اند .

در سال **Franklin [8]** یک روش توسعه یافته ای جهت مطالعه غیر خطی سازه های بتن مسلح ترک خورده ارائه نمود .**Franklin** قابهای بتن مسلح مهار نشده را توسط المانهای تنش مسطح چهار وجهی و اتصالگرهای دو بعدی و اتصالگرهای زنجیری مدل نمود.

جهت بررسی رفتار غیر خطی و مطالعه ترک خوردگی از یک روش بار گذاری افزایشی در مطالعه **Franklin** استفاده شده است

تحقیقات گسترده دیگری نیز توسط :**Deipoli-cedolin [10] Nam- salmon [9]**

Colville –abbasi [12]و **Vallipan,doolan[11]**در زمینه آنالیز غیر خطی تیرهای بتن مسلح با بکارگیری انواع مدلهای ترک صورت گرفته است .

در زمینه آنالیز غیر خطی تیرهای بتن مسلح با بکارگیری انواع مدلهای ترک صورت گرفته است .

در سال ۱۹۷۲ نیز **Nayak,Zienkiewicz [13]** با توجه به ترک خوردگی کششی و رفتار الاستوپلاستیک بتن ، مطالعاتی در زمینه تنشهای دو بعدی صورت دادند.در سال ۱۹۷۰، **Cervenka [14]** تیرهای لبه و دیوارهای برشی را با بکار گیری روش تنش اولیه مورد مطالعه قرار داد .بر این اساس **Cervenka [14]** ارتباط میان تنش و کرنش را برای مصالح مرکب فولادی بتنی در خلال مراحل (ترک خوردگی، ترک نخوردگی، پلاستیک) ارائه نمود.

جهت تحلیل غیر خطی (هندسی و مصالح) تیرهای بتن مسلح **Rajagopal[15]** از المان مسطح مستطیلی با سختی خمشی- محوری استفاده نمود.

مطالعاتی مشابه بر روی تیرها و دالها توسط:**Pantazopoulou-Bergmann[22]** و **Lin-Scordelis,[17]Bashur-Drawin,[18]Rots,[19]Adegh_collins,[21]Cervenka [16]** **Barzegar,schnobrich,[23] Kwak [20]** صورت گرفته است.

selna)[23] تیرها و قابها را توسط المانهای یک بعدی مورد بررسی قرار داد. در مطالعات او ترک خوردگی و تغییر خصوصیات مصالح بعنوان تابعی از بار وزمان مورد توجه قرار گرفته بود . بررسی اثرات آتش سوزی و اثرات خزش و جمع شدگی در طول یک دوره زمانی در مدلهای اجزای محدود برای تیرهای بتن مسلح و قابهای بتن مسلح توسط **Becker- Bresler[24]** صورت گرفته است .

در تحلیل اجزای محدود برای یک جسم جامد متقارن تحت بار متقارن می توان از آنالیز دو بعدی استفاده کرد. بر این اساس **Bresler- Bertero[25]** یک مدل متقارن مرکزی را جهت مطالعه توزیع تنش در یک نمونه استوانه ای بتن که توسط میلگرد مسلح شده بود بکار گرفتند . در این مطالعه بارهای کششی در انتهای میلگردها اعمال شد.

در ادامه این تحقیق Rashidبا بکار گیری مدل پراکنده (Smeared)پاسخهای یک سازه پیش تنیده متقارن مرکزی را بررسی نمود. وی در مطالعات خود به اثر ترک خوردگی ، حرارت، خزش و تاریخچه بارگذاری توجه نمود . روش معرفی شده توسط Rashid[26] امروزه بعنوان مهمترین روش تحلیل سازه های بتن مسلح ترک خورده بشمار می رود. برای بدست آوردن پاسخ عمومی سازه این مدل رفتار ترک را به خوبی پیش بینی می کند. ضمناً زمان تحلیل مدل پراکنده نسبت به مدل مجزا توسط کامپیوتر به مراتب کمتر است . جهت برطرف نمودن محدودیتهای مدل پراکنده محققین زیادی در ۳۵ سال اخیر فعالیت نمودند که از این جمله می توان به کارهای Meyer-Okamura [27]اشاره نمود .

Gilbert-Warner [28]مدل پراکنده را درتحلیل دالهای بتن مسلح بکار بردند. این دو محقق مشاهد نمودند که اندازه مش بندی و نرم شوندگی کششی بتن به شدت بر روی نتایج حاصله اثر می گذارد . بدین ترتیب ،-Bazant[29] cedolin,[22]Kwak,[30]Bazant,Oh اثرات اندازه مش بندی را در مدلهای اجزاء محدود وLeibengood[31],Barzegar-schnobrich [20]اثرات نرم شوندگی کششی بتن را در صحت نتایج مدل پراکنده مورد مطالعه و ارزیابی قرار دادند . به منظور ارزیابی بهتر از اثرات نرم شوندگی کششی بتن میان ترکها ، برخی محققین بطور مصنوعی سختی فولاد مسلح کننده بتن را افزایش دادند(Gilbert-Warner [28]) محققین دیگری نظیر: Lin-Scordelis,[32]Vebo Ghali,[20]Barzegar, schnobrich [16] Abdel Rahman-Hinton [33] جهت بررسی اثر نرم شوندگی کششی بتن میان ترکها ، منحنی تنش کرنش کششی بتن که حاوی شاخه نزولی پس از نقطه اوج می باشد را بهبود بخشیدند .

در زمینه مدل ترک پراکنده دو ارائه متفاوت وجود دارد .برخی محققین از مدل ترک ثابت و برخی دیگر از مدل ترک چرخشی بهره گرفته اند.

در مدل ترک ثابت ، ترک عمود بر جهت تنش کشش ماکزیمم رخ می دهد . در این هنگام تنش کششی از میزان مقاومت گسیختگی بتن تجاوز نموده است . به دلیل سادگی این روش ، مطالعات فراوانی بر روی سازه های بتن مسلح با این روش صورت گرفته است. (Hand,[16]lin-Scordelis [34])

گرچه مطالعات بعدی نشان داد که مشکلات عددی در این روش وجود دارد که ناشی از یگانه بودن ماتریس سختی مصالح است . نتایج حاصله از این مدل اجزاء محدودی با نتایج آزمایشگاهی نیز اغلب تفاوت چشمگیری دارد. [35] Jain-Kennedy

با معرفی مدول برش ترک خورده می توان مشکلات عددی مدل ترک ثابت را حل نمود و بدین ترتیب بهبود قابل ملاحظه ای در نحوه پیش بینی الگوی ترک خوردگی ایجاد نمود . تحقیقات vebo Ghali[32]و barzegar schnobrich[20]نشان می دهد که نتایج، حساسیت زیادی به میزان مدول برشی ترک خورده ندارند . تنها با بکارگیری یک مقدار بیش از صفر برای مدول برشی ترک خورده می توان یگانگی ماتریس سختی مصالح را حذف نمود و بدین ترتیب مانع از ایجاد ناپایداری عددی شد. Murray-Balakrishnan[36] و نیز cervenka [14]در تحلیل های خود از مدل ترک ثابت با استفاده از مقادیر گوناکونی از مدول برشی ترک خورده استفاده نمودند. De Borst- Nauta [37]روشی را که مبتنی بر تجزیه نرخ کرنش عمومی به نرخ کرنش بتن و نرخ کرنش ترک می باشد را ارائه نمودند. (جزئیات این روش در فصل دوم بحث خواهد شد.) در این روش نیز بایستی مدول برشی ترک خورده بتن جهت تحلیل به کار رود .

مدل ترک چرخشی توسط Cope [38]پیشنهاد گردید . در این مدل ، مسیر ترک در بارگذاریهای بعدی ثابت نمی ماند . مطالعات vecchio-Collins [39]نشان می دهد که جهت ترک و به تبع آن پاسخ سازه در خلال مدت اعمال بار تغییر می نماید . در مدل ترک چرخشی نیز مسیر ترک عمود بر مسیر کرنش کششی اصلی باقی خواهد ماند و بدین ترتیب هیچگونه کرنش برشی در سطح ترک رخ نمی دهد. لذا نیازی به تعریف مدول برشی ترک خورده نمی باشد و از معایب این روش مشکلات هماهنگ نمودن این روش با نتایج شکست آزمایشگاهی می باشد .این روش در بررسی رفتار عمومی سازه های بتن مسلح بهتر از مطالعه اثرات محلی در مجاورت ترک عملکرده است ([40]Gupta-Akbar,[18]Adegh-Collins .

برای بررسی لغزش میان فولاد مسلح کننده و بتن دو روش در ادبیات مطرح شده است:

۱- به کارگیری عضو اتصالگر bond link که توسط Ngo,Scordelis [5]در سال ۱۹۶۷ پیشنهاد شد. این المان یک نقطه از بتن مدل اجزا محدودی را به یک نقطه از المان فولادی مجاور متصل می نماید. این عضو اتصالگر بدون بعد بوده و تنها به جهت اینکه دونقطه متصل را هم مختصات کند، به کار می رود .

۲-روش دیگر به گارگیری المان ناحیه پیوسته (bond-Zone) می باشد که توسط Groot [41]در سال ۱۹۸۱ معرفی شد . المان اتصالی یک اتصال پیوسته میان فولاد و بتن ایجاد می نماید . Mehlhorn- Kenuser [42]روش ساده تر ولی مشابه روش bond-Zone ارائه کرده اند . این دو محقق نشان دادند که المان bond-link مشابه bond-Zone نمی تواند پیوستگی سطح مشترک بتن و فولاد را مدل نماید .

بدلیل درگیری پارامترهای گوناگون در اثر bond-slip و با توجه به پیچیدگیهای موجود در مطالعه این اثر ،بیشتر مدلهای اجزای محدودی در بررسی سازه های بتن مسلح از این اثر صرف نظر می کنند و بسیاری از محققین معتقدند این اثر در مدل نرم شوندگی کششی به خودی خود منظور می گردد .

با توجه به دانش کمی که در ارتباط با رفتار بتن تحت تنشهای سه محوره وجود دارد مدلهای اجزاء محدودی سه بعدی کمتر در تحقیقات به کار می روند. Schnobrich-Suidan [43]اولین کسانی بودند که تیر بتن مسلح را توسط ۲۰ نقطه گرهی بصورت سه بعدی و توسط روش اجزا محدود ایزوپارامتریک مدل نمودند. بتن در این بررسی بصورت الاستوپلاستیک و با معیار گسیختگی فون میزس مدل شده بود .

در اوایل دهه ۸۰ میلادی ، روش تئوری مکانیک شکست در بررسی مساله ترک خوردگی در بتن مسلح مطرح گشت . در این زمینه می توان به کارهای Zdenek- Bazant [44]C.Stolz[45] اشاره نمود . در زمینه بررسی ترک ومکانیک شکست کتاب Cracking and damage [46] در سال ۱۹۸۸ توسط Z.P.Bazant و J.Mazars منتشر شد . این کتاب حاوی مقالات بیشماری در زمینه انواع ترک، روشهای بررسی ترک ، مدلهای ارائه شده برای ترک و بررسی پایداری سازه های ترک خورده می باشد .

در سالهای اخیر نیز این موضوع از موضوعات مورد علاقه محققین بوده و مطالعات زیادی در این زمینه همچنان صورت می گیرد . ازجمله می توان به کارهای Minho Kwon-Enrico Spacola [47]برای مدلسازی قابهای سه بعدی و تعیین میزان ترک خوردگی در ستونها اشاره نمود. این دو محقق نتایج تئوریکی را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کرده و خطاهای ناچیزی در محاسبات خود مشاهد نمودند . Arafa,Mehlhorn [48]در سال ۲۰۰۱ میلادی مدلهای پیشرفته ای از ترک خوردگی بصورت مجزا جهت تحلیل غیر خطی سازه های بتن مسلح ارائه کردند . از آنجائیکه ترک خوردگی بر میزان سختی و بار پایداری سازه تاثیر می گذارد برخی محققین نظیر Yang, Mu, Chen [49]نیز تحقیقاتی در زمینه پایداری قابهای بتن مسلح ترک خورده