

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
مَنْ مَرَّ بِهَذَا
مَسْجِدٍ مِنْ مَسَاجِدِ
الْحَقِيقَةِ
فَلْيَرْوِ عَنْهُ
وَأَنْ يَسْأَلِ
عَنْهُ
فَإِنَّهُ
يَكْتُمُ
عَنْهُ
أَسْمَاءَ
أَوْلِيَاءِ
الْحَقِيقَةِ
وَأَسْمَاءَ
أَوْلِيَاءِ
الْبَدِيَّةِ
وَأَسْمَاءَ
أَوْلِيَاءِ
الْمَدِينَةِ
وَأَسْمَاءَ
أَوْلِيَاءِ
الْبَيْتِ
وَأَسْمَاءَ
أَوْلِيَاءِ
الْحَقِيقَةِ
وَأَسْمَاءَ
أَوْلِيَاءِ
الْبَدِيَّةِ
وَأَسْمَاءَ
أَوْلِيَاءِ
الْمَدِينَةِ
وَأَسْمَاءَ
أَوْلِيَاءِ
الْبَيْتِ



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مکانیک

تحلیل ارتعاشات مجموعه پره و دیسک تحت تاثیر نامیزانی (Mistuned)

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک

طراحی کاربردی

محمد رحیمی لنجی

اساتید راهنما

دکتر سعید ضیایی راد



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد رشته طراحی کاربردی آقای محمد رحیمی لنجی

تحت عنوان

تحلیل ارتعاشات مجموعه پره و دیسک تحت تاثیر نامیزانی (Mistuned)

در تاریخ ۱۳۸۷/۷/۲۰ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت.

دکتر سعید ضیایی راد

۱- استاد راهنمای پایان نامه

دکتر احمد رضا پیشه‌ور

۲- استاد مشاور پایان نامه

دکتر حسن نحوی

۳- استاد داور

دکتر مصطفی غیور

۴- استاد داور

دکتر مهدی کشمیری

سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده

مشکر و قدردانی

در ابتدا، بر خود لازم می‌دانم، از آقای دکتر ضیائی راد به عنوان استاد راهنمای خود، نهایت تشکر و قدردانی را به عمل آورم. مطمئناً بدون کمک‌های بی‌دریغ ایشان بنده هرگز قادر به انجام این پروژه نبودم.

پس، از آقای دکتر پیشه‌ور، به عنوان استاد مشاور و آقایان دکتر غفور و دکتر نحوی به عنوان اساتید داور، نهایت تشکر و سپاس را دارم.

پس، از خانواده عزیزم، خصوصاً پدر و مادرم به خاطر دلگرمی‌ها و تشویق‌هایشان و دیگر عزیزانی که در انجام این پروژه سهمی داشتند بسیار سپاس‌گذارم.

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات
و نو آوریهای ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه
متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است.

تقدیم به

پدر و مادرم

فهرست مطالب

چکیده	۱
فصل اول: مقدمه	۲
۱-۱ مقدمه	۲
۲-۱ معرفی سیستم پره و دیسک و کاربردهای آن	۳
۳-۱ معرفی پدیده نامیزانی های کوچک در سیستم پره و دیسک	۴
۴-۱ اهمیت تحلیل دینامیکی سیستم پره و دیسک	۵
۵-۱ تاریخچه مطالعات	۶
۵-۱-۱ تحلیل ارتعاشات توربوماشین ها بدون تقابل سیال و جامد	۶
۵-۱-۲ تحلیل ارتعاشات توربوماشین ها با تقابل سیال و جامد	۱۳
۶-۱ اهداف دنبال شده در این پایان نامه	۱۵
فصل دوم: پاسخ اجباری سیستم نامیزان پره و دیسک با استفاده از مدل های متمرکز	۱۷
۱-۲ مقدمه	۱۷
۲-۲ تحلیل پاسخ اجباری سیستم پره و دیسک نامیزان	۱۹
۳-۲ روش بهینه سازی	۲۱
۳-۲-۱ خلاصه ای بر الگوریتم ژنتیک	۲۱
۳-۲-۲ تحلیل و فرمولاسیون بدترین پاسخ	۲۵
۴-۲ روش های ارائه شده برای کاهش بدترین پاسخ	۲۵
۴-۲-۱ روش القاء عمدی نامیزانی در سیستم پره و دیسک	۲۶
۴-۲-۲ تغییر آرایش برای سیستم پره و دیسک	۲۷
۵-۲ مدل های متمرکز سیستم پره و دیسک و نتایج عددی	۲۸
۵-۲-۱ مدل متمرکز با یک درجه آزادی در هر پره	۲۸
۵-۲-۲ نتایج عددی برای اولین مدل	۳۰
۵-۲-۳ مدل متمرکز با دو درجه آزادی در هر پره	۳۸
۵-۲-۴ نتایج عددی برای مدل دوم	۳۹
فصل سوم: مدل سازی و تحلیل آزاد و اجباری سیستم پره و دیسک با استفاده از روش اجزاء محدود	۴۹
۱-۳ مقدمه	۴۹
۲-۳ فرمولاسیون المان سه بعدی شش وجهی ایزوپارامتریک	۵۰
۲-۳-۱ ماتریس سختی المان	۵۰
۲-۳-۲ ماتریس جرم المان	۵۴
۳-۳ نتایج عددی	۵۴
۳-۳-۱ معرفی مدل	۵۵

۵۶ ۲-۳-۳ المان بندی
۵۶ ۳-۳-۳ تحلیل ارتعاشات آزاد سیستم میزان
۵۹ ۴-۳-۳ تحلیل اجباری سیستم پره و دیسک
فصل چهارم: روش جدید برای کاهش مرتبه سیستم دیسک و پره در حالت نامیزانی با استفاده از	
۶۴ اصل ترکیب مودهای تشکیل دهنده
۶۶ ۱-۴ مقدمه
۶۶ ۲-۴ فرمولاسیون کاهش مرتبه سیستم نامیزان در حالت کلی
۶۹ ۳-۴ نامیزانی های کوچک با استفاده از روش تقریبی
 ۴-۴ استفاده از روش کریگ بامپتون (CB) در ترکیب مودهای تشکیل دهنده برای سیستم پره و دیسک
۷۰ در حالت نامیزان
۷۱ ۱-۴-۴ فرمولاسیون کلی
۷۳ ۲-۴-۴ ترکیب نهایی مدل با استفاده از روش ترکیب مودهای تشکیل دهنده
۷۳ ۳-۴-۴ اعمال مقادیر نامیزانی بروی سیستم نهایی پره و دیسک
۷۴ ۵-۴ نتایج عددی
۷۴ ۱-۵-۴ نتایج عددی برای سیستم میزان
۷۷ ۲-۵-۴ نتایج عددی برای سیستم نامیزان، نامیزانی بزرگ
۸۲ ۳-۵-۴ نتایج عددی برای سیستم نامیزان، نامیزانی کوچک
۸۵ فصل پنجم: تاثیر نامیزانی بر سیستم های غیرخطی دارای تقارن دایره ای (مانند پره و دیسک)
۸۵ ۱-۵ مقدمه
۸۶ ۲-۵ ارائه مدل غیر خطی
۸۷ ۳-۵ فرمولاسیون مسئله
۸۸ ۴-۵ حل مسئله به روش مقیاس چندگانه
۹۱ ۵-۵ نتایج عددی
۹۲ ۱-۵-۵ نتایج عددی برای یک درجه آزادی
۹۴ ۲-۵-۵ نتایج عددی برای سیستم سه درجه آزادی
۹۷ فصل ششم: تحلیل آیرودینامیکی اجزای مرزی با استفاده از روش اجزای مرزی
۹۷ ۱-۶ مقدمه
۹۸ ۲-۶ استفاده از روش آیرودینامیکی اجزای مرزی
۹۸ ۱-۲-۶ مقدمه ای بر روش پنل
۹۸ ۲-۲-۶ معادلات ریاضی حاکم در روش پنل
۹۹ ۳-۲-۶ استفاده از چاه / چشمه
۱۰۰ ۴-۲-۶ استفاده از ورتکس

۱۰۱.....	۵-۲-۶ تغییر فیزیکی ۷.....
۱۰۲.....	۶-۲-۶ اعمال شرط کوتاه.....
۱۰۲.....	۷-۲-۶ روش حل عددی معادلات پنل.....
۱۰۵.....	۳-۶ مدل دینامیکی برای سیستم پره و دیسک.....
۱۰۶.....	۴-۶ مدل آیرودالاستیسیته.....
۱۰۷.....	۵-۶ نتایج عددی.....
۱۰۷.....	۱-۵-۶ سرعت واگرایی (ناپایداری استاتیکی و ناپایداری دینامیکی) برای تک پره.....
۱۱۲.....	۲-۵-۶ نتایج برای مجموعه پره‌ها تحت تاثیر نامیزانی کوچک.....
۱۱۵.....	فصل هفتم: نتیجه گیری و پیشنهادات.....
۱۱۵.....	۱-۷ نتایج کلی پایان نامه.....
۱۱۸.....	۲-۷ پیشنهادات.....
۱۱۹.....	مراجع.....

چکیده

نامیزانی در سیستم پره و دیسک، پدیده‌ای بسیار خطرناک و غیر قابل اجتناب است که در اثر از بین رفتن تقارن دایره‌ای در سیستم در اثر پارامترهایی همچون تولرانس‌های ساخت و استهلاک ایجاد می‌شود. در اثر این نامیزانی‌ها در سیستم تقارن دایره‌ای پدیده‌هایی همچون جداسازی مودها، محلی‌سازی مودها، و تفاوت‌های بسیار آشکار بین پاسخ سیستم میزان و نامیزان پدیدار می‌شود. در این پایان‌نامه ابتدا مفاهیم کلی مسئله برای درک تاثیرات نامیزانی بر ارتعاشات سیستم پره و دیسک برای مدل‌های ساده‌تر و متمرکز بیان شده‌است. برای این هدف، مفهوم بدترین الگوی نامیزانی به عنوان یک مسئله بهینه‌سازی فرموله شده و نتایج آن در مدل‌های پیچیده بکاررفته‌است. همچنین مفاهیم نامیزانی عمده برای کاهش حساسیت سیستم به نامیزانی به عنوان روش کاهش بدترین پاسخ مطرح شده‌است. تغییر آرایش چیدمان پره‌ها در سیستم، به شکل یک مسئله بهینه‌سازی به عنوان روش دیگر برای کاهش بدترین پاسخ ارائه شده‌است. در ادامه توانایی این روش‌ها برای حل یک مدل متمرکز نشان داده شده‌است و کلیه مسائل بهینه‌سازی با الگوریتم ژنتیک و روش بهینه‌سازی دو مرحله‌ای حل شده‌است. در ادامه نحوه فرمولاسیون مدل دینامیکی پره و دیسک واقعی و سه‌بعدی با استفاده از روش اجزاء محدود و برای المان ۸گره‌ای، شش وجهی و ایزوپارامتریک بیان شده‌است. سپس برای یک مدل سه‌بعدی پاسخ اجباری و آزاد سیستم بررسی شده‌است و خواص سیستم‌های دارای تقارن دایره‌ای بیان شده‌است. در ادامه برای تحلیل دینامیکی سیستم پره و دیسک تحت تاثیر نامیزانی روش‌های کاهش مرتبه سیستم‌های بزرگ دینامیکی بکار گرفته شده و برای کاهش سیستم پره و دیسک از طریق ترکیب مودهای تشکیل دهنده با نامیزانی‌های بزرگ و کوچک روش جدیدی ارائه شده‌است. سپس روش نامیزانی‌های بزرگ برای تحلیل دینامیکی سیستم پره و دیسک با پره معیوب بکار رفته و روش نامیزانی کوچک برای تحلیل دینامیکی سیستم پره و دیسک با وجود اختلالات کوچک مدول الاستیسیته هر پره در مقابل دیگر پره‌ها بکار گرفته شده‌است. سپس نتایج آن برای یافتن پاسخ اجباری تحت تحریک هارمونیک با روش‌های ارائه شده در مطالعات قبلی (کریگ بامپتون) مقایسه شده‌است. در ادامه تاثیرات نامیزانی در سیستم‌های ساده‌شده غیرخطی بررسی شده و از روش مقیاس چندگانه و اختلالات کوچک برای تحلیل ارتعاشات اجباری و پاسخ حالت دائم سیستم غیرخطی استفاده شده‌است. در پایان تاثیرات بد نامیزانی بر پاسخ آیروالاستیسیته سیستم پره و دیسک بررسی شده‌است. به این ترتیب سرعت واگرایی و فلاتر برای سیستم میزان و نامیزان و همچنین پاسخ این سیستم‌ها باهم مقایسه شده‌است. برای این هدف از یک مدل متمرکز دینامیکی و روش اجزای مرزی برای مدل آیرودینامیکی استفاده شده‌است.

فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

در این فصل به مطالعات انجام شده بروی توربوماشین‌ها^۱ پرداخته می‌شود که اکثر آن‌ها مربوط به تحلیل سیستم پره و دیسک همراه با نامیزانی در پره‌ها می‌باشد. در بسیاری از تحلیل‌های مهندسی نتایج و تاثیرات ناشی از تغییرات بسیار کوچک پارامترها که عمدتاً ناشی از پارامترهای ساخت هستند، نادیده گرفته می‌شوند. در صورتی که در عمل تولید قطعات با تolerانس صفر غیر ممکن خواهد بود. با این وجود در بسیاری از موارد این تغییرات کوچک و ناخواسته بین اجزایی که در حالت ایده‌آل یکسان هستند تاثیرات قابل توجهی نخواهد داشت. اما برای سیستم‌هایی که به صورت تقارن دایره‌ای^۲ می‌باشند، مانند سیستم پره و دیسک در توربوماشین‌ها، این پدیده می‌تواند تاثیر مؤثری بر پاسخ ارتعاشات سیستم داشته باشد. این پدیده تحت عنوان نامیزانی در سیستم پره و دیسک^۳ نام دارد و معمولاً هنگامی اتفاق می‌افتد که در اثر وجود تolerانس‌های ساخت، بین پره‌ها تفاوت‌های فیزیکی و هندسی پدید می‌آید. در نتیجه، این نامیزانی‌های کوچک می‌تواند پاسخ ارتعاشات سیستم را در حد زیادی تغییر دهد و پره‌ای که در این حالت بیشترین دامنه پاسخ را متحمل می‌شود بدترین پره^۴ نام دارد.

هدف اصلی این فصل معرفی مسئله و کاربردهای آن می‌باشد. سپس عوامل پدیدآورنده این پدیده بحث خواهد شد. در ادامه تاریخچه کامل مطالعات انجام شده در این زمینه آورده شده است. و در پایان هدف از انجام این پروژه و نوآوری‌های بدست آمده بیان شده است.

¹ Turbomachines
² Cyclic Symmetric Systems
³ Mistuning in Bladed Disk System
⁴ Worst Blade

۲-۱- معرفی سیستم پره و دیسک و کاربردهای آن

همانطور که در شکل (۱-۱) قابل ملاحظه است قسمتی از سیستم پره و دیسک نشان داده شده است که در واقع یکی از اصلی ترین اجزای یک توربین گازی است. این سیستم در کلیه توربوماشین ها از جمله توربین ها و کمپرسورهای بخار و گاز در نیروگاه ها، به عنوان اصلی ترین سازه محسوب می شود. همچنین در موتور جت، هواپیما، کشتی و کلیه تجهیزات مشابه کاربرد دارند. بطور کلی توربوماشین ها از سه قسمت عمده تشکیل شده اند: روتور، دیسک و پره ها، که در توربین های گازی هر سه قسمت بطور مجزا ساخته می شوند ولی در توربین های بخار اصولاً روتور و دیسک به شکل سرهم ساخته می شود. پره ها بوسیله شیارهای موجود در دیسک و خان های موجود در ریشه پره مانند شکل (۱-۲) در دیسک ثابت می شوند و در اثر نیروی گریز از مرکز ناشی از حرکت توربین لقی آنها گرفته می شود.



شکل (۱-۱) - سیستم پره و دیسک در یک توربین گازی.



شکل (۱-۲) - نمایشی از چگونگی اتصال پره و دیسک.

حساسیت بسیار بالا و وجود پاسخ دینامیکی شدید در سرعت‌های بالا، حرارت و فشار بسیار بالا در اثر احتراق، نیروهای تقویت شده آیرودینامیکی ناشی از حرکت موتور و عکس‌العمل ناشی از پره‌های ثابت، عواملی هستند که ساخت پره‌ها را با دقت بسیار بالا و با استفاده از بهترین مواد ضروری ساخته است. شمش‌های فلزی بکاررفته در بعضی از پره‌ها آنقدر حساس است که ساخت آن در انحصار فقط یک کارخانه در جهان است. با این وجود یکسان فرض کردن این پره‌ها فقط یک فرض ایده‌آل و غیر ممکن است که در واقع موضوع اصلی ما در این پروژه است.

۱-۳- معرفی پدیده Mistuning (نامیزانی‌های کوچک) در سیستم پره و دیسک

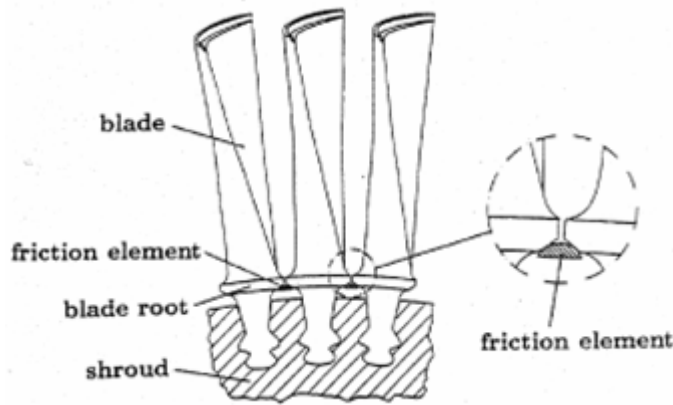
سیستم پره و دیسک مسلماً در حالت واقعی شرایط تقارن دایره‌ای را دقیقاً ندارند و از آنجایی که این تفاوت‌های کوچک بین پره‌ها می‌تواند تأثیرات بسیار زیادی بروی پاسخ ارتعاشات سیستم بگذارد از این پدیده نمی‌توان در تحلیل دینامیکی این پره‌ها صرف نظر کرد.

در اثر این پدیده معمولاً یکی از پره‌ها در شرایط بدتری نسبت به دیگر پره‌ها قرار دارد. در حقیقت در این پره دامنه پاسخ دینامیکی سر پره نسبت به نقطه مشابه بقیه پره‌ها به مراتب بیشتر است. در مطالعات قبلی این پره به بدترین پره معروف شده است. در صورتی که در حالت ایده‌آل همه پره‌ها دارای دامنه پاسخ مساوی هستند.

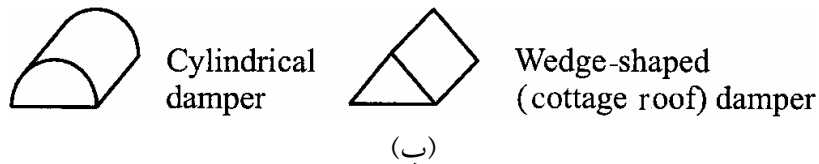
عوامل بسیاری می‌تواند باعث بروز این پدیده شود. کلیه عواملی که بتواند پره‌ها یا کل سیستم را از حالت تقارن دایره‌ای خارج کند از جمله موارد زیر از فاکتورهای تولید نامیزانی‌های کوچک هستند.

- ۱- تولرانس‌های ساخت همواره در تولید توربوماشین‌ها مانند هر سازه دیگر وجود دارد و می‌تواند هم از لحاظ هندسی (پره‌ها هندسه بسیار پیچیده‌ای دارند و با ماشین‌های تراش بسیار دقیق و چند محوره تولید می‌شوند) و هم از لحاظ خصوصیات فیزیکی ماده (مانند مدول الاستیسیته، ضریب استهلاک و دانسیته) دارای تفاوت‌های اندکی نسبت به حالت ایده‌آل باشند.

- ۲- معمولاً در انتهای پره‌ها و در ناحیه تماس بین ریشه و دیسک اجزایی^۱ قرار می‌گیرند که با افزایش اصطکاک موجب استهلاک پاسخ پره می‌شوند (شکل ۱-۳) و اصولاً از نوع دمپره‌های خشک می‌باشند. نایکسان بودن این اجزا بین پره‌ها به نوبه خود می‌تواند باعث بروز این پدیده شود.
- ۳- نیروهای آیرودینامیکی وارد شده بر پره‌ها بعضی از مواقع بطور یکسان توزیع نشده و می‌تواند باعث بروز نامیزانی‌های کوچک در سیستم پره و دیسک شود.
- ۴- یکی از عوامل مهم در ایجاد این پدیده استهلاک سیستم در اثر کارکرد بسیار زیاد می‌باشد. سیستم پره و دیسک در اثر سرعت بسیار بالای چرخشی استهلاک زیادی دارد. گاهی اوقات این کارکرد بالا منجر به تغییر فرم در هندسه پره‌ها می‌شود و در پی آن پدیده (نامیزانی‌های کوچک) رخ می‌دهد که در این حالت معمولاً یکی از پره‌ها تغییر شکل زیادتری می‌دهد که به پره معیوب^۲ معروف است و باعث تغییر در پاسخ دینامیکی کل سیستم و خرابی دیگر پره‌ها می‌شود.



شکل (۱-۳-الف) - نحوه قرار گرفتن اجزای استهلاک.



شکل (۱-۳-ب) - شکل‌های مختلف اجزای استهلاک.

۱-۴- اهمیت تحلیل دینامیکی سیستم پره و دیسک

ارتعاشات می‌تواند نقش بسیار مهمی در تحلیل سازه‌ها داشته باشد. زیرا می‌تواند باعث شکست ناشی از خستگی، نقص کارکرد بهینه و تولید نویزهای ناخواسته در سیستم شود. در حالت کلی سازه‌هایی که در سرعت‌های بالا کار می‌کنند بسیار بیشتر در معرض خطرات ناشی از ارتعاشات هستند و در نتیجه بیشتر در معرض شکست خواهند بود.

¹ Friction Element
² Rogue Blade

توربوماشین‌ها شامل توربین‌های بخار در نیروگاه‌ها و توربین‌های گاز در سیستم پیش رانش هواپیما تماماً ماشین‌های چرخشی هستند که در سرعت‌های بالا کار می‌کنند و شدیداً در معرض خطرات ناشی از ارتعاشات هستند. به علاوه در طراحی‌های نوین برای توربین‌های گاز، وزن سبک و قدرت بیشتر و در عین حال کارکرد بالا از فاکتورهای مهم مورد نیاز است. در چنین شرایطی و از آنجایی که کلیه شکست‌ها در توربوماشین‌ها ناشی از خستگی بوجود آمده از ارتعاشات است، تحلیل ارتعاشات توربوماشین‌ها با جزئیات بیشتر بسیار ضروری است.

در دهه‌های اخیر بدلیل توسعه تکنولوژی، قدرت و کارایی توربوماشین‌ها در حد زیادی افزایش یافته است. در نتیجه اجزای مکانیکی بکار رفته باید متناسب با آن خواسته‌ها طراحی و ساخته شوند. در طراحی یک موتور جت روتور محوری یکی از اجزای بسیار پیچیده برای طراحی می‌باشد. این اجزا معمولاً متحمل سرعت‌های بسیار بالا، فشارهای بسیار زیاد و همچنین دمای بالا می‌شوند. ساختار هسته مرکزی توربوماشین‌ها از اجزای بسیاری تشکیل شده که می‌توان به دو نوع کمپرسورها و توربین‌ها تقسیم کرد. بنا بر اصول اولیه توربوماشین‌ها، سیال کاری در اثر حرکت پره‌های متحرک و عکس‌العمل متقابل پره‌های ثابت^۱ بر پره‌ها بیشترین نیروی آیرودینامیکی را وارد می‌کنند که باعث پاسخ ارتعاشات شدید و اصولاً هارمونیک در پره‌های متحرک می‌شوند. در نتیجه دو مورد مهم طراحان را درگیر کرده است: اول عدم شکست پره‌ها در اثر ارتعاشات و دوم عدم برخورد پره‌های ثابت و متحرک در اثر پاسخ شدید.

۱-۵-۰ تاریخچه مطالعات

بطور کلی مطالعات انجام شده در این زمینه را می‌توان به دو دسته عمده تقسیم کرد:

- ۱- تحلیل دینامیکی سیستم پره و دیسک بدون در نظر گرفتن تقابل سیال و جامد^۲.
- ۲- تحلیل آیروالاستیسته^۳ سیستم پره و دیسک یا تحلیل دینامیکی سیستم با در نظر گرفتن تقابل بین سیال و جامد.

۱-۵-۱- تحلیل ارتعاشات توربوماشین‌ها بدون تقابل سیال و جامد

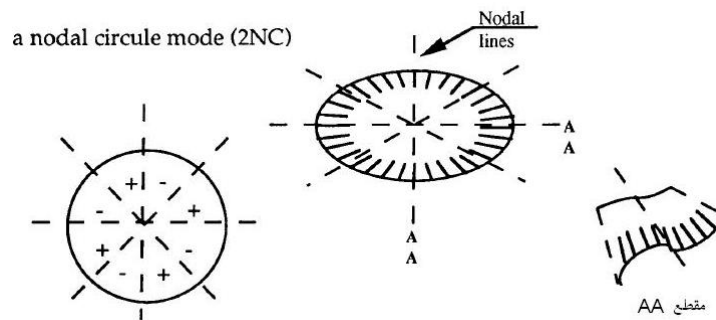
بطور خاص مطالعات قبلی انجام شده در این زمینه بروی سیستم پره و دیسک را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد:

- ۱- ارتعاشات دیسک
- ۲- ارتعاشات پره‌ها
- ۳- ارتعاشات پره و دیسک در حالت کوپلینگ

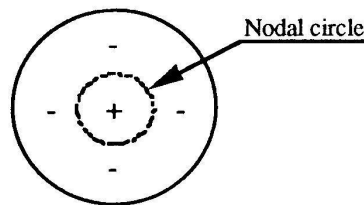
ارتعاشات دیسک در توربوماشین‌ها

Stator blades¹
Interaction of solid and fluid²
Aeroelasticity³

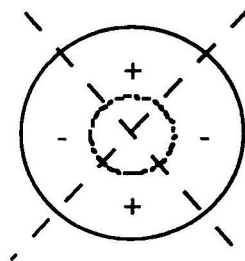
یک دیسک با استفاده از تئوری صفحات [۱] اصولاً به سه گونه ارتعاش می‌کند: اول دیسک می‌تواند در مود شیپ‌هایی که مودهای قطری^۱ معروف است حول محیط دیسک مانند شکل (۱-۴-الف) نوسان کند. همانطور که از اسم آن مشخص است گره‌های تشکیل شده در اثر این مودها همان قطرهای دیسک هستند. که در عمل محتمل‌ترین نوع ارتعاش دیسک است. نوع دوم ارتعاش دیسک تحت عنوان مودهای دایره‌ای^۲ یا تقارن محوری^۳ معروف است و همانطور که در شکل (۱-۴-ب) نشان داده شده است، گره‌ها به صورت دایره‌ای هستند. دسته سوم مودهای ترکیبی هستند (شکل (۱-۴-ج)) که از ترکیب دو مود قبلی تشکیل شده‌اند. توبایس^۴ و آرنولد^۵ [۲] برای اولین بار از این تئوری‌ها برای تحلیل توربوماشین‌ها استفاده کردند. از آنجایی که در تحلیل توربوماشین‌ها، پره‌ها نقش اساسی دارند، تحلیل پره در این سیستم‌ها ضروری است.



شکل (۱-۴-الف) - مودهای قطری دیسک



شکل (۱-۴-ب) - مودهای دایره‌ای دیسک



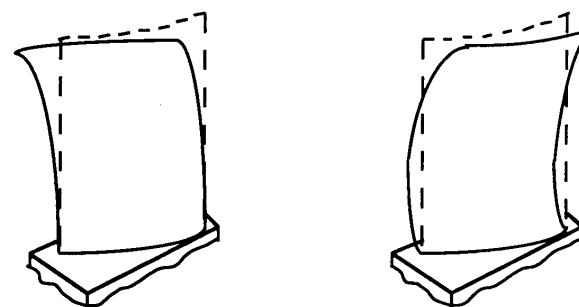
شکل (۱-۴-ج) - مودهای مختلط

Diameter mode¹
Circular mode²
Axisymmetric mode³
Tobias⁴
Arnold⁵

ارتعاشات پره در توربو ماشین ها

بطور معمول یک پره در تحلیل ارتعاشات تحت عنوان یک بیم یکسر در گیر در نظر گرفته می شود. یک انتهای آن که در روتور ثابت شده است ریشه نام دارد. عامل تحریک پره اصولاً نیروی آیرودینامیکی است که در سرتاسر بیم گسترده شده است که در بسیاری از موارد به صورت یک نیروی هارمونیک متمرکز در انتهای آزاد تیر در نظر گرفته می شود. در لحظه ای که فرکانس تحریک در محدوده فرکانس های طبیعی تیر قرار می گیرد، پره در بیشترین دامنه خود قرار دارد.

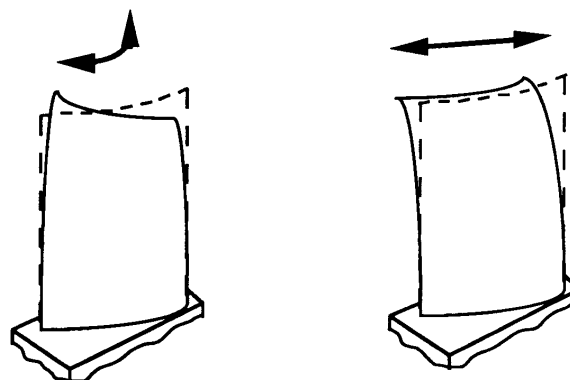
پره هم مانند دیسک دارای سه نوع مود شیپ است [۱]: اول مودهای خمشی خارج از صفحه که اصطلاحاً فلپ^۱ نام دارد. یک پره یکسر در گیر می تواند در مودهای خمشی داخل صفحه نیز ارتعاش کند که اصطلاحاً لگ^۲ نامیده می شود. سومین نوع مود شیپ برای یک تیر یکسر در گیر، مود پیچشی است که هر سه نوع آن در (شکل ۱-۵) نشان داده شده است.



First mode

Second mode

a) Flapwise or flexural modes of vibration



b) First torsional mode of vibration

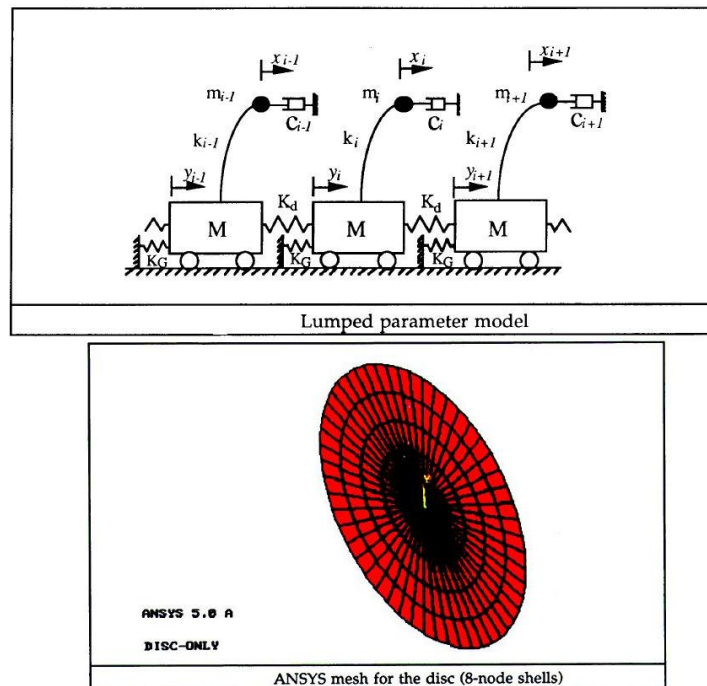
c) First edgewise mode of vibration

شکل (۵-۱)

¹ Flap wise mode
² Edge wise mode

ارتعاشات سیستم پره و دیسک در حالت کوپلینگ

در همه توربوماشین‌های پیشرفته امروزه پره‌ها بطور جداگانه ساخته می‌شود. سپس توسط اتصالات شاخه‌ای-کشویی در ریشه‌ها ثابت می‌شوند. بنابراین ارتعاشات پره‌ها تا حد زیادی به ارتعاشات دیگر پره‌ها و دیسک وابسته می‌شود. زیرا در حالت واقعی صلب فرض کردن ریشه صحیح نیست. همچنین وجود غلاف^۱ (غلاف‌ها اصولاً میله‌هایی هستند که از بین پره‌ها می‌گذرند تا دامنه ارتعاشات کاهش یابد) نیز می‌تواند تا حد زیادی تقابل بین پره‌ها را افزایش دهد. به علت پیچیدگی مسئله کوپلینگ پره و دیسک، اکثر مطالعات انجام شده در این زمینه از روش‌های عددی و تقریبی بوده است. یو [۳] در پایان‌نامه دکتری خود به تحلیل ارتعاشات آزاد و اجباری سیستم پره و دیسک میزان با استفاده از دو روش مدل متمرکز و روش اجزاء محدود پرداخت (شکل (۶-۱)). او از المان دو بعدی پوسته^۲ برای محاسبات خود استفاده کرد. همچنین از سال ۱۹۷۵ تا سالهای اخیر مطالعات وسیعی توسط اوینز [۴]، و دیگر محققان [۴]، در این زمینه شکل گرفته که اکثراً از روش‌ها متمرکز یا اجزاء محدود بوده که در آن المان صفحه و المان‌های مکعبی سه بعدی دارای بیشترین کاربرد است.



شکل (۶-۱) نمایش مدل متمرکز و اجزاء محدود با استفاده از المان بندی پوسته برای پره و دیسک

نیروهای خارجی اعمالی بر سیستم

¹ Shroud
² Shell Element

جدا از اثر کوپلینگ در سیستم پره و دیسک که بر فرکانس‌های طبیعی و مود شیب‌ها تاثیر می‌گذارد، گونه‌های مختلفی از نیروهای خارجی وارد بر سیستم را می‌توان در نظر گرفت. مهمترین تحریک خارجی زمانی تجربه می‌شود که پره‌ها در اثر حرکت جریان سیال دائم و یکنواخت متحمل نیروهای هارمونیک می‌شود که بیشتر در اثر وجود موانع در بالادست، مانند پره‌های ثابت و نازل‌ها ایجاد می‌شود. این نیروهای هارمونیک همواره در شکل سینوسی و کسینوسی تغییر می‌کند بطوریکه مقدار نیروی اعمالی به سیستم با موقعیت زاویه‌ای دیسک تغییر می‌کند و به صورت نیروهای برآ^۱ و پیچشی به پره‌ها اعمال می‌شود. چون این نیروها در اثر چرخش توربوماشین به وجود می‌آید، معمولاً فرکانس تحریک برابر با حاصل ضرب فرکانس چرخشی موتور و ترم دیگری تحت عنوان مرتبه تحریک موتور^۲ می‌باشد.

در نتیجه طراح باید حالتی را که در آن بیشترین انرژی از طرف نیروها به سیستم انتقال می‌یابد در نظر بگیرد. که در آن حالت فرکانس تحریک در محدوده فرکانس‌های طبیعی سیستم قرار می‌گیرد و پدیده رزونانس رخ می‌دهد. در اکثر مطالعات انجام شده در این زمینه پدیده رزونانس مورد بررسی قرار گرفته است.

تاثیرات نامیزانی در سیستم پره و دیسک

در سال ۱۹۶۶ وایتهد^۳ [۵] در مقاله‌ای، به تحلیل تئوری در زمینه ماکزیمم پاسخ ارتعاشات سیستم پره و دیسک تحت وجود نامیزانی پرداخت. نتایج نشان داد که ماکزیمم پاسخ یک سیستم نامیزان شده پره و دیسک می‌تواند به مراتب بیشتر از پاسخ همان سیستم در حالت ایده‌آل یا میزان باشد. از آن به بعد مطالعات زیادی توسط محققان (به خصوص شرکت‌های تولیدکننده موتور جت مانند رولز رویز^۴ و ناسا^۵) در این زمینه انجام شد و نتایج مفید ولی مختلفی در طی ۴۰ سال گذشته بدست آمده است.

در سال ۱۹۶۶ وایتهد [۵] اولین مطالعه برای پیدا کردن بدترین پره را در سیستم پره و دیسک در پی ایجاد نامیزانی‌های کوچک از طریق یک تحلیل ریاضی برآورد کرد. او در اولین مقاله خود ضریب $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{N})$ را برای یک سیستم با N پره معرفی کرد، که این ضریب در واقع نسبت پاسخ بدترین پره به پاسخ همان پره در شرایط میزان و در حالت رزونانس است. او همچنین تاثیرات استهلاک مکانیکی را بر این پدیده بررسی کرد و بعد از ۱۰ سال، در سال ۱۹۷۶

[۶] ضریب بدترین پاسخ خود را به شکل $\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{N}{2}}\right)$ تصحیح کرد.

Lift¹
 Engine order excitation²
 Whitehead³
 Rolls Royce⁴
 NASA⁵

در پی آن و گنر^۱ [۷] از یک مدل جرم و فنر در سال ۱۹۷۶ برای ارائه پره‌های توربین استفاده کرد که از طریق یک دیسک انعطاف پذیر با هم کوپله شده بودند و فرکانس‌های طبیعی و مود شیپ‌ها و پاسخ اجباری سیستم را محاسبه کرد که نتایج او با نتایج وایتهد تا حدی تطابق داشت.

دای و هآنری^۲ بطور جداگانه در سال ۱۹۶۹ [۸] مدل متمرکز گاری و فنر خود را تحت نامیزانی تکک پره^۳، نامیزانی متناوب^۴ و نامیزانی اتفاقی^۵ و بی‌نظم حل عددی و تست کرد. او در مدل ۴۳ پره‌ای خود فاکتور ۲,۸۷ را برای نامیزانی تکک پره پیشنهاد کرد. همچنین مطالعات ۱ و برای یک مدل آماری خاص فاکتور ۲,۴۴ را ارائه کردند.

اوینز مجموعه‌ای از مطالعات را در اثرات نامیزانی اتفاقی و عمدی روی سیستم پره و دیسک انجام داد. در مدل او کوپلینگ بین پره‌ها و دیسک انعطاف پذیر در نظر گرفته شده بود. او در اولین مقاله خود در ۱۹۶۹ به بررسی مقادیر ویژه و مود شیپ‌ها پرداخت و تاثیر نامیزانی اتفاقی را روی پاسخ اجباری سیستم تحت تحریک‌های معمول و هارمونیک در یک BD^۶ ۲۴ تایی بررسی شد [۹ و ۴]. او همچنین در یک مدل ۳۴ تایی دیگر به فاکتور افزایشی ۲۰٪ رسید. در ادامه کارهای او در سال ۱۹۸۴ همراه با هان^۷ مقاله‌ای چاپ کرد و نشان داد که مجموعه‌ای از پره‌ها با مقدار ثابت انحراف تحت ترکیب‌بندی‌های^۸ مختلف پاسخ‌های کاملاً متفاوتی می‌تواند داشته باشد و بیشترین پاسخ را در پره‌ای دانست که بیشترین انحراف را دارد که بعداً با نتایج آفولابی^۹ [۱۰-۱۲] مطابقت پیدا کرد.

در ادامه یو [۳] در پایان‌نامه دکتری خود در سال ۱۹۹۵ مدل متمرکز جرم و فنر خود را که بواسطه فنر و دمپر، پره‌های آن کوپله شده بودند را با استفاده از یک مدل آماری خاص نامیزان کرد و برای اولین بار اثرات نامیزانی را در پارامترهای کوپلینگ قرار داد. وی توانست حالت‌های مختلف ترکیب‌بندی را برای هر انحراف حل عددی کند و به نتایج متفاوتی در رابطه با پاسخ بدترین پره برسد و نشان داد که منحرف ترین پره همواره بیشترین پاسخ را ندارد.

در دهه اخیر روش‌ها و ایده‌های جدیدی در این زمینه شکل گرفته که بیشتر مربوط و واقعی تر شدن و کم هزینه تر شدن محاسبات شده است. همانطور که مشخص است برای طراحی دقیق و با جزئیات یک سیستم پره و دیسک در حالت عملی نمی‌توان به مدل‌های ساده‌شده از جمله روش مدل متمرکز استفاده کرد. زیرا استفاده از این مدل‌ها تنها برای درک کلی مسئله در این سال‌ها کاربرد داشته‌اند. به این ترتیب پس از توانایی شبیه‌سازی سیستم پره و دیسک با استفاده از کامپیوتر، ایده حل دقیق یک مدل واقعی BD شکل گرفت. از آنجا که مسائل مربوط به نامیزانی، مسائل بهینه‌سازی و غیرقابل پیشبینی هستند، به بارها حل مکرر نیاز دارند و عملاً حل مدل‌های بسیار بزرگ و واقعی با کامپیوترهای بسیار قوی نیز هرگز جوابگو نخواهند بود. به این ترتیب ایده استفاده از روش‌های کاهش مرتبه

Wagner¹

Dye & Henry²

Single Mistuning³

Alternative Mistuning⁴

Random Mistuning⁵

Bladed Disk⁶

Han⁷

Assemblies⁸

Afolabi⁹