بسم الله الرحمن الرحيم

۱۱۱۷۴۳

دانشگاه قم

دانشکده علوم پایه

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی

عنوان:

کارایی شبکه DEA در مدل های ورودی-خروجی

استاد راهنما:

دکتر علی اصغر فروغی

استاد مشاور:

دکتر غلامحسن شیردل

۱۳۸۸ /۲/ ۱-۶

تاریخ اطلاعات مدارک علمی ایران
تهیه مدارک

نگارنده:

شهیده عسکریان

پاییز1387

۱۱۱۷۴۳

جمهوری اسلامی ایران
ت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه قم

تاریخ: .....
شماره: .....
پیوست: .....

بسمه تعالی

« صورت جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد»

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر «عجل الله تعالی فرجه الشریف» جلسه دفاعیه پایان نامه کارشناسی ارشد خانم **شهیده عسکریان** رشته : **ریاضی**

تحت عنوان : **کارآیی شبکه DEA درمدل های ورودی - خروجی**

با حضور هیأت داوران در محل دانشگاه قم در تاریخ:۲۸/ ۷/ ۱۳۸۷ تشکیل گردید.

دراین جلسه، پایان نامه با موفقیت مورد دفاع قرار گرفت و نامبرده نمره با عدد ۱۸/۷۵ با حروف هجده و هفتاد و پنج با درجه : عالی ☑ بسیار خوب ○ خوب ○ قابل قبول ○ دریافت نمود.

نام و نام خانوادگی	سمت	مرتبه علمی	امضاء
دکتر علی‌اصغر فروغی	استاد راهنما	استادیار	
دکتر غلامحسن شیردل	استاد مشاور	استادیار	
دکترمهدی سهرابی حقیقت	استاد ناظر	استادیار	
دکتر مهدی احمدی نیا	استاد ناظر	استادیار	
دکتر ولی ا...شاه سنایی	نماینده کمیته تحصیلات تکمیلی	استادیار	

معاون آموزشی و پژوهشی دانشکده
نام و امضاء:
علیرضا عبدی نالیک

مدیر امور آموزش و تحصیلات تکمیلی
نام و امضاء:

نشانی:
قم، جاده قدیم اصفهان،
دانشگاه قم
کدپستی: ۳۷۱۶۱۴۶۶۱۱
تلفن: ۲۸۵۳۳۱۱
دورنویس:
معاونت آموزشی ۲۸۵۵۶۸۴
معاونت اداری ۲۸۵۵۶۸۶
معاونت دانشجویی ۲۸۵۵۶۸۸

تقدیم به

خانواده مهربانم

و

همسر عزیزم

تقدیروتشکر

حمد و ثنای بی کران مخصوص پروردگاری است که آنچه را که آموختـه ایـم و هـر آنچـه کـه خواهیم آموخت، قطره ای از اقیانوس ژرف و بی کران حکمت و معرفت اوست.

سپاس و منّت بی حد خدای را که گوهر کمال گرایی و ذوق علم آمـوزی را در سرشـت انسـان نهاد.

و اینک که قلم بدست گرفته ام تا آخرین ملاحظات را بـر پایـان نامـه ام انجـام دهـم، وظیفـه خویش می دانم به همه عزیزانی که هر یک به سهم خویش در به ثمـر رسـیدن موفقیـت مـن سهیم بوده اند کمال احترام و تشکر را مبذول نمایم. بخصوص محبت ها و دلسوزی های پدر و مادر عزیز و مهربانم را که بالاترین و مهمترین نقش را در پیشرفتهای من داشته اند و همچنین از همکاری و مساعدت همسر عزیزم کمال تشکر و قدردانی را دارم.

از زحمات و راهنمایی های اساتید محترم و ارجمند بخصوص جنـاب آقـای دکتـر علـی اصـغر فروغی و جناب آقای دکترغلامحسن شیردل و جناب آقای دکتر احمـدی نیـا عـرض احتـرام و تشکر را دارم.

شهیده عسکریان

۱۳۸۷/۶/ ۲۰

چکیده

در مطالعات گذشته اندازه گیری کارایی تحلیل پوششی داده ها (DEA)، فرآیندها و رابطه بین آنها در یک سیستم نادیده گرفته شده است. ابتدا در این پایان نامه، چندین ساختار که منجر به ایجاد شبکه می شود را بیان می کنیم. سپس، به مدل شبکه ارتباطی DEA با در نظر گرفتن رابطه فرآیندهای سیستم در یک زمان می پردازیم. چون رابطه بین فرآیندها در این ساختارها نادیده گرفته شده است با ارائه فرآیند مصنوعی، سیستم شبکه اصلی را می توان به یک سیستم سری که هر گام در این سیستم از یک ساختار موازی تشکیل شده است، تبدیل کنیم. اساس در نظر گرفته شده در سیستم سری و موازی، تجزیه کارایی سیستم است. کارایی سیستم سری از حاصلضرب کارایی فرآیندهای سیستم و کارایی سیستم موازی از مکمل مجموع کمکی های ناکارا مؤلفه های فرآیند بدست می آید. با تجزیه کارایی، فرآیندهای ناکارا را می توان تشخیص داد و برای بهبود آنها تلاش کرد. در آخر کاربردی از سیستم شبکه در شرکت های بیمه عمر تایوان را مورد بررسی قرارمی دهیم.

لغات کلیدی: تحلیل پوششی داده ها، شبکه DEA ، سیستم سری، سیستم موازی، کارایی

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول کلیات و مفاهیم اساسی تحلیل پوششی داده ها	۱
۱-۱ مقدمه	۲
۱-۲ تاریخچه ای کوتاه	۳
۱-۳ اصول و مفاهیم	۴
۱-۴ کارایی	۶
۱-۵ برخی از مدل های DEA	۸
۱ -۵-۱ مدل CCR	۹
۱-۵-۲ مدل BCC	۱۰
۱-۵-۳ فرم دوگان	۱۱
۱-۶ مدل خارج قسمتیCCR	۱۲
فصل دوم شبکه تحلیل پوششی داده ها	۱۴
۲-۱ مقدمه	۱۵
۲-۲ اکتشافی از مدل های شبکه	۱۶
۲-۳ نتیجه	۲۵
فصل سوم تجزیه کارایی در شبکه تحلیل پوششی داده ها	۲۶
۳-۱ مقدمه	۲۷
۳-۲ ساختار اساسی شبکه	۲۸
۳-۲-۱ ساختار سری	۲۸

۳-۲-۲ ساختار موازی ۴۰

۳-۳ مدل شبکه DEA ارتباطی ۴۳

۳-۴ نتیجه ۵۴

فصل چهارم کاربردی برای شرکت های بیمه عمر در تایوان ۵۶

۴-۱ مقدمه ۵۷

۴-۲ شبکه شرکت های بیمه عمر در تایوان ۵۸

نتیجه گیری و پیشنهادات ۶۷

واژه نامه ۶۹

منابع و مراجع ۷۲

Abstract ۷۵

فهرست جداول

عنوان	صفحه
۳-۱ مثالی با کارایی اندازه گیری شده از مدل های متفاوت	۳۳
۳-۲ داده ورودی و خروجی مثال	۵۰
۳-۳ کارایی سیستم و کارایی فرآیندهایی از پنج DMU محاسبه شده بطور مستقل از طریق مدل CCR استاندارد	۵۱
۳-۴ مقیاس کارایی و کمکی های ناکارا، در پرانتز، محاسبه شده از مدل شبکه	۵۲
۴-۱ ورودی ها(X)، تولیدات میانی(Z)و خروجی ها (Y) از ۲۴ شرکت بیمه عمر در تایوان	۶۲
۴-۲ اندازه کارایی ۲۴ شرکت بیمه عمر در تایوان	۶۴

فهرست نمودارها

عنوان	صفحه
شکل۲-۱ $x \leq x^{۱} + x^{۲}$ قید منابع- تکنولوژی محدودیت منابع	۱۷
شکل۲-۲ تکنولوژی شبکه	۱۹
شکل۲-۳ تکنولوژی پویا	۲۳
شکل۳-۱ سیستم پشت سر هم با ورودی های X، خروجی های Y و تولیدات میانی Z	۳۱
شکل۳-۲ بدست آوردن خروجی Y از ورودی X از طریق تولید میانی Z	۳۴
شکل۳-۳ مرز تولیدی ساخته شده از مدل ارتباطی و مدل مستقل	۳۶
شکل۳-۴ سیستم سری	۳۸
شکل۳-۵ سیستم موازی	۴۱
شکل۳-۶ سیستم شبکه با سه فرآیند	۴۳
شکل۳-۷ یک سیستم پشت سر هم که هر گام یک ساختار موازی دارد	۴۵
شکل۴-۱ ساختار شبکه سیستم عملیات بیمه عمر	۵۹
شکل۴-۲ سیستم پشت سرهم معادل سیستم عملیات بیمه عمر	۶۰

فصل اول

کلیات و مفاهیم اساسی

تحلیل پوششی داده ها

۱-۱ مقدمه

در اغلب سیستمها مدیران موظفند عملکرد واحدهای تصمیم گیرنده [۱] (DMUs) را مورد بررسی قرار دهند و کارایی آنها را با هم مقایسه کنند. روشهای متعددی برای تخمین کارایی ارائه شده است که به دو گروه کلی روشهای پارامتری و روشهای غیر پارامتری تقسیم می شوند. تعیین کارایی با استفاده از روشهای غیر پارامتری برای اولین بار در سال ۱۹۵۷ توسط فارل[۲] مطرح گردید. یکی از روشهای غیر پارامتری، روش تحلیل پوششی داده ها [۳] (DEA) است.

تحلیل پوششی داده ها، تکنیکی برای محاسبه کارایی نسبی مجموعه ای از واحدهای تصمیم گیرنده است که با استفاده از برنامه ریزی خطی انجام می گیرد. در واقع، این تکنیک به مشخص

۱- Decision Making Unit
۲- Farell
۳- Data Envelopment Analysis

کردن واحدهای تصمیم گیرنده کارا و ناکارا همراه با تعیین میزان کارایی آنها می پردازد. در این فصل برخی از تعاریف اساسی DEA مطرح می گردد.

۱-۲ تاریخچه ای کوتاه

فارل نخستین بار در سال ۱۹۵۷ روشهای غیرپارامتری را برای تعیین کارایی مطرح کرد. کار او در سال ۱۹۷۸ توسط چارنز، کوپر و رودز[۱] تعمیم یافت و تحت عنوان تحلیل پوششی داده ها (DEA) مطرح گردید. مقاله فارل در سال ۱۹۵۷ نقش مهمی را در مقاله اساسی چارنز، کوپر و رودز معروف به CCR ایفا نمود. در مقاله CCR فرمولبندی برنامه ریزی خطی برای اندازه گیری کارایی یک واحد تصمیم گیرنده نسبت به یک مجموعه از واحدهای تصمیم گیرنده با تکنیک بهینه سازی ریاضی مورد استفاده قرار می گیرد. این مقاله کارایی چند ورودی- یک خروجی فارل را به حالت کلی چند ورودی- چند خروجی تعمیم می دهد.

در سال ۱۹۸۴ نیز مقاله ای توسط بنکر، چارنز و کوپر[۲] معروف به BCC منتشر شد. علاوه بر مدل های ارائه شده در مقالات CCR وBCC مدل های اساسی دیگری نظیر مدل های جمعی[۳]، FDH[۴]، SMB[۵] وغیره مطرح گردیده است.

امروزه کاربرد تحلیل پوششی داده ها در زمینه های مختلف از قبیل بانکها، بیمارستانها، هتلها، مدارس، دانشگاهها و غیره مشهود است و در بسیاری از مراکز تحقیقاتی نقاط مختلف جهان اساس بسیاری از ایده ها و پیشرفتهای جدید اقتصادی و مدیریتی شده است.

۱- Charnes, Cooper, Rhodes
۲- Banker, Charnes, Cooper
۳- Additive Model
۴- Free Disposal Hull
۵- Slack-Based Measure

۱-۳ اصول و مفاهیم

فرض کنید به دنبال ارزیابی n واحد تصمیم گیرنده $DMU_1,...,DMU_n$ هستیم که هر کدام از این واحدها بردار ورودی $x_j \in R_+^m$ را جهت تولید بردار خروجی $y_j \in R_+^s$ به کار می گیرد. فرض بر این است که هر واحد تصمیم گیرنده حداقل یک ورودی مثبت و همچنین حداقل یک خروجی مثبت دارد. معمولاً در ادبیات آغازین DEA فرض بر این است که داده ها و واحدها از پاره ای از اصول پیروی می نمایند. به عنوان نمونه می توان به فرض متجانس بودن واحدها، یکسان بودن زمان ارزیابی و ... اشاره کرد، ولی به تدریج این اصول نیز تعدیل شده اند. به عنوان مثال در حالت اول در صورت غیر متجانس بودن واحدها می توان از مدلهای شبه DEA و در حالت دوم در صورت دخالت زمان از مدلهای DEA پویا[۱] استفاده نمود.

یکی از مفاهیم پایه ای مدلهای DEA مفهوم مجموعه امکان تولید[۲] (PPS) می باشد که آن را با T نشان می دهیم. مجموعه امکان تولید به صورت زیر تعریف می شود:

T={(x,y)| {خروجی y بتواند توسط ورودی x تولید شود}

مجموعه امکان تولید T را در نظر بگیرید. در این صورت خواهیم داشت

آ) $(x_k, y_k) \in T$ را یک نقطه مرزی[۳] با ماهیت ورودی[۴] نامیم، اگر و تنها اگر به ازای هر $(\lambda x_k, y_k) \in T$ داشته باشیم $\lambda \geq 1$.

ب) $(x_k, y_k) \in T$ را یک نقطه مرزی با ماهیت خروجی[۵] نامیم، اگر و تنها اگر به ازای هر $(x_k, \gamma y_k) \in T$ داشته باشیم $\gamma \leq 1$.

ج)یک امکان تولید $(x_k, y_k) \in T$ را یک نقطه مرزی نامیم، اگر وتنها اگر آن نقطه مرزی با ماهیت ورودی یا ماهیت خروجی باشد.

۱- Dynamic DEA Models
۲- Production Possibility Set
۳- Boundary Point
۴- Input Orientation
۵- Output Orientation

اصول موضوعه زیر را برای ساختن مجموعه ی امکان تولید تجربی پذیرفته و مجموعه امکان تولید بر پایه ی آنها ساخته می شود.

اصل اول (اصل شمول مشاهدات[۱]):

$$(x_j, y_j) \in T, \qquad j = ۱,...,n$$

اصل دوم(یکنواختی[۲]):

$$(x, y) \in T,\ \bar{x} \geq x, \bar{y} \leq y \Rightarrow (\bar{x}, \bar{y}) \in T$$

اصل سوم(اصل بی کرانی اشعه[۳]):

$$(x, y) \in T, \quad \lambda \geq ۰ \Rightarrow (\lambda x, \lambda y) \in T$$

به این اصل اصطلاحاً اصل بازده به مقیاس ثابت[۴] می گویند.

اصل چهارم(اصل تحدب[۵]):

T مجموعه ای محدب است.

$$(x_f, y_f) \in T\ ,\ (x_k, y_k) \in T \ \Rightarrow (\lambda x_k + (۱-\lambda)x_f, \lambda y_k + (۱-\lambda)y_f) \in T \quad \forall \lambda \in [۰,۱]$$

اصل پنجم(کمینه برونیابی[۶]):

این اصل بیان می کند که اگر یک مجموعه ی امکان تولید $\overline{T}$ در اصول موضوعه ی اول، دوم، سوم و چهارم صدق کند، آنگاه داریم $T \subset \overline{T}$.به عبارت دیگر T کوچکترین مجموعه ای است که در اصول موضوعه ی فوق صدق می کند.

۱- Inclusion Of Observations
۲- Monotonicity
۳- Ray Unboundedness
۴- Constant Returns To Scale
۵- Covexity
۶- Minimum Extrapolation

تنها مجموعه امکان تولید که به وسیله ی اصول موضوعه اول، دوم، سوم و پنجم ساخته شده است را با T_c نشان داده و به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$T_c = \left\{(x_k, y_k) \mid x_k \geq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j, y_k \leq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j, \lambda_j \geq 0, j = 1,\ldots,n\right\}$$

به طریق مشابه، مجموعه ی امکان تولید محاسبه شده توسط اصول موضوعه ی اول، دوم، چهارم و پنجم مجموعه ی منحصر به فردی است که با T_v نشان می دهیم وبه صورت زیر تعریف می کنیم:

$$T_v = \left\{(x_k, y_k) \mid x_k \geq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j, y_k \leq \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1,\ldots,n\right\}$$

۱-۴ کارایی

اندازه کارایی واحدهای تصمیم گیرنده با مقایسه ورودی ها و خروجی های آنها میسر است. هرگاه یک واحد تصمیم گیرنده با یک ورودی و یک خروجی داشته باشیم کارایی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\text{کارایی} = \frac{\text{خروجي}}{\text{ورودي}}$$

در حالت چند ورودی وچند خروجی در صورتی که قیمت (ارزش) ورودی ها و خروجی ها معلوم باشد، کارایی عبارتست از:

$$\text{کارایی} = \frac{\text{قیمت کل خروجي ها}}{\text{هزینه کل ورودي ها}}$$

اما در حالت کلی و در اکثر موارد تعیین ارزش ورودی ها و خروجی ها کار ساده ای نیست و لذا تعیین کارایی به شیوه فوق امکان پذیر نیست و در این حالت از DEA برای اندازه گیری کارایی استفاده می شود.

در DEA لازم نیست که از ابتدا وزنهایی (ارزش هایی) به ورودی ها و خروجی ها نسبت دهیم زیرا این روش بهترین وزن ها را به ورودی ها و خروجی ها نسبت می دهد.

تعریف (۱-۱):

DMU_k را یک DMU ی کارا (غیر مغلوب[۱]) نامیم، هرگاه هیچ (X_t, Y_t) ای متعلق به مجموعه ی امکان تولید و صادق در شرط زیر موجود نباشد

$$\begin{bmatrix} -X_t \\ Y_t \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} -X_k \\ Y_k \end{bmatrix}$$

که حداقل در یکی از مولفه ها نامساوی اکید است.

به عبارت دیگر، امکان بهبود در هیچ یک از ورودی ها و خروجی ها بدون بدتر شدن سایر ورودی ها و یا خروجی ها وجود نداشته باشد.

تعریف (۱-۲):

هرگاه عضوی از مجموعه امکان تولید مثلاً DMU_k بر DMU_f غالب[۱] باشد، یعنی اگر $\begin{bmatrix} -X_k \\ Y_k \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} -X_f \\ Y_f \end{bmatrix}$ باشد و نامساوی اکید حداقل برای یک مولفه برقرار باشد، آنگاه گوییم DMU_f ناکارا است.

---

[۱]- Non-Dominant

تعریف (۱-۳):

اندازه کارایی مطلق[۲] DMU_j نسبت به u و v را با $E_j(u,v)$ نشان می دهیم که با نسبت مجموع خروجی های وزن دارشده به مجموع ورودی های وزن دار شده ی آن برابر است، یعنی:

$$E_j(u,v)=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ik}}=\frac{u^T Y_j}{v^T X_j} \qquad (1-1)$$

که در آن $X_j=(x_{1j},...,x_{mj})^T$ بردار ورودی ها و $Y_j=(y_{1j},...,y_{sj})^T$ بردار خروجی ها و همچنین $v=(v_1,...,v_m)^T$ بردار وزن های ورودی و $u=(u_1,...,u_s)^T$ بردار وزن های خروجی می باشد.

همه ی مولفه های بردارهای فوق را مثبت در نظر می گیریم.

تعریف (۱-۴):

اندازه کارایی نسبی[۳] DMU_j نسبت به u و v را با $RE_j(u,v)$ نشان می دهیم که برابر است با نسبت کارایی مطلق DMU_j به کارایی ماکسیمم مطلق روی همه ی DMU ها، یعنی:

$$RE_j(u,v)=\frac{E_j(u,v)}{\max_{k\in\{1,2,...,n\}}E_k(u,v)} \qquad (1-2)$$

۱-۵ برخی از مدل های DEA

همانطور که در تاریخچه بحث گفتیم DEA مدل های مختلفی دارد که ما مدلهای CCR، BCC، فرم دوگان و مدل خارج قسمتی[۴] CCR را مورد بررسی قرار می دهیم.

۱- Dominant
۲- Absolute Efficiency
۳- Relative Efficiency
۴- Ratio Model

۱-۵-۱ مدل CCR

ماهیت ورودی

این مدل اولین بار توسط چارنز و همکارانش در سال ۱۹۷۸ معرفی شده است. ایـن روش، روش کاهش ورودی است. در ماهیـت ورودی، هـدف پیـدا کـردن DMU مجـازی اسـت کـه همـان خروجی را با حداقل ورودی ممکن تولید کند.

با در نظر گرفتن مجموعه امکان تولید T_c، برنامه ریزی خطی مدل CCR در ماهیت ورودی بـه صورت زیر می باشد:

$$\theta_k^* = \min\ \theta_k$$

$$s.t.\ \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le \theta_k x_{ik} \qquad i = 1,\dots, m \qquad (3-1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge y_{rk} \qquad r = 1,\dots, s$$

$$\lambda_j \ge 0 \qquad j = 1,\dots, n$$

DMU_k کارا است اگر وتنها اگر در مدل بالا داشته باشیم $\theta_k^* = 1$و به ازای همه جواب های بهینه مسئله فوق داشته باشیم $s^{*+} = 0$ و $s^{*-} = 0$. که s^{*+} و s^{*-} به ترتیب مقـادیر بهینـه متغیرهـای کمکی مربوط به قیود ورودی و خروجی می باشد.

ماهیت خروجی

در ماهیت خروجی، هدف پیدا کردن DMU مجازی است که با همان ورودی، حداکثر خروجی را تولید نماید.

بنابراین هدف با در نظر گرفتن مجموعه امکان تولید T_c حل مساله برنامه ریزی خطی زیر است:

$$\beta_k^* = \max \ \beta_k$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_{ik} \qquad i = 1,\ldots, m \qquad (4-1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge \beta_k y_{rk} \qquad r = 1,\ldots, s$$

$$\lambda_j \ge 0 \qquad j = 1,\ldots, n$$

۱-۵-۲ مدل BCC

ماهیت ورودی

اگر در مدل(۱-۳) قید $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$ را اضافه کنیم (یا مجموعه امکان T_v را در نظر بگیریم) مدلBCC در ماهیت ورودی را خواهیم داشت:

$$\theta_k^* = \min \ \theta_k$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le \theta_k x_{ik} \qquad i = 1,\ldots, m$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{irj} \ge y_{rk} \qquad r = 1,\ldots, s \qquad (5-1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j \ge 0 \qquad j = 1,\ldots, n$$

ماهیت خروجی