



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی هوافضا

پایان نامه کارشناسی ارشد

بهینه‌سازی چندهدفه آیرودینامیکی با استفاده از الگوریتم‌های تکاملی و  
دینامیک سیالات عددی

نگارش

رضا آزاد

استاد راهنما

دکتر علیرضا جهانگیریان

تابستان ۸۶

بسمه تعالی

شماره: .....

تاریخ: .....

معاونت پژوهشی  
فرم پروژه تحصیلات تکمیلی ۷

فرم اطلاعات پایان نامه  
کارشناسی ارشد و دکترا



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

مشخصات دانشجوی

نام و نام خانوادگی: رضا آزاد  دانشجوی آزاد  بورسیه  معادل

شماره دانشجویی: 83129149

رشته تحصیلی: مهندسی هوافضا (آیرودینامیک) دانشکده مهندسی هوافضا

نام و نام خانوادگی استاد راهنما: علیرضا جهانگیریان

عنوان به فارسی: بهینه سازی چندهدفه آیرودینامیکی با استفاده از الگوریتم های تکاملی و دینامیک سیالات عددی  
عنوان به انگلیسی: Multi-objective Aerodynamic Optimization using Evolutionary Algorithms and Computational Fluid Dynamics

نوع پروژه  کارشناسی ارشد  دکترا  کاربردی  بنیادی  توسعه ای  نظری

تاریخ شروع: ۸۴/۷/۱۵ تاریخ خاتمه: ۸۶/۳/۲۸ تعداد واحد: ۶ سازمان تأمین کننده اعتبار:

واژه های کلیدی به فارسی: موتور توربین بهینه سازی چندهدفه ی شکل آیرودینامیکی- الگوریتم های تکاملی - الگوریتم های ژنتیکی - شبکه های عصبی مصنوعی

واژه های کلیدی به انگلیسی: Multi-Objective Aerodynamic shape Optimization- Evolutionary Algorithms- Genetic Algorithms- Artificial Neural Networks

نظرها و پیشنهادهای به منظور بهبود فعالیت های پژوهشی دانشگاه:

استاد راهنما: علیرضا جهانگیریان

دانشجو: رضا آزاد

امضاء استاد راهنما: تاریخ:

نسخه ۱: معاونت پژوهشی

نسخه ۲: کتابخانه و به انضمام دو جلد پایان نامه به منظور تسویه حساب با کتابخانه و مرکز اسناد و مدارک علمی

## چکیده

در این تحقیق با استفاده از الگوریتم ژنتیک و یک شبکه‌ی عصبی سه‌لایه که از الگوریتم پس‌انتشار خطا سود می‌جوید، به بهینه‌سازی چندهدفه‌ی آیرودینامیکی شکل مجموعه‌ای از ایرفویل‌ها می‌پردازیم. الگوریتم حاصل به بهینه‌سازی هم‌زمان ۳ تابع برازندگی مختلف برای ایرفویل می‌پردازد. برای انجام این تحقیق از الگوریتم‌های ژنتیکی *real-coded* استفاده می‌شود. این الگوریتم، نخبه‌گرا بوده، به شکلی که در هر نسل، همگی اعضای مجموعه‌ی پارتو (نامغلوب) نسل قبل بدون تغییر حضور دارند. همچنین برای شناسایی مجموعه‌ی بهینه‌ی پارتو از الگوریتم جدید و سریعتری نسبت به الگوریتم‌های مرتب‌کننده‌ی صرف استفاده شده است. از معادلات حاکم بر جریان غیرلزج قابل تراکم برای آموزش یک شبکه عصبی، با یک پرسپترون سه‌لایه به عنوان محاسبه‌کننده‌ی توابع هدف استفاده می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که روش فوق برای بهینه‌سازی چندهدفه‌ی ایرفویل‌ها از کارایی قابل قبولی برخوردار می‌باشد.

## کلیدواژه‌ها

بهینه سازی چندهدفه‌ی شکل آیرودینامیکی - الگوریتم‌های تکاملی - الگوریتم‌های ژنتیکی - شبکه‌های

عصبی مصنوعی

## **Keywords**

Multi-Objective Aerodynamic shape Optimization, Evolutionary Algorithms, Genetic Algorithms, Artificial Neural Networks

صفحه	فهرست مطالب	چکیده
الف		کلیدواژه‌ها
ب		فصل ۱- مقدمه
۲		
۳		بهینه‌سازی آئرو دینامیکی چند هدفه
۷		فصل ۲- معرفی روش‌های ریاضی بهینه‌سازی چند هدفه
۸		۱-۲- مقدمه
۱۰		۲-۲- روش‌های گرادیان
۱۲		۳-۲- روش‌های ریاضی بهینه‌سازی چند هدفه
۱۲		۱-۳-۲- روش قید $\epsilon$
۱۵		۲-۳-۲- روش سیمپلکس
۱۶		فصل ۳- روش‌های بهینه‌سازی تکاملی، الگوریتم‌های ژنتیک و فضای بهینه‌ی چند هدفه
۱۷		۱-۳- معرفی کلی الگوریتم ژنتیک
۱۸		۲-۳- مکانیزم الگوریتم ژنتیک
۲۰		۳-۳- ویژگی‌های الگوریتم‌های ژنتیک
۲۱		۴-۳- کد کردن پارامترها و نمایش رشته‌ها
۳۵		۵-۳- الگوریتم‌های ژنتیک Real-Coded
۳۸		۶-۳- بهینه‌سازی چند هدفه
۳۹		۷-۳- الگوریتم دست‌یابی به مجموعه‌ی بهینه‌ی پاراتو
۵۰		فصل ۴- استفاده از شبکه‌های عصبی در حل کننده‌ی آیرودینامیکی
۶۱		۱-۴- مدل‌سازی سیستم دینامیکی مجهول
۶۳		۲-۴- الگوریتم کمینه‌سازی مربعات
۶۴		۳-۴- الگوریتم پس انتشار
۵۸		۴-۴- الگوریتم آموزشی شبکه پس انتشار خطا
۸۱		فصل ۵- مدل‌سازی هندسی، حل کننده‌ی آیرودینامیکی و توابع هدف آیرودینامیکی
۸۲		۱-۵- حل کننده دینامیک سیالات عددی
۸۳		۲-۵- شبکه‌بندی ایرفویل و محیط اطراف آن
۸۴		۳-۵- پارامترهای طراحی ایرفویل
۸۷		۴-۵- محاسبه‌ی ضرایب تابع شکل در روش PARSEC
۹۱		۵-۵- بررسی کارایی روش PARSEC در ایجاد تغییرات بزرگ و متنوع شکل
۹۲		۶-۵- معرفی توابع هدف

۹۵	فصل ۶- تحلیل داده ها و نتیجه‌گیری
۹۶	۶-۱- مقدمه
۹۶	۶-۲- راستی آزمایی حل کننده‌ی شبکه‌ی عصبی
۱۰۲	۶-۳- راستی‌آزمایی روش الگوریتم ژنتیک
۱۰۵	۶-۴- مرتب‌سازی اعضا بر حسب نزدیکی توابع هدف و ارضای قیدها
۱۱۰	۶-۵- نتایج بهینه‌سازی تک‌هدفه
۱۲۰	۶-۶- نتایج بهینه‌سازی چندهدفه، نمودارهای مجموعه‌های مختلف پارامتر
۱۲۵	بررسی کیفی
۱۲۵	پیشنهادها
۱۲۷	منابع و مراجع

## فصل اول

### مقدمه

## ۱- مقدمه

بهینه سازی اشکال آئرو دینامیکی<sup>۱</sup> با استفاده از دینامیک سیالات عددی<sup>۲</sup> از جمله زمینه‌های دشوار طراحی مهندسی و ریاضیات کاربردی است. دلایل این دشواری را می‌توان این‌طور برشمرد:

- غیرخطی بودن معادلات حاکم بر دینامیک سیال که به نوبه‌ی خود منجر به تغییرات غیرخطی توابع هدف<sup>۳</sup> بر اثر تغییر پارامترهای طراحی<sup>۴</sup> می‌شود و هم‌چنین می‌تواند به گمراه شدن روش‌های بهینه‌سازی معمولی - که ممکن است مقدار کمینه یا بیشینه‌ی محلی<sup>۵</sup> را به عنوان مقدار بهینه‌ی مطلق<sup>۶</sup> معرفی کنند- منجر شود. [۱]

- از آن‌جا که متغیرهای فراوانی به عنوان پارامترهای طراحی دخیل‌اند، فضای طراحی عموماً دارای ابعاد زیادی است. به عنوان مثال در معرفی هندسه‌ی یک ایرفویل<sup>۷</sup> به ۹ تا ۱۱ متغیر طراحی نیاز داریم که هر کدام از آن‌ها با قیدهای خاص خود معین و محدود می‌شوند و تغییر در هر کدام آن‌ها منجر به تغییراتی در فضای توابع هدف می‌شود؛ از این رو به دقت محاسباتی فراوانی نیاز داریم. [۲]

## بهینه‌سازی آئرو دینامیکی چندهدفه

از آن‌جا که معمولاً در این گونه مسائل به دنبال بهینه‌سازی بیش از یک تابع هدف هستیم؛ فضای توابع هدف هم چندبعدی است. از سوی دیگر این اهداف ممکن است با یکدیگر در تقابل باشند<sup>۸</sup> که این امر و

<sup>1</sup> Aerodynamic shape Optimization

<sup>2</sup> Computational Fluid Dynamics

<sup>3</sup> Objective Functions

<sup>4</sup> Design Parameters

<sup>5</sup> Local Optimum

<sup>6</sup> Global Optimum

<sup>7</sup> Airfoil

<sup>8</sup> Conflicting Objectives



رسیدن به مصالحه‌ای میان هدف‌های مختلف و گاه متضاد، موجب می‌شود که در اغلب موارد جواب یگانه‌ای برای مسأله‌ی طراحی وجود ندارد.

- تحلیل‌های آثرودینامیکی با استفاده از دینامیک سیالات عددی عموماً از نظر زمان و مصرف حافظه‌ی دیجیتال، پرهزینه‌اند. [۳]

از بین روش‌های بهینه‌سازی رایج، استفاده از روش‌های گرادیانی که با محاسبه‌ی گرادیان تغییرات توابع هدف بر حسب متغیرهای طراحی به جستجوی حل‌های بهینه می‌پردازند، سابقه‌ی طولانی‌تری دارد. این روش‌ها اگرچه کارایی خود را در یافتن مقادیر بهینه‌ی محلی نشان داده‌اند اما ممکن است قادر به پیدا کردن مقادیر بهینه‌ی مطلق در فضاهایی که به شدت غیرخطی‌اند، نباشند.

روش‌های تکاملی<sup>۱</sup> که الگوریتم‌های ژنتیکی<sup>۲</sup> نیز از این دسته‌اند برای یافتن مقادیر بهینه‌ی مطلق مناسب‌ترند، چرا که با توجه به طبیعت تصادفی خود به جستجو در مناطق مختلفی از فضای حل می‌پردازند [۴] و همچنین به شکل هم‌زمان، بیش از یک جواب خاص را مورد بررسی قرار می‌دهند و بنابراین احتمال گرفتار شدنشان حول یک مقدار کمینه یا بیشینه‌ی محلی بسیار کمتر است و همین امر موجب افزایش محبوبیت الگوریتم‌های ژنتیک در حوزه‌ی بهینه‌سازی عددی شده است. [۵]

این الگوریتم‌ها با الهام از فرآیند انتخاب طبیعی که بر مبنای بقای اصلح استوار است و با استفاده از سه عملگر عمده تحت عناوین انتخاب<sup>۳</sup>، جابجایی<sup>۴</sup> و جهش<sup>۵</sup> به جستجوی حل یا حل‌های بهینه می‌پردازند. [۶]

---

<sup>1</sup> Evolutionary Methods

<sup>2</sup> Genetic Algorithms

<sup>3</sup> Selection

<sup>4</sup> Crossover

<sup>5</sup> Mutation

در الگوریتم‌های ژنتیکی، به طور سنتی از روش مقداردهی در مبنای دو<sup>۱</sup> برای مدل کردن کروموزوم‌ها استفاده می‌شود که موجب گسسته سازی فضای پیوسته‌ی حل می‌گردد. هرچند که این روش مدل سازی، در حل مسائل بسیاری موفق بوده است اما در فضاهایی با متغیرهای طراحی فراوان که نیاز به حفظ پیوستگی هم وجود دارد، چندان کارآمد نیست. ازسوی دیگر کدگذاری<sup>۲</sup> کردن پارامترهای طراحی فراوان به شکل رشته‌های دودویی و سپس رمزگشایی<sup>۳</sup> از آن‌ها در انتهای فرآیند حل، به حافظه‌ی دیجیتال و زمان محاسباتی زیادی نیاز دارد. به ویژه اگر خواسته باشیم این مقادیر را با دقت مضاعف<sup>۴</sup> ذخیره کنیم. [۷]

یک راه حل ساده برای غلبه بر این مشکل، استفاده از مقادیر خام پارامترها به شکل عدد اعشاری و در مبنای ده است. اما با روی آوردن به این رهیافت تازه، نیاز به تعریف دوباره‌ی عملگرهای سه‌گانه‌ی الگوریتم ژنتیک یعنی انتخاب، جابجایی و جهش داریم؛ به گونه‌ای که خروجی این عملگرها هم اعشاری باشند. [۸]

اگرچه، استفاده از الگوریتم ژنتیک همراه با دینامیک سیالات عددی برای دستیابی به حل‌های بهینه، نسبت به روش‌های سنتی مقرون به صرفه‌تر است اما کماکان به صرف وقت زیادی نیاز دارد؛ از این رو و برای افزایش سرعت حل از شبکه‌های عصبی مصنوعی استفاده می‌کنیم. شبکه‌های عصبی با استفاده از روش‌های پردازش موازی اطلاعات و شناسایی الگو که در مغز انسان به کار گرفته می‌شود، در ابتدا به شناسایی و سپس مدل‌سازی رابطه‌ی بین مجموعه‌های مختلف داده‌های ورودی و خروجی می‌پردازد. [۹]

<sup>1</sup> Binary

<sup>2</sup> Encoding

<sup>3</sup> Decoding

<sup>4</sup> Double Precision

در این تحقیق از پرسپترون چندلایه به عنوان مدل شبکه‌های عصبی استفاده شده‌است. مدل آموزش این شبکه، یادگیری همراه با نظارت می باشد که با استفاده از روش حداقل مربعات خطاها به تصحیح خطاهای شبکه می‌پردازد تا به یک نگاشت عددی متشکل از تعدادی عملگر وضرایب وزنی که قابلیت پیش‌بینی مقدار خروجی‌ها (توابع هدف) بر اساس بردار ورودی (پارامترهای طراحی) با دقتی معین را دارا می‌باشد، برسیم. [۱۰]

به این ترتیب پس از آموزش شبکه‌ی عصبی یاد شده، از آن به تنهایی و یا همراه با کد دینامیک سیالات عددی به عنوان حل‌کننده استفاده می‌کنیم که موجب کاهش زمان حل و تسریع همگرایی به سوی حل یا حل‌های بهینه می‌شود. [۱۱]

## فصل دوم

# معرفی روش‌های ریاضی بهینه‌سازی چندهدفه

## ۲-۱- مقدمه

در بسیاری از مسایل مهندسی و علوم معمولاً با تابع هدفی روبه‌رو هستیم که می‌خواهیم آن را بهینه نماییم. مسایل مهندسی با روشهای متفاوتی مورد تحلیل قرار می‌گیرند. روش شیوه های تحلیلی نظیر روش مضارب لاگرانژ<sup>۱</sup> و حساب تغییرات<sup>۲</sup> و شیوه های عددی<sup>۳</sup> نیز مانند روش‌های مبتنی بر گرادیان<sup>۴</sup> و روش‌های تابع جریمه<sup>۵</sup> می‌باشند. در حالت کلی مسایل مهندسی را می‌توان در چارچوب مسایل برنامه ریزی ریاضی به روش‌های مبتنی بر گرادیان و روش‌های جستجوی مستقیم تقسیم نمود، که در روش اول مشتقات تابع هدف و قیدها به همراه مقادیر این توابع برای یافتن طرح بهینه به کار گرفته می‌شود. در برخی از مسایل مهندسی استفاده از روش‌های مبتنی بر گرادیان تابع هدف امکان پذیر است ولی در تعدادی از مسایل یا نمی‌توان از این روش ها استفاده کرد و یا به کارگیری آنها به سادگی امکان پذیر نخواهد بود. ازدیدگاه دیگر می‌توان این روش‌ها را در گروه روش‌های قطعی<sup>۶</sup> یا غیر تصادفی، و روش‌های تصادفی<sup>۷</sup> جای داد. منظور از روش‌های تصادفی روش‌هایی است که از نمونه برداری تصادفی در فضای جستجو یا مدل‌های تصادفی تابع هدف استفاده می‌کنند که در سالهای اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده‌اند و این به دلیل آرایه روش‌های موثری در حل مسایل بهینه سازی مشکل و امکان دستیابی به نقاط

---

<sup>1</sup> Lagrange Multipliers Method

<sup>2</sup> Calculus Of Variations

<sup>3</sup> Numerical Methods

<sup>4</sup> Gradient based Methods

<sup>5</sup> Penalty Function Methods

<sup>6</sup> Deterministic

<sup>7</sup> Stochastic

بهینه کلی می‌باشد. یک نقطه، می‌نیمم نسبی است اگر کمترین مقدار تابع هدف را در همسایگیش داشته باشد، ولی ضرورتی ندارد که کمترین مقدار تابع را در همه فضا داشته باشد. چون ممکن است چندین نقطه بهینه نسبی موجود باشد، بیشتر روش‌های غیر تصادفی دارای این اشکال اساسی هستند که به محض رسیدن به اولین نقطه بهینه محلی متوقف شده و توانایی خروج از این نقطه و حرکت به سوی نقاط بهینه دیگر و در نهایت نقطه بهینه مطلق را ندارند. بنابراین مدت‌هاست که مطالعاتی بر روی الگوریتم‌هایی که بتوانند از نقاط بهینه موضعی بگریزند، آغاز گشته و تاکنون روش‌های متفاوتی ارایه و مورد بررسی قرار گرفته است. در این میان، الگوریتم‌های تصادفی به دلیل عملکرد ساده‌تر و در نتیجه راحتی بیشتر در هنگام اجرا به وسیله رایانه، مورد توجه بیشتری قرار گرفته‌اند که الگوریتم ژنتیک یکی از بهترین آنهاست. با تغییر چیدمان در قالب روش های بهینه‌سازی می‌توان تابع هدف مورد نظر را اکستریم نمود. در ادامه به چندین روش بهینه‌سازی به‌طور خلاصه اشاره شده و سپس الگوریتم ژنتیک بعنوان روش بهینه‌سازی مورد استفاده در این پایان نامه، به تفصیل مورد بررسی قرار خواهد گرفت. [۱۲]

### روش‌های ریاضی بهینه‌سازی چند هدفه

در همه‌ی روش‌های ریاضی بهینه‌سازی چند هدفه که در بخش‌های آینده، شرح داده خواهند شد؛ رهیافتی مشترک به چشم می‌خورد:

در مسایل نامقید،  $n$  متغیر مستقل وجود دارد و می‌توان توابع هدف را برای هر مجموعه از  $n$  عدد ارزیابی کرد. اما در مسایل مقید با افزودن هر یک از قیدهای مساوی، دست‌کم یک متغیر مستقل، اختیاری بودن خود را از دست می‌دهد. بنابراین مساله‌ای با  $m$  قید در  $n$  متغیر، تنها دارای  $(n-m)$  متغیر مستقل خواهد بود. اگر مقادیر برای هر مجموعه‌ی  $(n-m)$  متغیری انتخاب شوند، مقادیر سایر متغیرها توسط  $m$  قید مساوی تعیین می‌شود.

بنابراین در همه‌ی روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه، به لحاظ تئوریک، می‌توان  $m$  قید مساوی را به طور هم‌زمان حل و هریک از  $m$  متغیر وابسته را بر حسب  $n-m$  متغیر دیگر بیان کرد. حال با قرار دادن این بیان‌ها در توابع هدف اصلی، توابع هدف جدیدی به دست می‌آیند که تنها شامل  $n-m$  متغیر است. این توابع هدف جدید به هیچ قیدی مقید نیستند و بنابراین با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی نامقید می‌توان بهینه‌ی آنها را پیدا کرد. [۱۳]

## ۲-۲- روش‌های گرادیان

در حالی که در روش‌های جستجوی مستقیم، تنها از مقادیر تابع هدف به منظور تعیین جهت بهینه‌سازی استفاده می‌شود، روش‌های گرادیان از اطلاعات موجود از محاسبه بردار گرادیان  $F$  نیز استفاده می‌کنند.

$$G = \{\nabla F\} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial X_1}, \dots, \frac{\partial F}{\partial X_n} \right\} = \{0\} \quad (۱-۲)$$

جهت  $G$  در جهت بیشترین نرخ تغییرات  $F$  و مساوی با آن می‌باشد. گرادیان برداری است که در جهت بیشترین صعود می‌باشد و لذا  $-G$  جهت تندترین فرود می‌باشد. با شروع از نقطه داده شده  $X^q$ ، به نظر می‌رسد که بهترین جهت حرکت به منظور کاهش مقدار تابع، جهتی است که تابع سریعتر کاهش می‌یابد. یعنی:

$$X_{q+1} = X_q + \alpha^* \{-G_q\} \quad (۲-۲)$$

که  $G_q$  بردار گرادیان در نقطه  $E_q$  می‌باشد. [۱۴]

### روش تابع جریمه

این روش اولین بار توسط کورانت<sup>۱</sup> پیشنهاد شد. مساله عبارت است از پیدا کردن  $X$  بطوریکه

$$Z = F(X) \rightarrow \min \quad (۳-۲)$$

$$g_j(X) \leq 0 \quad j=1, \dots, m \quad (۴-۲)$$

ایده‌ای که در پشت روش تابع جریمه قرار دارد، بسیار ساده است. در این روش به تابع هدف اصلی، عبارت‌های جریمه‌ای مربوط به قیود اضافه می‌شوند. تابع جریمه  $\psi(X, r)$  تعریف می‌شود و مساله عبارت می‌شود از می‌نیمم کردن تابع زیر:

$$\psi(X, r) = F + r \sum_{j=1}^m G(g_j) \quad (۵-۲)$$

تابع  $G$  طوری انتخاب می‌شود که اگر فرایند می‌نیمم‌سازی برای چند مقدار متوالی  $r$  انجام شود، جواب‌ها به جواب‌های مساله مقید همگرا شوند. ضریب  $r$  نقش وزندهی بین تابع هدف و عبارات جریمه‌ای را دارد و اغلب پارامتر جریمه و یا فاکتور پاسخ نامیده می‌شود. رویه‌های  $\psi$  نیز متناظر سطوح پاسخ نامیده می‌شود. روش تابع جریمه به دو دسته تقسیم می‌شود:

(۱) روش تابع جریمه داخلی<sup>۲</sup>: در این روش همه جواب‌های واسط، در محدوده شدنی طرح قرار دارند و از سمت داخل به سمت جواب‌ها همگرا می‌شوند.

(۲) روش تابع جریمه خارجی: در این روش، همه جواب‌های واسط در ناحیه نشدنی طرح قرار دارند و از خارج ناحیه شدنی، به سمت جواب همگرا می‌شوند. [۱۵]

<sup>۱</sup> R. Courant

<sup>۲</sup> Interior Penalty (Barrier)- Function Method



با توجه به اینکه مساله بهینه‌سازی چه شرایطی را باید ارضا کند، انواع مختلفی از بهینه‌سازی وجود دارد:

(۱) تک هدفه<sup>۱</sup>

(۲) دو یا چند هدفه<sup>۲</sup>

بهینه‌سازی تک منظوره بهینه‌سازی است که در آن فقط یک هدف دنبال می‌شود. در بهینه‌سازی چند منظوره، بیش از یک هدف مورد نظر طراح است. مساله بهینه‌سازی چند منظوره بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \max \{ & F_i(x) \}, \quad i = 1, 2, \dots, i \\ h_j(x) &= 0, \quad j = 1, 2, \dots, j \\ g_k(x) &\leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, k \end{aligned} \quad (۶-۲)$$

که در آن  $x = \{x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n\}$ . معمولاً این مسائل را به حالت بهینه‌سازی تک منظوره تبدیل می‌کنند، یا اینکه از روشهای بهینه‌سازی چند منظوره برای حل آنها استفاده می‌کنند. [۱۶]

۴ ۲ - روش‌های ریاضی بهینه‌سازی چندهدفه

۴ ۲ - روش قید  $\epsilon$

در این روش با نگهداشتن یکی از معیارها و محدود کردن بقیه معیارها در مقادیر تعریف شده توسط شخص استفاده کننده مساله بصورت زیر درخواهد آمد.

<sup>1</sup> Single objective

<sup>2</sup> Multi objective

$$\min(f_\mu(x))$$

$$f_m(x) \leq \varepsilon_m, m = 1, 2, \dots, M, m \neq \mu$$

$$g_j(x) \geq 0, j = 1, 2, \dots, J$$

$$h_k(x) = 0, k = 1, 2, \dots, K$$

(۷-۲)

در فرمولاسیون بالا پارامتر  $\varepsilon_m$  بیانگر حد بالای  $f_m$  بوده و لزوماً به معنی عدد کوچکی نزدیک صفر

نیست. به عبارت دیگر  $f_2$  را به عنوان یک معیار حفظ می‌کنیم و با  $f_1$  به عنوان یک قید رفتار

می‌کنیم. [۱۷]

### روش تابع برازندگی

در روش تابع برازندگی، استفاده کننده یک تابع برازندگی ریاضی  $U: R^M \rightarrow R$  تعریف می‌کند که

مرتبط کننده تمام  $M$  معیار می‌باشد، تابع برازندگی باید در کل فضای جستجوی ممکن ارزشمند باشد.

پس شرایط ماکزیمم کردن تابع برازندگی بصورت زیر است.

$$\max(U(f(x)))$$

$$g_j(x) \geq 0, j = 1, 2, \dots, J$$

$$h_k(x) = 0, k = 1, 2, \dots, K$$

(۸-۲)

که در اینجا  $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_M(x))^T$  می‌باشد. تابع برازندگی معمولاً تابعی غیر خطی از

معیارها انتخاب می‌شود. اگر اطلاعات کافی از تابع برازندگی در دسترس باشد این ایده ساده و ایده‌آل

است. روش تابع برازندگی در عمل برای تحلیل مسائل چند جانبه با مجموعه ای گسسته از حلهای

ممکن استفاده می‌شود. [۱۸]

### روش دو سطحی

روش بهینه‌سازی دو سطحی حالت خاصی از روش چند سطحی می‌باشد که در آن، فرآیند بهینه‌سازی طی دو مرحله انجام می‌شود. در یک مرحله ضخامت لایه‌ها ثابت است و زاویه الیاف تغییر می‌نماید و در مرحله بعد با ثابت نگهداشتن زاویه الیاف، ضخامت لایه‌ها تغییر می‌کند. روش دو سطحی در فرآیند بهینه‌سازی با دو تابع هدف و یا با یک تابع هدف و یک تابع قید بکار می‌رود. با افزایش تعداد تابع هدف و تابع قید، تعداد مراحل بهینه‌سازی افزایش می‌یابد که در این حالت به روش بهینه‌سازی، چند سطحی گفته می‌شود. [۱۹]

### روش چند معیاری<sup>۱</sup>

با استفاده از روش چند معیاری می‌توان چیدمان لایه‌ها را در سازه‌های کامپوزیتی تحت چندین نوع بارگذاری، بهینه نمود. برای این منظور پارامترهایی که بیانگر از هم گسیختگی سازه کامپوزیتی می‌باشند، در هر یک از شرایط بارگذاری محاسبه می‌شوند و به عنوان معیار به کار می‌روند. روش چند معیاری در حالتی که دو نوع بارگذاری و دو نوع شکست در مساله مطرح باشد، تحت عنوان روش دو معیاری<sup>۲</sup> بیان می‌گردد. [۲۰]

---

<sup>1</sup> Multi criterion

<sup>2</sup> Bi criterion

## ۲-۳-۲- روش سیمپلکس<sup>۱</sup>:

روش بهینه سازی سیمپلکس در مسائلی که فاقد تابع قید هستند بکار می‌رود و یک فرآیند جستجوی مستقیم می‌باشد. در هر جستجو تنها مقدار تابع هدف محاسبه می‌شود. در صورتیکه مقادیر محاسبه شده برای تابع هدف نزدیک بهم بوده و تغییرات ناگهانی نداشته باشد، محدوده بهینه بدست آمده است. روش بهینه‌سازی سیمپلکس به‌طور کلی شامل مراحل زیر می‌باشد:

- (۱) محاسبه مقادیر تابع هدف در یک مسیر خاص و مقایسه این مقادیر با یکدیگر.
  - (۲) اعمال اپراتورهای جستجوگر که عبارتند از: انقباض<sup>۲</sup>، انبساط<sup>۳</sup>، انعکاس<sup>۴</sup> و اکستریم نمودن تابع هدف.
  - (۳) تغییر مسیر جستجو و کنار گذاشتن مسیر قبلی در صورتی که مساله در بند دوم همگرا نشود.
- در روش سیمپلکس مقادیر نامطلوب برای هدف، یکی پس از دیگری کنار گذاشته می‌شود تا مقدار بهینه بدست آید. انتخاب مسیر جستجو بر مبنای مسیر اولیه و مقادیر تابع هدف صورت می‌پذیرد. [۲۱]

---

<sup>1</sup> Simplex

<sup>2</sup> Contraction

<sup>3</sup> Expansion

<sup>4</sup> Reflection