



دانشگاه کاشان
دانشکده مهندسی
گروه مکانیک

پایان نامه

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی مکانیک-تبدیل انرژی

عنوان:

**بررسی عددی تاثیر میدان مغناطیسی بر میدان جریان و انتقال
حرارت در یک محفظه بسته حاوی مواد متخلخل**

استاد راهنما:

دکتر قنبر علی شیخزاده

استاد مشاور:

دکتر علی اکبر عباسیان آرانی

به وسیله:

محمد علی اکبری میان محله

بهمن ماه ۱۳۹۰

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

به نام خداوند بخشنده مهربان

تقدیم ہے:

پدر و مادر عزیزم

تشکر و قدردانی

انجام پایان نامه حاضر، بعد از لطف و عنایت الهی که در همه حال دست توانایش بازیگر است، مدیون تلاش افراد بی شماری بوده که بدین وسیله دوستی و سپاس بی پایان خود را به آنان تقدیم می‌کنم.

از استاد راهنمای گرامی، **جناب آقای دکتر شیخ زاده** که آموزش و راهنمایی‌های ایشان، چه در کلاس‌های درس و چه در مراحل مختلف، نقش مهمی در پیشبرد هرچه بهتر این پایان نامه داشته است، کمال تشکر را دارم و آرزوی توفیق روز افزون را در همه زمینه‌ها برای ایشان از خداوند منان خواستارم.

از استاد ارجمند **جناب آقای دکتر علی‌اکبر عباسیان** آرانی که راهنمایی‌های ایشان، نقشی مهم در یادگیری مطالب و پیشبرد هرچه بهتر این پایان نامه ایفا کرد، نهایت تشکر را دارم.

از داوران محترم پایان نامه، **آقایان دکتر سید عبدالمهدی هاشمی و مجید سبزوپوشانی** که زحمت مطالعه و داوری این پایان نامه را بر خود هموار کردند و از نظرات و پیشنهادات خود اینجانب را بهره مند ساختند، بی‌نهایت سپاسگزارم.

همچنین از **جناب آقای دکتر محسن جاوری** که از سوی بخش تحصیلات تکمیلی دانشگاه استاد ناظر بنده در جلسه دفاع بودند، صمیمانه تشکر می‌نمایم.

چکیده:

انتقال حرارت جابجایی طبیعی، آرام و پایا، در داخل یک محفظه مربعی یا چهارگوش حاوی مواد متخلخل تحت اثر میدان مغناطیسی، بصورت دوبعدی مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی تحت شرایط مرزی حاکم و استفاده از روش حجم محدود حل شده‌اند. برای گسسته‌سازی جملات پخش از طرح تفاضل مرکزی و جمله جابجایی از طرح قائده توانی استفاده شده و ارتباط میدان سرعت و فشار با استفاده از الگوریتم سیمپلر برقرار شده است. در ادامه با توجه به هندسه حل و شرایط مرزی کد کامپیوتری موجود اصلاح و آماده شده است. اعتبار نتایج عددی با مقایسه نتایج به‌دست آمده و نتایج مطالعات پیشین بررسی شده‌است. در این مطالعه با توجه به هندسه مسئله، دیواره پایینی و بالایی عایق بوده و دیواره-های عمودی در دمای سرد قرار دارند. همچنین یک منبع گرم با ابعاد ثابت در مرکز محفظه قرار گرفته است. نسبت طول منبع گرم میانی به طول محفظه (W/L)، $0/5$ در نظر گرفته شده است. خواص فیزیکی به غیر از دانسیته در جمله بویانسی ثابت و از تقریب بوزینسک استفاده شده است. همچنین فرض شده است که دمای فاز سیال و جامد برابر است و تعادل گرمایی محلی وجود دارد. انتقال مومنتوم در محیط متخلخل، براساس مدل عمومی غیر داریسی بوده و فرض تخلخل بالا نیز در نظر گرفته شده است. مسئله برای عدد پرانتل $0/71$ ، محدوده عدد رایلی از 10^4 تا 10^6 ، عدد داریسی بین 10^{-3} تا 10^{-6} و همچنین عدد هارتمن از 0 تا 100 حل شده است. خطوط جریان و دما ثابت برای مقادیر مختلف این اعداد رسم شده‌اند و به کمک آنها الگوی جریان و دما درون محفظه مورد بررسی قرار گرفته‌اند. برای بررسی دقیقتر تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب تغییرات اعداد داریسی و رایلی رسم شده است. نتایج حاکی از آنست که اثر بازدارنده میدان مغناطیسی با افزایش هارتمن، باعث کاهش انتقال حرارت می‌گردد. همچنین با افزایش داریسی، مقاومت اعمالی از طرف محیط متخلخل بر جریان سیال کاهش یافته و قدرت چرخش سیال، افزایش می‌یابد. در تمام مقادیر رایلی، روند افزایشی با افزایش میزان نفوذپذیری ماده متخلخل وجود دارد. میزان عدد ناسلت متوسط نیز با افزایش عدد رایلی افزایش می‌یابد.

کلمات کلیدی: جابجایی طبیعی، محیط متخلخل، هیدرودینامیک مغناطیسی، محفظه دوبعدی

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
د	فهرست شکل‌ها
و	فهرست جدول‌ها
ز	فهرست علائم و نشانه‌ها
۱	فصل اول
۲	فصل ۱- مقدمه
۲	۱-۱- مقدمه
۴	۲-۱- مروری بر کارهای گذشته
۱۰	۳-۱- هدف و موضوع تحقیق
۱۱	۴-۱- روش انجام تحقیق
۱۲	فصل دوم
۱۲	فصل ۲- محیط متخلخل
۱۳	۱-۲- مقدمه
۱۴	۲-۲- تعریف محیط متخلخل
۱۶	۱-۲-۲- تخلخل
۱۸	۲-۲-۲- سرعت تراوش و رابطه پیوستگی
۱۹	۳-۲-۲- رابطه مومنتوم : معادله داریسی
۱۹	۴-۲-۲- قابلیت نفوذ
۲۳	۳-۲- روش متوسط حجمی
۲۸	فصل سوم
۲۸	فصل سوم- هیدرودینامیک مغناطیسی
۲۹	۱-۳- مقدمه
۳۰	۲-۳- میدان مغناطیسی
۳۲	۳-۳- عدد رینولدز مغناطیسی
۳۳	۴-۳- نیروی لورنتز و قانون اهم
۳۳	۵-۳- عدد هارتمن
۳۴	۶-۳- کاربردهای میدان مغناطیسی

۳۵ ۳-۶-۱- هیدرودینامیک مغناطیسی در متالوژی
۳۵ ۳-۶-۲- شتاب دهنده‌ها، مولدهای قدرت
۳۶ فصل چهارم
۳۶ فصل چهارم- معادلات حاکم بر جریان سیال و انتقال حرارت
۳۷ ۴-۱- مقدمه
۳۷ ۴-۲- معادلات کلی حاکم
۳۹ ۴-۳- تاثیر محیط متخلخل
۴۰ ۴-۴- تاثیر میدان مغناطیسی
۴۲ ۴-۵- اعداد بی بعد
۴۲ ۴-۵-۱- عدد پرانتل
۴۲ ۴-۵-۲- عدد ناسلت
۴۳ ۴-۵-۳- عدد رایلی
۴۳ ۴-۵-۴- عدد دارسی
۴۳ ۴-۵-۵- عدد هارتمن
۴۴ ۴-۶- بی بعد کردن معادلات
۴۴ ۴-۷- محاسبه ضریب انتقال حرارت NU محلی و متوسط:
۴۶ فصل پنجم
۴۶ فصل پنجم- حل عددی
۴۷ ۵-۱- مقدمه
۴۸ ۵-۲- روش عددی
۵۱ ۵-۳- روش‌های تعیین معادلات انفصال
۵۱ ۵-۳-۱- روش اختلاف محدود
۵۲ ۵-۳-۲- روش اجزا محدود
۵۳ ۵-۳-۳- روش حجم محدود
۵۴ ۵-۴- بدست آوردن معادلات انفصال دوبعدی در روش حجم محدود
۵۸ ۵-۵- محاسبه میدان جریان
۵۹ ۵-۵-۱- شبکه جابجا شده
۶۱ ۵-۵-۲- الگوریتم سیمپل

۶۲ ۵-۵-۳- الگوریتم سیمپلر
۶۲ ۵-۶- نحوه اعمال منبع گرم در وسط محفظه
۶۳ ۵-۷- نحوه اعمال شرایط مرزی
۶۳ ۵-۷-۱- شرایط مرزی سرعت
۶۴ ۵-۷-۱-۱- مولفه افقی سرعت u
۶۴ ۵-۷-۱-۲- مولفه عمودی سرعت v
۶۴ ۵-۷-۲- شرایط مرزی دما
۶۵ ۵-۸- برنامه کامپیوتری
۶۶ فصل ششم
۶۶ فصل ششم - نتایج
۶۷ ۶-۱- مقدمه
۶۸ ۶-۲- انتخاب شبکه مناسب
۷۰ ۶-۳- بررسی صحت عملکرد برنامه کامپیوتری
۷۰ ۶-۳-۱- مقایسه نمودار تابع جریان و دما در یک محفظه تحت شرایط مختلف مرزی حاکم
۷۲ ۶-۳-۲- مقایسه نمودار تابع جریان و دما در یک محفظه با محیط متخلخل
۷۳ ۶-۴- بررسی اثر پارامترهای مختلف بر جریان سیال و انتقال حرارت
۸۳ فصل هفتم
۸۳ ۷-۱- جمع بندی و ارائه پیشنهادات
۸۴ ۷-۱-۱- مقدمه
۸۴ ۷-۲- جمع بندی
۸۵ ۷-۳- پیشنهادات
۸۶ فهرست مراجع

فهرست شکل‌ها

صفحه

عنوان

۱۱	شکل ۱-۱: هندسه مسئله مورد نظر
۱۴	شکل ۱-۲: شکل شماتیک یک محیط متخلخل (حجم نماینده) [۱۶]
۱۵	شکل ۲-۲: محیط متخلخل طبیعی. (A) ماسه ساحل، (B) سنگ ریگی، (C) سنگ آهک، (D) نان گندمی، (E) چوب، (F) ریه انسان [۱۶]
۱۵	شکل ۳-۲: سمت چپ) مواد متخلخل گرانولار مورد استفاده در صنایع ساختمانی، کروی شکل با قطر ۰/۵ cm، سمت راست) سنگ آهک شکسته شده به اندازه ۱ cm. [۱۶]
۵۴	شکل ۱-۵: حجم کنترلی برای وضعیت دوبعدی [۲۶]
۶۰	شکل ۲-۵: مکان‌های جابه‌جا شده برای u و v [۲۶]
۶۳	شکل ۳-۵: نمایش شبکه به کار گرفته شده
۶۸	شکل ۱-۶: (الف) نمودار تابع جریان، (ب) نمودار خطوط همدمای برای ۲۱×۲۱، ۴۱×۴۱، ۶۱×۶۱، ۸۱×۸۱، ۱۰۱×۱۰۱
۶۹	شکل ۲-۶: (الف) نمودار دمای بی بعد روی خط عمودی میانی محفظه، (ب) دمای بی بعد روی خط افقی میانی محفظه
۷۰	شکل ۳-۶: تغییرات عدد ناسلت متوسط روی دیوار عمودی بر حسب تعداد نقاط شبکه ...
۷۱	شکل ۴-۶: مقایسه بین خطوط جریان و دما کار حاضر و مرجع [۲۷]
۷۲	شکل ۵-۶: مقایسه بین خطوط جریان و دما کار حاضر و مرجع [۵]
۷۴	شکل ۶-۶: نمودار تابع جریان و خطوط همدمای برای مقادیر مختلف عدد هارتمن در $Ra=10^3$ و $Da=10^{-3}$
۷۴	شکل ۷-۶: نمودار تابع جریان و خطوط همدمای برای مقادیر مختلف عدد هارتمن در $Ra=10^4$ و $Da=10^{-3}$
۷۵	شکل ۸-۶: نمودار تابع جریان و خطوط همدمای برای مقادیر مختلف عدد هارتمن در $Ra=10^5$ و $Da=10^{-3}$
۷۵	شکل ۹-۶: نمودار تابع جریان و خطوط همدمای برای مقادیر مختلف عدد هارتمن در $Ra=10^6$ و $Da=10^{-3}$
۷۷	شکل ۱۰-۶: نمودار تابع جریان و خطوط همدمای برای مقادیر مختلف عدد داریسی در $Ra=10^5$ و $Ha=50$

- شکل ۱۱-۶: تغییرات مقدار قدرمطلق تابع جریان ماکزیمم بر حسب عدد دارسی در رایلی‌های مختلف ۷۸
- شکل ۱۲-۶: تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب عدد دارسی در رایلی‌های مختلف ۷۸
- شکل ۱۳-۶: نمودار خطوط همدمما و تابع جریان برای مقادیر مختلف عدد رایلی در $Ha=50$ و $Da=10^{-4}$ ۸۰
- شکل ۱۴-۶: نمودار تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب عدد رایلی در هارتمن‌های مختلف و عدد دارسی (الف) 10^{-3} ، (ب) 10^{-4} و (ج) 10^{-6} ۸۱

فهرست جدول‌ها

صفحه	عنوان
۱۸	جدول ۱-۲- خصوصیات تعدادی از مواد متخلخل [۱۶]
۲۱	جدول ۲-۲- قابلیت نفوذ انواع خاک [۱۹]
۳۱	جدول شماره ۱-۳- مقادیر تقریبی بعضی میدان‌های مغناطیسی [۲۶]
۵۵	جدول ۱-۵- مقادیر Γ و ϕ برای معادله دیفرانسیلی کلی حاکم بر جریان سیال و انتقال حرارت
۷۹	جدول ۱-۶- عدد ناسلت متوسط در رایلی 10^6 برای هارتمن‌های مختلف (۰-۵۰) و اعداد دارسی 10^{-3} و 10^{-4}
۷۹	جدول ۲-۶- بیشترین مقدار قدرمطلق تابع جریان در رایلی 10^6 برای هارتمن‌های مختلف (۰-۵۰) و اعداد دارسی 10^{-3} و 10^{-4}
۸۲	جدول ۳-۶- عدد ناسلت متوسط برای هارتمن‌های مختلف (۰-۵۰) و محدوده عدد رایلی (10^3-10^6) در دارسی 10^{-3}
۸۲	جدول ۴-۶- بیشترین مقدار قدرمطلق تابع جریان برای هارتمن‌های مختلف (۰-۵۰) و محدوده عدد رایلی (10^3-10^6) در دارسی 10^{-3}

فهرست علائم و نشانه‌ها

c_p	ظرفیت گرمایی ویژه (J/kg K)
Da	عدد دارسی
g	شتاب گرانش (m/s^2)
h	ضریب انتقال حرارت جابجایی ($W/m^2 K$)
Ha	عدد هارتمن
k	ضریب هدایت حرارتی ($W/m K$)
L	طول محفظه مربعی (m)
Nu	عدد ناسلت متوسط
Nu_y	عدد ناسلت موضعی
p	فشار (Pa)
Pr	عدد پرانتل، ν_f/α_f
Ra	عدد رایلی
T	دما (K)
T_{max}	ماکزیمم دمای بر روی منبع گرم (K)
T_c	دمای دیواره سرد (K)
ΔT	اختلاف دما، $T_{max}-T_c$
u, v	سرعت در جهت افقی و عمودی (m/s)
U, V	سرعت بدون بعد در جهت عمودی و افقی
x, y	مختصات کارتیزین (m)
X, Y	مختصات بدون بعد کارتیزین، $x/L, y/L$

فهرست علائم یونانی

α	پخش حرارتی (m^2/s)
β	ضریب انبساط حرارتی ($1/K$)
μ	ویسکوزیته دینامیکی (kg/ms)
ρ	چگالی (kg/m^3)
Θ	دمای بدون بعد
ψ	تابع جریان
$ \psi _{\max}$	بیشترین مقدار قدرمطلق تابع جریان

زیرنویس

f	سیال خالص
s	فاز جامد
p	ذره جامد
eff	موثر، معادل
max	بیشینه
opt	بهینه

فصل اول

مقدمه

فصل اول

مقدمه

۱-۱- مقدمه

با گذشت زمان و پیشرفت روز افزون علوم، دریچه‌های جدیدی به سوی بشر گشوده شده است. از یک سو کنجکاوی انسان در محیط اطرافش و تلاش او در جهت دستیابی و کشف رموز و فنون جهان هستی و از سوی دیگر اهمیت دانستن منجر به پدید آمدن رشته‌های متنوع و بسیار زیادی در زمینه‌های گوناگون گردیده است. انسان برای رسیدن به زندگی بهتر و با پی بردن به این حقیقت که پاسخ تمام خواسته‌هایش در اطراف او وجود دارد و همچنین برای استفاده بهینه از جهان پیرامون خود و حفظ آن برای نسل آینده‌اش، نیازمند بررسی چگونگی و چرایی بسیاری از پدیده‌ها است. رشد بی رویه جمعیت روی کره زمین و استفاده بدون حساب و کتاب از منابع متنوع و پایان پذیر انرژی، لزوم شناخت، آشنایی و برنامه ریزی دقیقتر را بیش از پیش نمایان می‌سازد. رفته رفته با افزایش حجم علوم و آگاهی‌ها، نیاز به طبقه‌بندی و مرتب نمودن آنها احساس شد و رشته‌های گوناگون علمی و پژوهشی بوجود آمد. رشته‌هایی همچون علوم تجربی، مهندسی و انسانی از هم جدا شدند و هر کدام به تنهایی شاخه‌ای بزرگ را تشکیل دادند. در این میان رشته‌های مهندسی که بر پایه روابط ریاضی بنا شدند و به انسان در شناخت مواد و قوانین حاکم بر آنها، کمک می‌کنند، از اهمیت خاصی برخوردار شد.

یکی از شاخه‌های بسیار مهم در رشته‌های مهندسی و علوم ریاضی، بررسی چگونگی جریان سیال و همچنین پدیده‌های انتقال انرژی در آن است. این موضوعات برای محققان، فضایی باز و گسترده می‌باشد و منجر به یافتن حقایقی شده است که نقش مهمی در زندگی و کاربردهای تکنولوژیکی ایفا می‌کنند. مسایلی همچون جریان خون درون رگ، دفع و یا دریافت حرارت

توسط موجودات زنده، چگونگی انتقال گرما از یک منبع انرژی به محیط اطرافش، چگونگی عبور آب از میان لایه‌های مختلف در زیر زمین، توجیه گرمایش و یا سرمایش یک سیال در مجاورت سیال دیگر و غیره تنها نمونه‌هایی برای بیان گستردگی موضوعات هستند. در این میان یکی از شاخه‌های قابل توجه در علوم مهندسی مربوط به انتقال حرارت و جریان سیال، مطالعه این پدیده‌ها در محیط متخلخل پیوسته است. تحقیقات تئوری و کاربردی در جریان سیال، انتقال گرما و انتقال جرم در محیط متخلخل در سه دهه گذشته توجه بیشتری را به خود جلب کرده است. در بسیاری از کاربردهای مهندسی، اهمیت این تحقیقات خود را نشان می‌دهد. تاکنون پیشرفت‌های بزرگی در مدل سازی جریان سیال، انتقال حرارت و انتقال جرم در محیط متخلخل بدست آمده است که دادن تصویری روشن از بعضی پدیده‌های انتقال فیزیکی مهم را نیز شامل می‌شود.

مثال‌های متنوعی از کاربرد و نقش محیط متخلخل در صنایع و احتیاجات تکنولوژیکی وجود دارد که می‌توان بعنوان مثال به زمینه‌های زیر اشاره کرد:

- **مهندسی نفت:** صخره‌ها و مخازن زمینی مانند محیطی متخلخل نفت خام و گاز طبیعی را در خود ذخیره می‌کنند.
- **مهندسی شیمی:** مواد متخلخل به عنوان بسترهای کاتالیزگر و انواع فیلتر به کار می‌روند.
- **علوم خاک:** خاک به عنوان محیط متخلخل آب و مواد غذایی مورد نیاز گیاهان را در خود نگاه داشته و انتقال می‌دهد.
- **علوم آب:** ماده متخلخل بصورت لایه‌های حمل کننده و ذخیره کننده آب عمل می‌کنند.

این موارد کاربردهای کلی مواد متخلخل در علوم طبیعی، صنایع، پالایشگاهها و غیره می‌باشد و بشر تنها توانسته به بخشی از علوم و قوانین مربوط به آنها دست پیدا کند و برای تسلط کامل بر آنها راه درازی در پیش است.

همانطور که گفته شد در این زمینه کارهای تحقیقاتی آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی بسیاری انجام گرفته است و رفته رفته هر کدام ذره‌ای به دانش بشر افزوده‌اند. دانشمندان و محققانی مانند داری، برینکمن، فورشیمر، دوپویت، وفایی، کاویانی، نیلد و... در این راستا تلاش‌های بسیاری کرده‌اند و معادلات و قوانین ارزشمندی را نیز ارائه کرده‌اند که امروزه حاصل این زحمات، بصورت دست نوشته‌ها، کتابها و مقالات، به دست ما رسیده است.

۱-۲- مروری بر کارهای گذشته

در این بخش مجموعه کارهای مطالعاتی انجام شده تا کنون در زمینه انتقال حرارت و جریان سیال درون محیط متخلخل و مرتبط با موضوع پایان نامه بصورت اجمالی مرور می‌شود.

انتقال حرارت جابجایی در داخل یک محفظه مربعی یا چهارگوش برای محققان مسئله جدیدی نیست و نتایج آزمایشگاهی، عددی و تحلیلی مختلف و ارزشمند در بسیاری از کاربردهای مهندسی، شامل سرمایش و گرمایش اتاقها، خنک‌کاری تجهیزات الکترونیکی و هسته‌ای و غیره در دو سه دهه گذشته به چاپ رسیده است. همچنین محققان به موضوع انتقال حرارت جابجایی در محفظه با محیط متخلخل در سالهای اخیر بطور گسترده‌ای پرداخته‌اند. همانطور که گفته شد کاربردهای بسیار و درگیر بودن مستقیم با زندگی انسانها باعث توجه بسیار به موضوعاتی از این قبیل و صرف وقت و انرژی در این زمینه شده است. بسترهای بسته کروی، عایق‌های با راندمان بالا برای ساختمان‌ها، رآکتورهای کاتالیزی شیمیایی، مخازن غلات، مسائل مربوط به ژئوفیزیک، روابط گسترش آلودگی‌های زیرزمینی، کلکتورهای با توان خورشیدی، سیستم‌های گرمایش زمینی، بهره‌وری انرژی، سرمایش و گرمایش اتاقها، خنک‌کاری تجهیزات الکترونیکی و هسته‌ای، دفع گرما از رآکتورهای هسته‌ای، خنک‌کاری کانتینرهای رادیواکتیو، مبدل‌های حرارتی، فرآیندهای غذایی، فرآیندهای خشک‌کردن، استخراج نفت، رشد کریستالی، تجهیزات فرآیند شیمیایی، تولید شیشه شناور، تکنولوژی روانکاری و خشک کردن جامدهای متخلخل از مهمترین کاربردهای محیط‌های متخلخل در صنایع، کارخانه‌ها، پالایشگاه‌ها و غیره است. تاریخچه‌ای از دانش موجود در این سیستم‌ها برپایه انتقال در سیستم‌های متجانس موجود است. پایه وسیع دانش در این زمینه، در نگاه اول به ما یک دید از انتقال حرارت و

جریان سیال می‌دهد که تاریخ بسیار طولانی تر نسبت به نوشته های در این زمینه دارد. مثلاً کتاب داریسی که اساس کار او روی جریان آب از میان یک بستر ماسه‌ای بود (یک کاربرد فیلتراسیون آب)، در ۱۸۵۶ به چاپ رسید. در آن زمان جریان تنها تکفاز آب در لوله توسط هاگن و پوسوله بررسی شده بود، کسانی که از مکانیک سیالات که زودتر توسط ناویراستوکس و پواسون و دیسینت ونان گسترش یافته بود، استفاده کردند [۱]. در سال‌های اخیر نیز افراد بسیاری در این زمینه به مطالعه پرداخته‌اند.

از زمان داریسی، بسیاری از پالایشگاهها برای مدل سازی جریان سیال تکفاز و انتقال حرارت در محیط متخلخل اشباع، تحت اثرات اینرسی، افت‌های مرزی و پخش ویسکوزیته و اثرات اضافی مانند این که به علت چرخش یا میدان مغناطیسی و یا ناشی از انتقال حرارت تشعشی بودند، معادلاتی ایجاد کردند. شنوی^۱ در سال ۱۹۹۴ لیستی دو صفحه‌ای از کاربردهای موضوعات حاضر با تیتیر بیومکانیک، مهندسی صنایع، مهندسی مکانیک، مهندسی شیمی، تکنولوژی غذا، ژئوفیزیک، تکنولوژی آب زمینی، مهندسی صنایع، مهندسی مکانیک، مهندسی نفت، و مکانیک خاک ارائه کرده است. مشاهدات هنری داریسی در سال ۱۸۵۶ روی تامین آب عمومی در دیجون و آزمایشهایی روی جریان حالت پایدار جهت غیر محوری، باعث شد قانون داریسی را پیشنهاد دهد. در واقع قانون داریسی به این معنی است که نیروی دراگ بصورت خطی با سرعت تناسب دارد. این قانون برای سرعت‌های پایین صادق است (وقتی عدد رینولدز بر اساس مقیاس قطر سوراخ، کمتر از ۱ است). اگرچه این قانون برای سرعت‌های بالا از اعتبار می‌افتد و برقرار نمی‌باشد، دوپویت^۲ در سال ۱۸۶۳ و فورشیمیر^۳ در سال ۱۹۰۱ بصورت تجربی یافتند که برای سرعت‌های بالاتر، نیروی دراگ یک تابع درجه ۲ از سرعت است و جزئیات محاسبه تاریخی این موضوع بوسیله لاگه^۴ در سال ۱۹۹۸ ارائه شده است و رابطه‌ای که در حالت عادی به رابطه فورشیمیر معروف شده است، در واقع باید رابطه دوپویت-داریسی نامیده شود [۲].

۱) Shenoy

۲) Dupuit

۳) Forchheimer

۴) Lage

در سال ۱۹۸۵ تانگ و سوبرامانیان [۳] انتقال حرارت جابجایی طبیعی پایا در یک محفظه مربعی که به یک ناحیه پر از سیال و یک ناحیه حاوی محیط متخلخل اشباع، تقسیم شده بود را مطالعه نموده‌اند. دو ناحیه با یک دیواره عمودی غیر قابل نفوذ از هم جدا شده بود، بنابراین دو محفظه مجزا که دارای یک دیوار مشترک بودند مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات برای هر قسمت بصورت مجزا نوشته و حل شده است. برای قسمت متخلخل از مدل داریسی تغییر یافته استفاده می شود که این مدل به بسط برینکمن منجر می‌شود و شرط عدم لغزش را ارضا خواهد کرد. نتایج این مطالعه در بهینه نمودن استفاده و طراحی از عایق‌ها کاربرد بسیاری دارد.

سعید [۴] جابجایی طبیعی در درون محفظه‌ای حاوی ماده متخلخل را که بر روی دیواره پایینی آن یک چشمه گرمایی قرار گرفته و دمای آن بصورت سینوسی تغییر می‌کند، بصورت عددی با روش حجم محدود مطالعه کرده است. وی برای مدل‌سازی از مدل داریسی استفاده کرده و مسئله را برای اعداد رایلی ۲۰ تا ۵۰۰ حل کرده است. همچنین در کار او اثر تغییر دامنه موج سینوسی دما بر میدان جریان و انتقال حرارت نیز بررسی شده است.

در سال ۲۰۰۶، باساک و همکاران [۵]، جابجایی طبیعی درون یک محفظه حاوی ماده متخلخل را با بهره‌گیری از روش المان محدود مطالعه کردند. آنها برای حل عددی از روش المان محدود گلرکین و روش پنالتی بهره‌گرفته‌اند و نتایج بصورت نمودارهای کانتور تابع جریان و دما و همچنین عدد ناسلت محلی و میانگین ارائه و روی آنها بحث شده است. در این کار از مدل داریسی-فورشیمر استفاده شده و اثر شرایط مرزی مختلف بر جابجایی درون محفظه مربعی برای اعداد داریسی، رایلی و پرانتل مختلف مورد مطالعه قرار گرفت. همچنین با تغییر پروفیل دمای دیواره پایینی از حالت ثابت به حالت سینوسی، تاثیر آن بر جابجایی آزاد نیز بررسی شد.

ساتیش کالوری و باساک [۶]، به مطالعه جابجایی طبیعی درون یک محفظه با محیط متخلخل که با سیالات مختلفی پر می‌شود، با استفاده از مدل غیر داریسی پرداخته‌اند. آنها اثر شرایط مرزی را بر انتقال حرارت و جریان سیال در پنج حالت مختلف بررسی و مقایسه نمودند. سه حالت آن متقارن و چهارمین حالت، یک حالت نامتقارن می‌باشد. در نهایت نیز حالت پنجم

که یک حالت عمومی تر می باشد، بررسی شده و نتایج آن با بقیه حالتها مقایسه گردیده است. تمام حالتها برای محدوده‌ای از پارامترهای مهم و تاثیر گذار بر میدان جریان و انتقال حرارت، مانند عدد دارسی، عدد پرانتل و عدد رایلی بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که در عدد رایلی پایین جریان گرما و انتقال حرارت بصورت هدایت ضعیف است. اما در رایلی بالا جابجایی افزایش می‌دهد.

باساک و همکاران [۷]، در تحقیقی دیگر جریان جابجایی در محفظه دوزنقه‌ای حاوی ماده متخلخل را مطالعه نموده‌اند. آنها اثر تغییر زاویه دیوارهای عمودی محفظه با افق بر جابجایی را بررسی نموده‌اند. در این کار، اثر تغییر عدد رایلی ($10^3 < Ra < 10^6$)، استفاده از سیالات مختلف با تغییر عدد پرانتل ($0.026 < Pr < 988.24$) و عدد دارسی ($10^{-5} < Da < 10^{-3}$) بررسی شده است. مشاهده شده است که انتقال حرارت در مقادیر پایین دارسی بصورت هدایت و در مقادیر بالاتر به سمت انتقال حرارت جابجایی می‌رود.

محمود و فریزر [۸] نیز اثر میدان مغناطیسی را بر انتقال حرارت و تولید آنتروپی درون یک محفظه بررسی کرده‌اند. جهت میدان مغناطیسی در جهت شتاب گرانش، دو دیوار عمودی در دماهای ثابت اما متفاوت با یکدیگر، و دو دیوار دیگر عایق گرمایی در نظر گرفته شده‌اند. آنها از قانون دارسی بهره گرفته و برای دامنه‌ای از اعداد رایلی (از ۱ تا 10^4) و محدوده‌ای از اعداد هارتمن (از ۰ تا ۱۰)، انتقال حرارت، نرخ تولید آنتروپی و برگشت ناپذیری را بررسی کرده‌اند.

در سال ۲۰۰۶ پاکدی و راتانادکو [۹] انتقال حرارت جابجایی طبیعی گذرا درون یک محفظه باز متشکل از محیط متخلخل که از وجه بالایی با محیط بیرون در تماس بود، را مطالعه کرده‌اند. همه دیواره‌های محفظه مورد نظر به غیر از دیواره بالایی عایق بوده و این باعث تماس محیط متخلخل با محیط خارجی از بالا می‌شود. ضریب انتقال حرارت h ، عدد دارسی و عدد رایلی از پارامترهای تاثیر گذار بر مکانیسم جریان و انتقال حرارت هستند. بررسی محفظه در حالت ناپایا امکان مطالعه انتقال حرارت با ضرایب مختلف گرمایی را می‌دهد. در نهایت یافته‌ها حاکی از این بوده که علاوه بر اثری که تغییرات چگالی سیال روی انتقال حرارت می‌گذارد، جهت جریان سیال نیز به طور محلی بر نرخ انتقال حرارت جابجایی طبیعی موثر است.