

رسالة محمد

دانشگاه یزد

دانشکده فیزیک

گروه اتمی و مولکولی

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

فیزیک اتمی و مولکولی

ویژگی‌های غیر کلاسیکی و واهمدوسی رده‌ی جدیدی از  
برهم‌نهی حالت‌های همدوس

استاد راهنما: دکتر محمد کاظم توسلی

استاد مشاور: دکتر محسن حاتمی

پژوهش و نگارش: آرزو محمدبیگی

اسفند ماه ۱۳۹۲

کلیه حقوق مادی و معنوی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه / رساله متعلق به دانشگاه یزد است و هر گونه استفاده از نتایج علمی و عملی از این پایان‌نامه / رساله برای تولید دانش فنی، ثبت اختراع، ثبت اثر بدیع هنری، هم‌چنین تایپ و تکثیر، نسخه برداری، ترجمه و اقتباس و ارائه مقاله در سمینارها و مجلات علمی از این پایان‌نامه / رساله منوط به موافقت کتبی دانشگاه یزد است.

پیش به

لبنخدهای پر مهر زندگی ام

مادرم، نازنین یاربی صدای شب‌های پر تلاطم زندگی  
دست‌های خسته‌ی پدرم، یگانه اسطوره‌ی استقامت و بردباری در عصر

ناشکبای  
و خواهر مهربانم

## سپاس نامه

حمد و سپاس کردگاری را سزااست که بالطف بی کران خود، رخصت کسب علم و دانش را به ما عطا فرمود. شکر شایان نثار ایندمنان که توفیق را رفیق را هم ساخت تا این پژوهش را به پایان برسانم.

بر خود لازم می دانم از کلیه کسانی که در طی این دوره یاری گریختند، با تمامی وجود قدردان باشم. در آغاز از استاد راهنمای ارجمندم جناب آقای دکتر محمد کاظم توسلی الگوی بی نظیر پژوهشکار و تلاش که در این عرصه از بیچ لگی بر من دریغ ننمودند و ساگرودی ایشان بایه افتخار بنده بود.

آقای دکتر محسن حاتمی که با مساعدت های سودمندشان، زحمت مشاوره پژوهش نامه را متقبل شدند.

آقایان دکتر محمود برهانی و دکتر محمد اسلامی کلاتری که در جایگاه داور این پژوهش نامه قرار دارند. همچنین یکایک اساتید ارجمند دانشکده فزیک که افتخار ساگردیشان را داشته ام.

دوستان مهربانم، که با همدلی هایشان، همواره موجب دلگرمی ام بوده اند.

سپاس از پدر و مادر عزیزم، این دو معلم بزرگوار که همواره بر کوتاهی و درستی من قلم عفو کشیده و گریانه از کنار غفلت هایم گذشته اند و در تمام عرصه های زندگی یار و یاور بی چشم داشت برای من بوده اند.

## چکیده

در این پژوهش نخست حالت‌های همدوس را به‌عنوان مناسب‌ترین حالت‌ها برای توصیف میدان کلاسیکی معرفی کرده و برخی از ویژگی‌های آن‌ها را مورد مطالعه قرار داده‌ایم. علاوه بر این، بعد از مرور بعضی از معیارهایی که بر ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت‌ها دلالت دارند، حالت‌های همدوس فوتون-افزوده را معرفی کرده، ویژگی‌های آن‌ها و نیز نحوه تولید حالت‌های مذکور را بررسی کرده‌ایم. در ادامه، با مطالعه پدیده واهمدوسی به‌عنوان نتیجه‌ای از برهم‌کنش حالت کوانتومی با محیط و معرفی معادله جامع استاندارد، توجه خود را به محاسبه و تحلیل تابع ویگنر وابسته به زمان به‌عنوان ابزاری مناسب برای توصیف واهمدوسی معطوف نموده‌ایم؛ براساس این رهیافت، اثر واهمدوسی روی حالت‌های همدوس فوتون-افزوده در محیط حرارتی مورد بررسی قرار گرفته‌است. سپس به معرفی حالت‌های همدوس زوج (فرد) فوتون-افزوده که حد واسط حالت عددی و حالت‌های همدوس زوج (فرد) هستند، پرداخته و برخی از ویژگی‌های غیرکلاسیکی و نحوه تولید این حالت‌ها را بررسی کرده‌ایم. در نهایت، به‌منظور مطالعه واهمدوسی حالت‌های معرفی‌شده در دو کانال حرارتی<sup>۱</sup> و اتلاف فوتونی<sup>۲</sup>، با محاسبه تابع ویگنر وابسته به زمان این حالت‌ها در چارچوب معادله جامع، تحول زمانی این تابع را تجزیه و تحلیل کرده‌ایم. همچنین با در نظر گرفتن نتایج تحول زمانی بخش منفی تابع ویگنر در این دو کانال، مقایسه‌ای بین آن‌ها انجام شده‌است.

---

<sup>۱</sup> thermal channel

<sup>۲</sup> photon-loss channel

# فهرست مطالب

## لیست تصاویر

ت

### ۱ حالت‌های همدوس، معیارهای غیر کلاسیکی بودن حالت‌های کوانتومی و

#### معرفی حالت‌های همدوس فوتون-افزوده

۲	.....	مقدمه	۱.۱
۲	.....	حالت‌های عددی	۲.۱
۳	.....	حالت‌های همدوس	۳.۱
۶	.....	حالت‌های همدوس به‌عنوان مرز کلاسیک و کوانتوم	۱.۳.۱
۷	.....	ویژگی‌هایی از حالت‌های همدوس	۲.۳.۱
۸	.....	برهم‌نهی حالت‌های همدوس	۳.۳.۱
۹	.....	ملاک‌های غیر کلاسیکی حالت‌های کوانتومی	۴.۱
۱۰	.....	توابع توزیع	۱.۴.۱
۱۷	.....	چلانگی	۲.۴.۱
۲۱	.....	پارامتر مندل	۳.۴.۱
۲۲	.....	چگونگی تولید حالت‌های غیر کلاسیکی	۵.۱
۲۳	.....	حالت‌های همدوس چلانده فوتون-کاهیده	۱.۵.۱
۲۳	.....	حالت‌های گربه شرودینگر فوتون-افزوده	۲.۵.۱
۲۴	.....	حالت‌های همدوس فوتون-افزوده	۶.۱

۲۵	معرفی حالت‌های همدوس فوتون-افزوده	۱.۶.۱
۲۶	محاسبه پارامتر مندل	۲.۶.۱
۲۸	تابع ویگنر حالت $ \alpha, m\rangle$	۳.۶.۱
۳۰	تولید حالت $ \alpha, m\rangle$	۴.۶.۱
۳۲	نتیجه‌گیری	۷.۱

## ۲ واهمدوسی سامانه در برهم‌کنش با محیط

۳۴	مقدمه	۱.۲
۳۴	واهمدوسی	۲.۲
۳۷	دینامیک واهمدوسی و خلوص کوانتومی	۳.۲
۳۹	معادله جامع و تابع ویگنر وابسته به زمان	۴.۲
۴۲	واهمدوسی حالت‌های همدوس فوتون-افزوده در محیط حرارتی	۵.۲
۴۷	رفتار تابع ویگنر بعد از گذشت مدت زمان طولانی	۱.۵.۲
۴۸	نتیجه‌گیری	۶.۲
۴۹	پیوست	۷.۲

## ۳ حالت‌های همدوس زوج و فرد فوتون-افزوده و واهمدوسی آن‌ها در طی برهم‌کنش

### با محیط

۵۸	مقدمه	۱.۳
۵۸	حالت‌های همدوس زوج (فرد) فوتون-افزوده	۲.۳
۵۹	بررسی آمار فوتونی (پارامتر مندل)	۱.۲.۳
۶۲	تابع ویگنر $W$ حالت‌های $ \alpha_{\pm}, m\rangle$	۲.۲.۳
۶۴	تولید حالت‌های $ \alpha_{\pm}, m\rangle$	۳.۲.۳
۶۷	واهمدوسی حالت‌های همدوس زوج (فرد) فوتون-افزوده	۳.۳



۱.۳.۳	واهمدوسی حالت‌های همدوس زوج و فرد فوتون-افزوده از طریق	
۶۷	..... کانال حرارتی	
۲.۳.۳	رفتار تابع ویگنر حالت‌های $ \alpha_{\pm}, m\rangle$ بعد از گذشت مدت زمان	
۷۲	..... طولانی در محیط حرارتی	
۴.۳	..... زمان میرایی آستانه در کانال حرارتی	۷۴
۱.۴.۳	..... زمان میرایی آستانه حالت‌های همدوس زوج (فرد) تک فوتون-	
۷۴	..... افزوده در محیط حرارتی	
۵.۳	..... زمان واهمدوسی اولیه	۸۰
۶.۳	..... حجم بخش منفی تابع ویگنر حالت‌های همدوس زوج (فرد) فوتون-افزوده	
۸۴	..... در محیط حرارتی	
۷.۳	..... واهمدوسی حالت‌های همدوس زوج و فرد فوتون-افزوده از طریق کانال اتلاف	
۸۷	..... فوتون	
۱.۷.۳	رفتار تابع ویگنر حالت‌های $ \alpha_{\pm}, m\rangle$ بعد از گذشت مدت زمان	
۹۱	..... طولانی در کانال اتلاف فوتون	
۸.۳	..... زمان میرایی آستانه در کانال اتلاف فوتون	۹۲
۹.۳	..... حجم بخش منفی تابع ویگنر حالت‌های همدوس زوج (فرد) فوتون-افزوده	
۹۷	..... در کانال اتلاف فوتون	
۱۰.۳	..... مقایسه‌ای بین دو کانال حرارتی و اتلاف فوتون	۹۸
۱۱.۳	..... نتیجه‌گیری	۱۰۰
۱۲.۳	..... پیوست	۱۰۱

## لیست تصاویر

۲۰	نمایش سه‌بعدی و کنتور تابع توزیع $Q$ در فضای فاز به‌ازای $\beta = ۲$ برای حالت همدوس.	۱.۱
۲۸	نمودار پارامتر مندل برای حالت $ \alpha, m\rangle$ بر حسب $ \alpha $ برای $m = ۰$ (خط‌چین).	۲.۱
۳۰	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W(z)$ در فضای فاز برای حالت $ \alpha, m\rangle$ .	۳.۱
۳۰	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W(z)$ در فضای فاز برای حالت $ \alpha, m\rangle$ .	۴.۱
۳۱	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W(z)$ در فضای فاز برای حالت $ \alpha, m\rangle$ .	۵.۱
۴۵	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W^s(z, \gamma t)$ در فضای فاز برای حالت $ \alpha, m\rangle$ .	۱.۲
۴۵	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W^s(z, \gamma t)$ در فضای فاز برای حالت $ \alpha, m\rangle$ .	۲.۲
۴۵	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W^s(z, \gamma t)$ در فضای فاز برای حالت $ \alpha, m\rangle$ .	۳.۲
۴۶	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W^T(z, \gamma t)$ در فضای فاز برای حالت $ \alpha, m\rangle$ .	۴.۲
۴۶	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W^T(z, \gamma t)$ در فضای فاز برای حالت $ \alpha, m\rangle$ .	۵.۲
۴۶	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W^T(z, \gamma t)$ در فضای فاز برای حالت $ \alpha, m\rangle$ .	۶.۲
۴۷	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W(z, \gamma t)$ در فضای فاز برای حالت $ \alpha, m\rangle$ .	۷.۲
۶۱	نمودار پارامتر مندل حالت $ \alpha_+, m\rangle$ بر حسب $ \alpha $ برای $m = ۰$ (خط‌چین).	۱.۳
۶۱	نمودار پارامتر مندل حالت $ \alpha_-, m\rangle$ بر حسب $ \alpha $ برای $m = ۰$ (خط‌چین).	۲.۳
۶۴	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W_+(z)$ در فضای فاز به‌ازای $\alpha = ۲i$ .	۳.۳
۶۵	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W_-(z)$ در فضای فاز به‌ازای $\alpha = ۲i$ .	۴.۳

۵.۳	تحول زمانی تابع ویگنر در فضای فاز برای حالت‌های $ \alpha_+, m\rangle$ در محیط حرارتی
۷۰	به‌ازای $\bar{n} = 1$ . . . . .
۶.۳	تحول زمانی تابع ویگنر در فضای فاز برای حالت‌های $ \alpha_-, m\rangle$ در محیط حرارتی
۷۱	به‌ازای $\bar{n} = 1$ . . . . .
۷.۳	تابع ویگنر در فضای فاز برای حالت‌های $ \alpha_+, m\rangle$ در محیط حرارتی به‌ازای $\bar{n} = 1$
۷۲	تابع ویگنر در فضای فاز برای حالت‌های $ \alpha_-, m\rangle$ در محیط حرارتی به‌ازای $\bar{n} = 1$
۹.۳	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W_{\pm}(z, \gamma t)$ در فضای فاز برای حالت $ \alpha_{\pm}, m\rangle$ . . . . .
۱۰.۳	زمان میرایی آستانه حالت همدوس زوج (فرد) تک‌فوتون-افزوده . . . . .
۱۱.۳	تابع ویگنر حالت همدوس زوج تک‌فوتون-افزوده در محیط حرارتی به‌ازای $\gamma t = 0.09$
۱۲.۳	تابع ویگنر حالت همدوس زوج تک‌فوتون-افزوده در محیط حرارتی به‌ازای $\gamma t = 0.1$
۱۳.۳	تابع ویگنر حالت همدوس زوج تک‌فوتون-افزوده در محیط حرارتی به‌ازای $\gamma t = 0.144$
۱۴.۳	تابع ویگنر حالت همدوس فرد تک‌فوتون-افزوده در محیط حرارتی به‌ازای $\gamma t = 0.09$
۱۵.۳	تابع ویگنر حالت همدوس فرد تک‌فوتون-افزوده در محیط حرارتی به‌ازای $\gamma t = 0.1$
۱۶.۳	تابع ویگنر حالت همدوس فرد تک‌فوتون-افزوده در محیط حرارتی به‌ازای $\gamma t = 0.144$
۱۷.۳	نمایش بستگی $P$ به $m$ براساس (۴۸.۳) در حالت همدوس زوج فوتون-افزوده . . . . .
۱۸.۳	نمایش بستگی $P$ به $m$ براساس (۴۹.۳) در حالت همدوس فرد فوتون-افزوده . . . . .
۱۹.۳	تحول زمانی حجم بخش منفی تابع ویگنر حالت‌های همدوس زوج فوتون-افزوده در
۸۵	محیط . . . . .
۲۰.۳	تحول زمانی حجم بخش منفی تابع ویگنر حالت‌های همدوس فرد فوتون-افزوده در
۸۵	محیط . . . . .
۲۱.۳	حجم بخش منفی تابع ویگنر حالت‌های همدوس زوج فوتون-افزوده در محیط حرارتی
۲۲.۳	حجم بخش منفی تابع ویگنر حالت‌های همدوس فرد فوتون-افزوده در محیط حرارتی
۲۳.۳	تحول زمانی تابع ویگنر در فضای فاز برای حالت‌های $ \alpha_+, m\rangle$ در کانال اتلاف فوتون
۸۹	به‌ازای . . . . .

۲۴.۳	تحول زمانی تابع ویگنر در فضای فاز برای حالت‌های $ \alpha_-, m\rangle$ در کانال اتلاف فوتون
۹۰	به‌ازای . . . . .
۲۵.۳	تابع ویگنر در فضای فاز برای حالت‌های $ \alpha_+, m\rangle$ در کانال اتلاف فوتون به‌ازای . .
۹۰	تابع ویگنر در فضای فاز برای حالت‌های $ \alpha_-, m\rangle$ در کانال اتلاف فوتون به‌ازای . .
۹۱	نمایش سه‌بعدی تابع توزیع $W_{\pm}(z, \gamma t)$ در فضای فاز برای حالت $ \alpha_{\pm}, m\rangle$ . . . .
۹۲	تابع ویگنر حالت همدوس زوج تک‌فوتون-افزوده در کانال اتلاف فوتون به‌ازای . . .
۹۴	تابع ویگنر حالت همدوس زوج تک‌فوتون-افزوده در کانال اتلاف فوتون به‌ازای . . .
۹۴	تابع ویگنر حالت همدوس فرد تک‌فوتون-افزوده در کانال اتلاف فوتون به‌ازای . . .
۹۵	تابع ویگنر حالت همدوس زوج تک‌فوتون-افزوده در کانال اتلاف فوتون به‌ازای . . .
۹۵	تابع ویگنر حالت همدوس فرد تک‌فوتون-افزوده در کانال اتلاف فوتون به‌ازای . . .
۹۶	تابع ویگنر حالت همدوس زوج تک‌فوتون-افزوده در کانال اتلاف فوتون به‌ازای . . .
۹۶	تابع ویگنر حالت همدوس فرد تک‌فوتون-افزوده در کانال اتلاف فوتون به‌ازای . . .
۳۴.۳	تحول زمانی حجم بخش منفی تابع ویگنر حالت‌های همدوس زوج فوتون-افزوده در
۹۷	کانال . . . . .
۳۵.۳	تحول زمانی حجم بخش منفی تابع ویگنر حالت‌های همدوس فرد فوتون-افزوده در
۹۸	کانال . . . . .
۳۶.۳	تابع ویگنر در فضای فاز برای حالت‌های $ \alpha_+, m\rangle$ به‌ازای $\alpha = 2i$ و $m = 1$ . . . .
۳۷.۳	تابع ویگنر در فضای فاز برای حالت‌های $ \alpha_-, m\rangle$ به‌ازای $\alpha = 2i$ و $m = 1$ . . . .

## پیشگفتار

مفهوم حالت‌های همدوس ابتدا توسط شرودینگر در سال ۱۹۲۶، هنگام بررسی دسته‌ای از حالت‌های کوانتومی که رفتاری شبه‌کلاسیک دارند مطرح گردید [۱]. اما شکل‌گیری نظریه حالت‌های همدوس در اوایل دهه ۶۰ میلادی با مطالعاتی که عمدتاً توسط کلاودر<sup>۱</sup> [۲]، گلاوبر<sup>۲</sup> [۳] و سودارشان<sup>۳</sup> [۴] در زمینه توصیف کوانتومی پرتوهای همدوسی که از نور لیزر گسیل می‌شوند انجام شد، صورت گرفت. حالت‌های همدوس، نقش مهمی در اپتیک کوانتومی به طور عام و به ویژه در فیزیک لیزر ایفا می‌کنند. این حالت‌ها امروزه جایگاه ویژه‌ای را در گرایش‌های مختلف فیزیک به خود اختصاص داده‌اند که از آن جمله می‌توان به اطلاعات کوانتومی [۵]، اپتیک کوانتومی [۶، ۷]، فیزیک اتمی-مولکولی [۸]، فیزیک هسته‌ای [۹] و ... اشاره کرد. میدان تابشی در حالت همدوس، خواصی مشابه با میدان کلاسیکی دارد [۱۰]. اما، تعمیم حالت‌های همدوس به روش‌های گوناگون و تولید حالت‌های جدید میدان تابشی که دارای ویژگی‌های مورد علاقه غیرکلاسیکی هستند نیز در پژوهش‌های اخیر در زمینه اپتیک کوانتومی از جایگاه خاصی برخوردار هستند. در چند سال اخیر، ویژگی‌های انواع مختلف حالت‌های غیرکلاسیکی مورد مطالعه و توجه خاص قرار گرفته‌است. از میان آن‌ها، حالت‌های کوانتومی‌ای که با افزایش و کاهش فوتون به دست می‌آیند، به خاطر برخورداری از ویژگی‌های غیرکلاسیکی توجه زیادی را به خود جلب کرده‌اند. از طرفی، میدان‌های تابشی غیرکلاسیکی در پردازش اطلاعات کوانتومی کاربردهای زیادی دارند و در بیشتر این کاربردها، طبیعت اطلاعات پردازش شده نیازمند حفظ و نگهداری است؛ بهترین و ساده‌ترین روش نگهداری این اطلاعات، منزوی کردن سامانه مورد نظر است، اما به دلیل برهم‌کنش حالت‌های کوانتومی با محیط اطراف به ندرت اتفاق می‌افتد که سامانه از محیط اطرافش منزوی باشد و بنابراین این اطلاعات تخریب می‌شوند.

هدف ما در این پایان‌نامه، بررسی اثر واهمدوسی بر روی حالت‌های همدوس زوج و فرد فوتون-

---

<sup>۱</sup>J. R. Klauder

<sup>۲</sup>R. J. Glauber

<sup>۳</sup>E. C. G. Sudarshan

افزوده در طی برهم‌کنش با محیط است. برای نیل به این هدف، در فصل اول، بعد از معرفی حالت‌های همدوس و بررسی ویژگی‌های آن‌ها، نمونه‌هایی از معیارهای غیر کلاسیکی بودن حالت‌ها را معرفی کرده‌ایم. همچنین با در نظر گرفتن جالب‌توجه‌ترین روش تولید حالت‌های غیر کلاسیکی در سال‌های اخیر، بعد از معرفی حالت‌های همدوس فوتون-افزوده شرح مختصری در مورد ویژگی‌های این حالت‌ها و نحوه تولیدشان ارائه داده‌ایم. در فصل دوم، به معرفی پدیده واهمدوسی به‌عنوان گذار از مکانیک کوانتومی به کلاسیک در نتیجه برهم‌کنش سامانه با محیط پرداخته‌ایم و نیز اشاره‌ای مختصر به دینامیک واهمدوسی داشته‌ایم. به‌علاوه، با معرفی معادله جامع استاندارد، توجه خود را به تحلیل تحول زمانی تابع ویگنر وابسته به زمان به‌عنوان ابزاری مناسب برای توصیف واهمدوسی معطوف کرده و به دنبال آن، با به‌دست آوردن تابع ویگنر وابسته به زمان حالت‌های همدوس فوتون-افزوده در محیط حرارتی، واهمدوسی این حالت‌ها را در طی برهم‌کنش با محیط مورد بررسی قرار داده‌ایم. در فصل سوم، بعد از معرفی حالت‌های همدوس زوج (فرد) فوتون-افزوده، ماهیت غیر کلاسیکی بودن این حالت‌ها و نیز نحوه تولیدشان را بررسی کرده‌ایم. سپس با مطالعه واهمدوسی حالت‌های معرفی‌شده در دو محیط حرارتی و اتلاف فوتون، تابع ویگنر وابسته به زمان این حالت‌ها را به‌دست آورده‌ایم. در این مسیر، با رسم نمودارهای مربوط به تحول زمانی تابع ویگنر و همچنین بررسی عددی حجم بخش منفی این تابع، نشان داده‌ایم که با گذشت زمان از بخش منفی تابع ویگنر کاسته می‌شود. در نهایت، با مقایسه نتایج مربوط به دو محیط، نتیجه گرفته‌ایم که در محیط با تعداد متوسط فوتون‌های حرارتی بیشتر، واهمدوسی سریع‌تر روی می‌دهد.

## فصل ۱

حالت‌های همدوس، معیارهای  
غیرکلاسیکی بودن حالت‌های کوانتومی و  
معرفی حالت‌های همدوس فوتون-افزوده

## ۱.۱ مقدمه

مفهوم حالت‌های همدوس ابتدا توسط شرودینگر در سال ۱۹۲۶، هنگام بررسی دسته‌ای از حالت‌های کوانتومی که رفتاری شبه کلاسیک دارند مطرح گردید. اما شکل‌گیری نظریه حالت‌های همدوس در اوایل دهه ۶۰ میلادی با مطالعاتی که عمدتاً توسط کلاودر، گلاوبر و سودارشان در زمینه توصیف کوانتومی پرتوهای همدوسی که از نور لیزر گسیل می‌شوند انجام شد، صورت گرفت. حالت‌های همدوس، نقش مهمی در اپتیک کوانتومی به طور عام و به ویژه در فیزیک لیزر ایفا می‌کنند. این حالت‌ها امروزه جایگاه ویژه‌ای را در گرایش‌های مختلف فیزیک به خود اختصاص داده‌اند که از آن جمله می‌توان به اطلاعات کوانتومی، اپتیک کوانتومی، فیزیک اتمی-مولکولی، فیزیک هسته‌ای و... اشاره کرد. میدان تابشی در حالت همدوس، خواصی مشابه با میدان کلاسیکی دارد. اما، تعمیم حالت‌های همدوس به روش‌های گوناگون و تولید حالت‌های جدید میدان تابشی که دارای ویژگی‌های مورد علاقه غیرکلاسیکی هستند نیز در پژوهش‌های اخیر در زمینه اپتیک کوانتومی از جایگاه خاصی برخوردار هستند. در این فصل، ابتدا به معرفی حالت‌های عددی و حالت‌های همدوس می‌پردازیم، سپس توابع شبه توزیع  $P$ ،  $Q$  و  $W$  را مورد بررسی قرار می‌دهیم و نمونه‌هایی از معیارهای غیرکلاسیکی حالت‌های کوانتومی را معرفی می‌کنیم. در ادامه برخی روش‌های تولید حالت‌های غیرکلاسیکی که اخیراً مورد توجه قرار گرفته‌است را بیان می‌کنیم و در همین راستا به موضوع حالت‌های همدوس فوتون-افزوده [۱۱] که مستقیماً مرتبط با موضوع این پایان‌نامه است اشاره می‌کنیم و ساختار ریاضی-فیزیکی، ویژگی‌های آن‌ها و تولید حالت‌های نام‌برده را مختصراً شرح می‌دهیم.

## ۲.۱ حالت‌های عددی

حالت‌های عددی یا فوک، ویژه‌حالت‌های عملگر تعداد  $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$  نامیده می‌شوند و با  $|n\rangle$  نشان داده می‌شوند که  $n$  یک عدد صحیح است ( $n = 0, 1, \dots, \infty$ ):

$$\hat{a}^\dagger \hat{a} |n\rangle = \hat{n} |n\rangle = n |n\rangle \quad (1.1)$$



کنش عملگرهای  $\hat{a}$  و  $\hat{a}^\dagger$  روی این حالت‌ها به صورت زیر است:

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad (2.1)$$

$$\hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad (3.1)$$

عملگرهای  $\hat{a}$  و  $\hat{a}^\dagger$  به ترتیب عملگرهای نابودی و آفرینش نامیده می‌شوند و علت این نامگذاری همان گونه که از روابط اخیر مشخص است، به دلیل نتیجه کنش آن‌ها روی حالت‌های عددی است. از ویژگی‌های حالت‌های عددی می‌توان موارد زیر را ذکر کرد:

۱. این حالت‌ها متعامد-بهنجار<sup>۱</sup> هستند یعنی:  $\langle n|m\rangle = \delta_{n,m}$ .

۲. حالت‌های عددی یک مجموعه کامل را تشکیل می‌دهند:  $\sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n| = \hat{I}$ .

بردارهای حالت برای حالت‌های برانگیخته بالاتر می‌توانند براساس رابطه (۳.۱) با اعمال متوالی عملگر آفرینش روی حالت خلأ (که به صورت  $|\circ\rangle = \hat{a}|\circ\rangle = \circ$  تعریف می‌شود) به دست آیند:

$$|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}}|\circ\rangle \quad (4.1)$$

## ۳.۱ حالت‌های همدوس

حالت همدوس، میدان تولیدشده توسط جریان الکترومغناطیسی کلاسیکی را توصیف می‌کند.

این حالت‌ها به صورت ویژه حالت‌های عملگر نابودی  $\hat{a}$  با ویژه مقدار  $\alpha$  تعریف می‌شوند:

$$\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle \quad (5.1)$$

که چون  $\hat{a}$  یک عملگر پادهرمیتی است، ویژه مقدار  $\alpha$  مختلط هستند. با توجه به این که حالت‌های عددی یک مجموعه کامل را تشکیل می‌دهند، می‌توان  $|\alpha\rangle$  را برحسب حالت‌های عددی  $|n\rangle$  با ضرایب بسط  $\langle n|\alpha\rangle$  به صورت زیر بسط داد:

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle\langle n|\alpha\rangle \quad (6.1)$$

<sup>۱</sup> orthonormal

برای به دست آوردن عبارتی برای ضرایب بسط کافی است دو طرف رابطه (۵.۱) را در  $\langle n |$  ضرب کنیم، در این صورت داریم:

$$\langle n | \hat{a} | \alpha \rangle = \alpha \langle n | \alpha \rangle \quad (۷.۱)$$

که با استفاده از رابطه (۲.۱) داریم:

$$\langle n | \alpha \rangle = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \langle 0 | \alpha \rangle \quad (۸.۱)$$

بنابراین (۶.۱) به صورت زیر خواهد شد:

$$| \alpha \rangle = \langle 0 | \alpha \rangle \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} | n \rangle \quad (۹.۱)$$

که بعد از ضرب دو طرف رابطه اخیر در  $\langle \alpha |$  و به توان ۲ رساندن داریم:

$$| \langle \alpha | \alpha \rangle |^2 = | \langle 0 | \alpha \rangle |^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} = | \langle 0 | \alpha \rangle |^2 e^{|\alpha|^2} \quad (۱۰.۱)$$

با استفاده از بهنجارش حالت‌های همدوس به دست می‌آوریم:  $\langle 0 | \alpha \rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2}$  که در این صورت:

$$\langle n | \alpha \rangle = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \quad (۱۱.۱)$$

بنابراین، با جایگذاری رابطه اخیر در (۶.۱) مشاهده می‌کنیم که حالت‌های همدوس بر حسب حالت‌های عددی به صورت زیر بسط داده می‌شوند:

$$| \alpha \rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} | n \rangle \quad (۱۲.۱)$$

راه دیگر به دست آوردن حالت‌های همدوس، اعمال عملگر جابه‌جایی روی کت خلأ است. برای نشان دادن این ادعا با جایگذاری رابطه (۴.۱) در (۱۲.۱) داریم:

$$| \alpha \rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha \hat{a}^\dagger)^n}{n!} | 0 \rangle \quad (۱۳.۱)$$

با استفاده از رابطه:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha \hat{a}^\dagger)^n}{n!} |0\rangle = e^{\alpha \hat{a}^\dagger} |0\rangle \quad (14.1)$$

می‌توان (۱۳.۱) را به صورت زیر نوشت:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} e^{\alpha \hat{a}^\dagger} |0\rangle \quad (15.1)$$

و با توجه به این که:

$$e^{-\alpha^* \hat{a}} |0\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\alpha^* \hat{a})^n}{n!} |0\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\alpha^*)^n}{\sqrt{n!}} \hat{a}^n |0\rangle = |0\rangle \quad (16.1)$$

در نهایت برای (۱۵.۱) داریم:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} e^{\alpha \hat{a}^\dagger} e^{-\alpha^* \hat{a}} |0\rangle \quad (17.1)$$

بر اساس لم بیکر-هاسدروف، اگر برای دو عملگر  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  داشته باشیم:

$$[[\hat{A}, \hat{B}], \hat{A}] = [[\hat{A}, \hat{B}], \hat{B}] = 0 \quad (18.1)$$

رابطه عملگری زیر برقرار است:

$$e^{\hat{A}+\hat{B}} = e^{\hat{A}} e^{\hat{B}} e^{-\frac{[\hat{A}, \hat{B}]}{2}} \quad (19.1)$$

بنابراین عملگر جابه‌جایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} e^{\alpha \hat{a}^\dagger} e^{-\alpha^* \hat{a}} = e^{\alpha \hat{a} - \alpha^* \hat{a}} = \hat{D}(\alpha) \quad (20.1)$$

که  $\hat{D}(\alpha)$  عملگر جابه‌جایی است. در نهایت برای (۱۷.۱) داریم:

$$|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha) |0\rangle \quad (21.1)$$

و این همان رابطه مورد نظر است که بیان کننده روش دومی برای تولید حالت‌های همدوس استاندارد است.

### ۱.۳.۱ حالت‌های همدوس به‌عنوان مرز کلاسیک و کوانتوم

حالت‌های عددی معرفی شده در بخش ۲.۱، دارای تعداد فوتون‌های محدودی در میدان هستند ولی تولید میدان با تعداد خیلی کمی از فوتون‌ها اصولاً کار آسانی نیست. بنابراین برای میدان‌های نوری‌ای که دارای تعداد فوتون‌های زیادی هستند، این حالت‌ها نمایش مناسبی نیستند [۱۲]. زیرا اغلب گفته می‌شود (برای مثال [۱۳]) که حد کلاسیکی یک میدان کوانتیده، با افزایش قابل ملاحظه تعداد فوتون‌ها به دست می‌آید. بنابراین مناسب‌ترین نمایش برای میدان تابشی، به صورت برهم‌نهی ویژه‌ای از حالت‌های عددی خواهد بود که این برهم‌نهی، حالت همدوس استاندارد است. حالت همدوس بهترین حالت برای توصیف میدان کلاسیکی است. یکی از دلایل درستی این ادعا را ذیلاً مطرح می‌کنیم. با توجه به عدم قطعیت در مؤلفه مکان به شکل  $\Delta\hat{x} = \sqrt{\langle\hat{x}^2\rangle - \langle\hat{x}\rangle^2}$  و در نظر گرفتن عملگر هرمیتی  $\hat{x}$  به صورت زیر:

$$\hat{x} = \frac{\hat{a} + \hat{a}^\dagger}{\sqrt{2}} \quad (22.1)$$

برای عدم قطعیت در مؤلفه  $\hat{x}$  حالت‌های همدوس داریم:

$$\Delta\hat{x} = \sqrt{\langle\alpha|\left(\frac{\hat{a} + \hat{a}}{\sqrt{2}}\right)^2|\alpha\rangle - \left(\langle\alpha|\frac{\hat{a} + \hat{a}}{\sqrt{2}}|\alpha\rangle\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (23.1)$$

و به‌طور مشابه با تعریف:

$$\hat{p} = \frac{\hat{a} - \hat{a}^\dagger}{i\sqrt{2}} \quad (24.1)$$

برای عدم قطعیت در مؤلفه  $\hat{p}$  داریم:  $\Delta\hat{p} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ . بنابراین حاصل ضرب عدم قطعیت در مکان و تکانه برای این حالت‌ها برابر با  $\frac{1}{2} = \langle(\Delta\hat{x})(\Delta\hat{p})\rangle_{|\alpha\rangle}$  می‌شود. از طرف دیگر با توجه به رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ داریم:

$$(\Delta\hat{x})(\Delta\hat{p}) \geq \frac{1}{2} \quad (25.1)$$

بنابراین حالت‌های همدوس دارای کمترین عدم قطعیت هستند و چون حالتی که بیشترین تطابق را با میدان کلاسیکی دارد در کمینه رابطه عدم قطعیت صدق می‌کند، حالت‌های همدوس کلاسیکی‌ترین