بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه یزد

دانشکده فیزیک

گروه اتمی و مولکولی

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

فیزیک اتمی و مولکولی

ویژگی‌های غیرکلاسیکی و واهمدوسی رده‌ی جدیدی از برهم‌نهی حالت‌های همدوس

استاد راهنما: دکتر محمدکاظم توسلی

استاد مشاور: دکتر محسن حاتمی

پژوهش و نگارش: آرزو محمدبیگی

اسفند ماه ۱۳۹۲

پیشکش به

لبخندهای پرمهر زندگی‌ام

مادرم، نازنین یار بی‌صدای شب‌های پرتلاطم زندگی
دست‌های خسته‌ی پدرم، یگانه اسطوره‌ی استقامت و بردباری در عصر ناشکیبی
و خواهر مهربانم

سپاس نامه

حمد و سپاس کردگاری را سزاست که با لطف بی کران خود، رخصت کسب علم و دانش را به ما عطا فرمود. شکر شایان نثار ایزد منان که توفیق را رفیق راهم ساخت تا این پژوهش را به پایان برسانم.

بر خود لازم می دانم از کلیه کسانی که در طی این دوره یاری گر اینجانب بوده اند، با تمامی وجود قدردان باشم.

در آغاز از استاد راهنمای ارجمندم جناب آقای دکتر محمد کاظم توسلی الگوی بی نظیر پشتکار و تلاش که در این عرصه از هیچ کمکی بر من دریغ ننمودند و شاگردی ایشان مایه افتخار بنده بود.

آقای دکتر محسن حاتمی که با مساعدت های سودمندشان، زحمت مشاوره پژوهش نامه را متقبل شدند.

آقایان دکتر محمود برهانی و دکتر محمد اسلامی کلانتری که در جایگاه داوری این پژوهش نامه قرار دارند.

همچنین یکایک اساتید ارجمند دانشکده فیزیک که افتخار شاگردیشان را داشته ام.

دوستان مهربانم، که با همدلی هایشان همواره موجب دلگرمی ام بوده اند.

سپاس از پدر و مادر عزیزم، این دو معلم بزرگوار که همواره بر کوتاهی و درشتی من قلم عفو کشیده و کریمانه از کنار غفلت هایم گذشته اند و در تمام عرصه های زندگی یار و یاوری بی چشم داشت برای من بوده اند.

چکیده

در این پژوهش نخست حالت‌های همدوس را به‌عنوان مناسب‌ترین حالت‌ها برای توصیف میدان کلاسیکی معرفی کرده و برخی از ویژگی‌های آن‌ها را مورد مطالعه قرار داده‌ایم. علاوه بر این، بعد از مرور بعضی از معیارهایی که بر ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت‌ها دلالت دارند، حالت‌های همدوس فوتون-افزوده را معرفی کرده، ویژگی‌های آن‌ها و نیز نحوه تولید حالت‌های مذکور را بررسی کرده‌ایم. در ادامه، با مطالعه پدیده واهمدوسی به‌عنوان نتیجه‌ای از برهم‌کنش حالت کوانتومی با محیط و معرفی معادله جامع استاندارد، توجه خود را به محاسبه و تحلیل تابع ویگنر وابسته به زمان به‌عنوان ابزاری مناسب برای توصیف واهمدوسی معطوف نموده‌ایم؛ براساس این رهیافت، اثر واهمدوسی روی حالت‌های همدوس فوتون-افزوده در محیط حرارتی مورد بررسی قرار گرفته‌است. سپس به معرفی حالت‌های همدوس زوج (فرد) فوتون-افزوده که حد واسط حالت عددی و حالت‌های همدوس زوج (فرد) هستند، پرداخته و برخی از ویژگی‌های غیرکلاسیکی و نحوه تولید این حالت‌ها را بررسی کرده‌ایم. در نهایت، به‌منظور مطالعه واهمدوسی حالت‌های معرفی‌شده در دو کانال حرارتی[۱] و اتلاف فوتونی[۲]، با محاسبه تابع ویگنر وابسته به زمان این حالت‌ها در چارچوب معادله جامع، تحول زمانی این تابع را تجزیه و تحلیل کرده‌ایم. همچنین با در نظر گرفتن نتایج تحول زمانی بخش منفی تابع ویگنر در این دو کانال، مقایسه‌ای بین آن‌ها انجام شده‌است.

---

[۱] thermal channel

[۲] photon-loss channel

فهرست مطالب

لیست تصاویر

پیشگفتار

مفهوم حالت‌های همدوس ابتدا توسط شرودینگر در سال ۱۹۲۶، هنگام بررسی دسته‌ای از حالت‌های کوانتومی که رفتاری شبه‌کلاسیک دارند مطرح گردید [۱]. اما شکل‌گیری نظریه حالت‌های همدوس در اوایل دهه ۶۰ میلادی با مطالعاتی که عمدتاً توسط کلاودر[۱] [۲]، گلاوبر[۲] [۳] و سودارشان[۳] [۴] در زمینه توصیف کوانتومی پرتوهای همدوسی که از نور لیزر گسیل می‌شوند انجام شد، صورت گرفت. حالت‌های همدوس، نقش مهمی در اپتیک کوانتومی به طور عام و به ویژه در فیزیک لیزر ایفا می‌کنند. این حالت‌ها امروزه جایگاه ویژه‌ای را در گرایش‌های مختلف فیزیک به خود اختصاص داده‌اند که از آن‌جمله می‌توان به اطلاعات کوانتومی [۵]، اپتیک کوانتومی [۶, ۷]، فیزیک اتمی-مولکولی [۸]، فیزیک هسته‌ای [۹] و ...اشاره کرد. میدان تابشی در حالت همدوس، خواصی مشابه با میدان کلاسیکی دارد [۱۰]. اما، تعمیم حالت‌های همدوس به روش‌های گوناگون و تولید حالت‌های جدید میدان تابشی که دارای ویژگی‌های مورد علاقه غیرکلاسیکی هستند نیز در پژوهش‌های اخیر در زمینه اپتیک کوانتومی از جایگاه خاصی برخوردار هستند. در چند سال اخیر، ویژگی‌های انواع مختلف حالت‌های غیرکلاسیکی مورد مطالعه و توجه خاص قرار گرفته‌است. از میان آن‌ها، حالت‌های کوانتومی‌ای که با افزایش و کاهش فوتون به‌دست می‌آیند، به خاطر برخورداری از ویژگی‌های غیرکلاسیکی توجه زیادی را به خود جلب کرده‌اند. از طرفی، میدان‌های تابشی غیرکلاسیکی در پردازش اطلاعات کوانتومی کاربردهای زیادی دارند و در بیشتر این کاربردها، طبیعت اطلاعات پردازش‌شده نیازمند حفظ و نگهداری است؛ بهترین و ساده‌ترین روش نگهداری این اطلاعات، منزوی کردن سامانه مورد نظر است، اما به‌دلیل برهم‌کنش حالت‌های کوانتومی با محیط اطراف به‌ندرت اتفاق می‌افتد که سامانه از محیط اطرافش منزوی باشد و بنابراین این اطلاعات تخریب می‌شوند.

هدف ما در این پایان‌نامه، بررسی اثر واهمدوسی برروی حالت‌های همدوس زوج و فرد فوتون-

---

[۱] J. R. Klauder

[۲] R. J. Glauber

[۳] E. C. G. Sudarshan

افزوده در طی برهم‌کنش با محیط است. برای نیل به این هدف، در فصل اول، بعد از معرفی حالت‌های همدوس و بررسی ویژگی‌های آن‌ها، نمونه‌هایی از معیارهای غیرکلاسیکی‌بودن حالت‌ها را معرفی کرده‌ایم. همچنین با درنظرگرفتن جالب‌توجه‌ترین روش تولید حالت‌های غیرکلاسیکی در سال‌های اخیر، بعد از معرفی حالت‌های همدوس فوتون-افزوده شرح مختصری در مورد ویژگی‌های این حالت‌ها و نحوه تولیدشان ارائه داده‌ایم. در فصل دوم، به معرفی پدیده واهمدوسی به‌عنوان گذار از مکانیک کوانتومی به کلاسیک در نتیجه برهم‌کنش سامانه با محیط پرداخته‌ایم و نیز اشاره‌ای مختصر به دینامیک واهمدوسی داشته‌ایم. به‌علاوه، با معرفی معادله جامع استاندارد، توجه خود را به تحلیل تحول زمانی تابع ویگنر وابسته به زمان به‌عنوان ابزاری مناسب برای توصیف واهمدوسی معطوف کرده و به دنبال آن، با به‌دست آوردن تابع ویگنر وابسته به زمان حالت‌های همدوس فوتون-افزوده در محیط حرارتی، واهمدوسی این حالت‌ها را در طی برهم‌کنش با محیط مورد بررسی قرار داده‌ایم. در فصل سوم، بعد از معرفی حالت‌های همدوس زوج (فرد) فوتون-افزوده، ماهیت غیرکلاسیکی‌بودن این حالت‌ها و نیز نحوه تولیدشان را بررسی کرده‌ایم. سپس با مطالعه واهمدوسی حالت‌های معرفی‌شده در دو محیط حرارتی و اتلاف فوتون، تابع ویگنر وابسته به زمان این حالت‌ها را به‌دست آورده‌ایم. در این مسیر، با رسم نمودارهای مربوط به تحول زمانی تابع ویگنر و همچنین بررسی عددی حجم بخش منفی این تابع، نشان داده‌ایم که با گذشت زمان از بخش منفی تابع ویگنر کاسته می‌شود. در نهایت، با مقایسه نتایج مربوط به دو محیط، نتیجه گرفته‌ایم که در محیط با تعداد متوسط فوتون‌های حرارتی بیشتر، واهمدوسی سریعتر روی می‌دهد.

فصل ۱

حالت‌های همدوس، معیارهای غیرکلاسیکی‌بودن حالت‌های کوانتومی و معرفی حالت‌های همدوس فوتون-افزوده

۱.۱ مقدمه

مفهوم حالت‌های همدوس ابتدا توسط شرودینگر در سال ۱۹۲۶، هنگام بررسی دسته‌ای از حالت‌های کوانتومی که رفتاری شبه‌کلاسیک دارند مطرح گردید. اما شکل‌گیری نظریه حالت‌های همدوس در اوایل دهه ۶۰ میلادی با مطالعاتی که عمدتاً توسط کلاودر، گلاوبر و سودارشان در زمینه توصیف کوانتومی پرتوهای همدوسی که از نور لیزر گسیل می‌شوند انجام شد، صورت گرفت. حالت‌های همدوس، نقش مهمی در اپتیک کوانتومی به طور عام و به ویژه در فیزیک لیزر ایفا می‌کنند. این حالت‌ها امروزه جایگاه ویژه‌ای را در گرایش‌های مختلف فیزیک به خود اختصاص داده‌اند که از آن‌جمله می‌توان به اطلاعات کوانتومی، اپتیک کوانتومی، فیزیک اتمی-مولکولی، فیزیک هسته‌ای و ... اشاره کرد. میدان تابشی در حالت همدوس، خواصی مشابه با میدان کلاسیکی دارد. اما، تعمیم حالت‌های همدوس به روش‌های گوناگون و تولید حالت‌های جدید میدان تابشی که دارای ویژگی‌های مورد علاقه غیرکلاسیکی هستند نیز در پژوهش‌های اخیر در زمینه اپتیک کوانتومی از جایگاه خاصی برخوردار هستند. در این فصل، ابتدا به معرفی حالت‌های عددی و حالت‌های همدوس می‌پردازیم، سپس توابع شبه‌توزیع P، Q و W را مورد بررسی قرار می‌دهیم و نمونه‌هایی از معیارهای غیرکلاسیکی حالت‌های کوانتومی را معرفی می‌کنیم. در ادامه برخی روش‌های تولید حالت‌های غیرکلاسیکی که اخیراً مورد توجه قرار گرفته‌است را بیان می‌کنیم و در همین راستا به موضوع حالت‌های همدوس فوتون-افزوده [۱۱] که مستقیماً مرتبط با موضوع این پایان‌نامه است اشاره می‌کنیم و ساختار ریاضی-فیزیکی، ویژگی‌های آن‌ها و تولید حالت‌های نام‌برده را مختصراً شرح می‌دهیم.

۲.۱ حالت‌های عددی

حالت‌های عددی یا فوک، ویژه‌حالت‌های عملگر تعداد $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ نامیده می‌شوند و با $|n\rangle$ نشان داده‌می‌شوند که n یک عدد صحیح است ($n = ۰, ۱, \cdots, \infty$):

$$\hat{a}^\dagger \hat{a} \, |n\rangle = \hat{n} \, |n\rangle = n \, |n\rangle \tag{۱.۱}$$

کنش عملگرهای $\hat{a}$ و $\hat{a}^\dagger$ روی این حالت‌ها به‌صورت زیر است:

$$\hat{a}\,|n\rangle = \sqrt{n}\,|n-۱\rangle \tag{۲.۱}$$

$$\hat{a}^\dagger\,|n\rangle = \sqrt{n+۱}\,|n+۱\rangle \tag{۳.۱}$$

عملگرهای $\hat{a}$ و $\hat{a}^\dagger$ به‌ترتیب عملگرهای نابودی و آفرینش نامیده می‌شوند و علت این نامگذاری همان‌گونه که از روابط اخیر مشخص است، به‌دلیل نتیجه کنش آن‌ها روی حالت‌های عددی است. از ویژگی‌های حالت‌های عددی می‌توان موارد زیر را ذکر کرد:

۱. این حالت‌ها متعامد-بهنجار[۱] هستند یعنی: $\langle n \mid m\rangle = \delta_{n,m}$.

۲. حالت‌های عددی یک مجموعه کامل را تشکیل می‌دهند: $\sum\limits_{n=۰}^{\infty} |n\rangle\langle n| = \hat{I}$.

بردارهای حالت برای حالت‌های برانگیخته بالاتر می‌توانند براساس رابطه (۳.۱) با اعمال متوالی عملگر آفرینش روی حالت خلأ (که به‌صورت $\hat{a}\,|۰\rangle = ۰$ تعریف می‌شود) به‌دست آیند:

$$|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}}\,|۰\rangle \tag{۴.۱}$$

۳.۱ حالت‌های همدوس

حالت همدوس، میدان تولیدشده توسط جریان الکترومغناطیسی کلاسیکی را توصیف می‌کند. این حالت‌ها به‌صورت ویژه‌حالت‌های عملگر نابودی $\hat{a}$ با ویژه‌مقدار α تعریف می‌شوند:

$$\hat{a}\,|\alpha\rangle = \alpha\,|\alpha\rangle \tag{۵.۱}$$

که چون $\hat{a}$ یک عملگر پادهرمیتی است، ویژه‌مقادیرش (α) مختلط هستند. با توجه به این‌که حالت‌های عددی یک مجموعه کامل را تشکیل می‌دهند، می‌توان $|\alpha\rangle$ را برحسب حالت‌های عددی $|n\rangle$ با ضرایب بسط $\langle n \mid \alpha\rangle$ به‌صورت زیر بسط داد:

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=۰}^{\infty} |n\rangle\langle n \mid \alpha\rangle \tag{۶.۱}$$

---

[۱] orthonormal

برای به‌دست آوردن عبارتی برای ضرایب بسط کافی است دو طرف رابطه (۵.۱) را در $\langle n|$ ضرب کنیم، در این‌صورت داریم:

$$\langle n|\,\hat{a}\,|\alpha\rangle = \alpha\,\langle n \mid \alpha\rangle \tag{۷.۱}$$

که با استفاده از رابطه (۲.۱) داریم:

$$\langle n \mid \alpha\rangle = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\,\langle 0 \mid \alpha\rangle \tag{۸.۱}$$

بنابراین (۶.۱) به‌صورت زیر خواهد شد:

$$|\alpha\rangle = \langle 0 \mid \alpha\rangle \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\,|n\rangle \tag{۹.۱}$$

که بعد از ضرب دو طرف رابطه اخیر در $\langle\alpha|$ و به توان ۲ رساندن داریم:

$$|\langle\alpha \mid \alpha\rangle|^2 = |\langle 0 \mid \alpha\rangle|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} = |\langle 0 \mid \alpha\rangle|^2\, e^{|\alpha|^2} \tag{۱۰.۱}$$

با استفاده از بهنجارش حالت‌های همدوس به‌دست می‌آوریم: $\langle 0 \mid \alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2}$ که در این‌صورت:

$$\langle n \mid \alpha\rangle = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \tag{۱۱.۱}$$

بنابراین، با جایگذاری رابطه اخیر در (۶.۱) مشاهده می‌کنیم که حالت‌های همدوس برحسب حالت‌های عددی به‌صورت زیر بسط داده می‌شوند:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\,|n\rangle \tag{۱۲.۱}$$

راه دیگر به‌دست آوردن حالت‌های همدوس، اعمال عملگر جابه‌جایی روی کت خلأ است. برای نشان‌دادن این ادعا با جایگذاری رابطه (۴.۱) در (۱۲.۱) داریم:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha\hat{a}^\dagger)^n}{n!}\,|0\rangle \tag{۱۳.۱}$$

با استفاده از رابطه:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha \hat{a}^\dagger)^n}{n!} |0\rangle = e^{\alpha \hat{a}^\dagger} |0\rangle \tag{۱۴.۱}$$

می‌توان (۱۳.۱) را به‌صورت زیر نوشت:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} e^{\alpha \hat{a}^\dagger} |0\rangle \tag{۱۵.۱}$$

و با توجه به این‌که:

$$e^{-\alpha^* \hat{a}} |0\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\alpha^* \hat{a})^n}{n!} |0\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\alpha^*)^n}{\sqrt{n!}} \hat{a}^n |0\rangle = |0\rangle \tag{۱۶.۱}$$

در نهایت برای (۱۵.۱) داریم:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} e^{\alpha \hat{a}^\dagger} e^{-\alpha^* \hat{a}} |0\rangle \tag{۱۷.۱}$$

براساس لم بیکر-هاسدروف، اگر برای دو عملگر $\hat{A}$ و $\hat{B}$ داشته باشیم:

$$[[\hat{A}, \hat{B}], \hat{A}] = [[\hat{A}, \hat{B}], \hat{B}] = 0 \tag{۱۸.۱}$$

رابطه عملگری زیر برقرار است:

$$e^{\hat{A}+\hat{B}} = e^{\hat{A}} e^{\hat{B}} e^{-\frac{[\hat{A},\hat{B}]}{2}} \tag{۱۹.۱}$$

بنابراین عملگر جابه‌جایی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} e^{\alpha \hat{a}^\dagger} e^{-\alpha^* \hat{a}} = e^{\alpha \hat{a} - \alpha^* \hat{a}} = \hat{D}(\alpha) \tag{۲۰.۱}$$

که $\hat{D}(\alpha)$ عملگر جابه‌جایی است. در نهایت برای (۱۷.۱) داریم:

$$|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha) |0\rangle \tag{۲۱.۱}$$

و این همان رابطه مورد نظر است که بیان کننده روش دومی برای تولید حالت‌های همدوس استاندارد است.

۱.۳.۱ حالت‌های همدوس به‌عنوان مرز کلاسیک و کوانتوم

حالت‌های عددی معرفی‌شده در بخش ۲.۱، دارای تعداد فوتون‌های محدودی در میدان هستند ولی تولید میدان با تعداد خیلی کمی از فوتون‌ها اصولاً کار آسانی نیست. بنابراین برای میدان‌های نوری‌ای که دارای تعداد فوتون‌های زیادی هستند، این حالت‌ها نمایش مناسبی نیستند [۱۲]. زیرا اغلب گفته می‌شود (برای مثال [۱۳]) که حد کلاسیکی یک میدان کوانتیده، با افزایش قابل‌ملاحظه تعداد فوتون‌ها به‌دست می‌آید. بنابراین مناسب‌ترین نمایش برای میدان تابشی، به‌صورت برهم‌نهی ویژه‌ای از حالت‌های عددی خواهد بود که این برهم‌نهی، حالت همدوس استاندارد است. حالت همدوس بهترین حالت برای توصیف میدان کلاسیکی است. یکی از دلایل درستی این ادّعا را ذیلاً مطرح می‌کنیم. با توجه به عدم‌قطعیت در مؤلفه مکان به‌شکل $\Delta\hat{x} = \sqrt{\langle\hat{x}^{2}\rangle - \langle\hat{x}\rangle^{2}}$ و در نظر گرفتن عملگر هرمیتی $\hat{x}$ به‌صورت زیر:

$$\hat{x} = \frac{\hat{a}+\hat{a}^{\dagger}}{\sqrt{2}} \tag{۲۲.۱}$$

برای عدم‌قطعیت در مؤلفه $\hat{x}$ حالت‌های همدوس داریم:

$$\Delta\hat{x} = \sqrt{\langle\alpha|\left(\frac{\hat{a}+\hat{a}}{\sqrt{2}}\right)^{2}|\alpha\rangle - \left(\langle\alpha|\frac{\hat{a}+\hat{a}}{\sqrt{2}}|\alpha\rangle\right)^{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{۲۳.۱}$$

و به‌طور مشابه با تعریف:

$$\hat{p} = \frac{\hat{a}-\hat{a}^{\dagger}}{i\sqrt{2}} \tag{۲۴.۱}$$

برای عدم‌قطعیت در مؤلفه $\hat{p}$ داریم: $\Delta\hat{p} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. بنابراین حاصل‌ضرب عدم‌قطعیت در مکان و تکانه برای این حالت‌ها برابر با $((\Delta\hat{x})(\Delta\hat{p}))_{|\alpha\rangle} = \frac{1}{2}$ می‌شود. از طرف دیگر با توجه به رابطه عدم‌قطعیت هایزنبرگ داریم:

$$(\Delta\hat{x})(\Delta\hat{p}) \geq \frac{1}{2} \tag{۲۵.۱}$$

بنابراین حالت‌های همدوس دارای کمترین عدم‌قطعیت هستند و چون حالتی‌که بیشترین تطابق را با میدان کلاسیکی دارد در کمینه رابطه عدم‌قطعیت صدق می‌کند، حالت‌های همدوس کلاسیکی‌ترین