

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ



سنه تعالی

## تاییدیه اعضای هیات داوران حاضر در جلسه دفاع از پایان نامه

آقای مهدی رنجبر رویین تن پایان نامه ۶ واحدی خود را با عنوان بررسی خروج از خط خودروی ریلی شامل دو بوژی در یک قوس در تاریخ ۱۳۹۱/۴/۱۹ ارانه کردند.

اعضای هیات داوران نسخه نهایی این پایان نامه را از نظر فرم و محتوا تایید کرده و پذیرش آنرا برای تکمیل درجه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی پیشنهاد می کنند.

عنصر هیات داوران	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضا
استاد راهنمای	دکتر محمد رضا قضاوی خوراسگانی	دانشیار	
استاد ناظر	دکتر سید حمید جلالی نائینی	استادیار	
استاد ناظر	دکتر مجید محمدی مقدم	دانشیار	
استاد ناظر	دکتر سید محمد صاحبکار خراسانی	استادیار	
مدیر گروه (یا نماینده گروه تخصصی)	دکتر مجید محمدی مقدم	دانشیار	

## آیین نامه چاپ پایان نامه (رساله) های دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس

نظر به اینکه چاپ و انتشار پایان نامه (رساله) های تحصیلی دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس، مبین بخشی از فعالیتهای علمی - پژوهشی دانشگاه است بنابراین به منظور آگاهی و رعایت حقوق دانشگاه، دانش آموختگان این دانشگاه نسبت به رعایت موارد ذیل متعهد می شوند:

ماده ۱: در صورت اقدام به چاپ پایان نامه (رساله) خود، مراتب را قبلًا به طور کتبی به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اطلاع دهد.

ماده ۲: در صفحه سوم کتاب (پس از برگ شناسنامه) عبارت ذیل را چاپ کند:  
«کتاب حاضر، حاصل پایان نامه کارشناسی ارشد نگارنده در رشته مهندسی مکانیک است که در سال ۱۳۹۱ در دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تربیت مدرس به راهنمایی جناب آقای دکتر محمد رضا قضاوی از آن دفاع شده است.»

ماده ۳: به منظور جبران بخشی از هزینه های انتشارات دانشگاه، تعداد یک درصد شمارگان کتاب (در هر نوبت چاپ) را به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اهدا کند. دانشگاه می تواند مازاد نیاز خود را به نفع مرکز نشر درعرض فروش قرار دهد.

ماده ۴: در صورت عدم رعایت ماده ۳، ۵۰٪ بهای شمارگان چاپ شده را به عنوان خسارت به دانشگاه تربیت مدرس، تأديه کند.

ماده ۵: دانشجو تعهد و قبول می کند در صورت خودداری از پرداخت بهای خسارت، دانشگاه می تواند خسارت مذکور را از طریق مراجع قضایی مطالبه و وصول کند؛ به علاوه به دانشگاه حق می دهد به منظور استیفاده حقوق خود، از طریق دادگاه، معادل وجه مذکور در ماده ۴ را از محل توقيف کتابهای عرضه شده نگارنده برای فروش، تامین نماید.

ماده ۶: اینجانب مهدی رنجبر دانشجوی رشته مهندسی مکانیک مقطع کارشناسی ارشد، تعهد فوق وضمانت اجرایی آن را قبول کرده، به آن ملتزم می شوم.

نام و نام خانوادگی: مهدی رنجبر

تاریخ و امضا:

## آیین‌نامه حق مالکیت مادی و معنوی در مورد نتایج پژوهش‌های علمی دانشگاه تربیت مدرس

مقدمه: با عنایت به سیاست‌های پژوهشی و فناوری دانشگاه در راستای تحقق عدالت و کرامت انسانها که لازمه شکوفایی علمی و فنی است و رعایت حقوق مادی و معنوی دانشگاه و پژوهشگران، لازم است اعضای هیأت علمی، دانشجویان، دانشآموختگان و دیگر همکاران طرح، در مورد نتایج پژوهش‌های علمی که تحت عنوانین پایان‌نامه، رساله و طرحهای تحقیقاتی با هماهنگی دانشگاه انجام شده است، موارد زیر را رعایت نمایند:

ماده ۱- حق نشر و تکثیر پایان‌نامه/ رساله و درآمدهای حاصل از آنها متعلق به دانشگاه می‌باشد ولی حقوق معنوی پدیدآورندگان محفوظ خواهد بود.

ماده ۲- انتشار مقاله یا مقالات مستخرج از پایان‌نامه/ رساله به صورت چاپ در نشریات علمی و یا ارائه در مجتمع علمی باید به نام دانشگاه بوده و با تایید استاد راهنمای اصلی، یکی از اساتید راهنما، مشاور و یا دانشجو مسئول مکاتبات مقاله باشد. ولی مسئولیت علمی مقاله مستخرج از پایان‌نامه و رساله به عهده اساتید راهنما و دانشجو می‌باشد.

تبصره: در مقالاتی که پس از دانشآموختگی بصورت ترکیبی از اطلاعات جدید و نتایج حاصل از پایان‌نامه/ رساله نیز منتشر می‌شود نیز باید نام دانشگاه درج شود.

ماده ۳- انتشار کتاب، نرم افزار و یا آثار ویژه (اثری هنری مانند فیلم، عکس، نقاشی و نمایشنامه) حاصل از نتایج پایان‌نامه/ رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی کلیه واحدهای دانشگاه اعم از دانشکده‌ها، مراکز تحقیقاتی، پژوهشکده‌ها، پارک علم و فناوری و دیگر واحدهای باید با مجوز کتبی صادره از معاونت پژوهشی دانشگاه و براساس آئین نامه‌های مصوب انجام شود.

ماده ۴- ثبت اختراع و تدوین دانش فنی و یا ارائه یافته‌ها در جشنواره‌های ملی، منطقه‌ای و بین‌المللی که حاصل نتایج مستخرج از پایان‌نامه/ رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی دانشگاه باید با هماهنگی استاد راهنما یا مجری طرح از طریق معاونت پژوهشی دانشگاه انجام گیرد.

ماده ۵- این آیین‌نامه در ۵ ماده و یک تبصره در تاریخ ۸۷/۴/۱ در شورای پژوهشی و در تاریخ ۸۷/۴/۲۳ در هیأت رئیسه دانشگاه به تایید رسید و در جلسه مورخ ۸۷/۷/۱۵ شورای دانشگاه به تصویب رسیده و از تاریخ تصویب در شورای دانشگاه لازم‌الاجرا است.

«اینجانب.....دانشجوی رشته.....ورودی سال تحصیلی.....

قطع .....دانشکده .....متعدد می‌شوم کلیه نکات مندرج در آئین نامه حق مالکیت مادی و معنوی در مورد نتایج پژوهش‌های علمی دانشگاه تربیت مدرس را در انتشار یافته‌های علمی مستخرج از پایان‌نامه / رساله تحصیلی خود رعایت نمایم. در صورت تخلف از مفاد آئین نامه فوق الاشعار به دانشگاه وکالت و نمایندگی می‌دهم که از طرف اینجانب نسبت به لغو امتیاز اختراع بنام بنده و یا هر گونه امتیاز دیگر و تغییر آن به نام دانشگاه اقدام نمایم. ضمناً نسبت به جبران فوری ضرر و زیان حاصله بر اساس برآورد دانشگاه اقدام خواهم نمود و بدینوسیله حق هر گونه اعتراض را از خود سلب نمودم»

.....امضا:

.....تاریخ:

تلقیه به

پدر و مادر

بذرگواره

که هر چه دارم از برکت وجود آسمانی و سرشار از مهر و فداکاری آنهاست

در کویری روحانی تسخیر شد

آب عشق از خاکمان تبخیر شد

واعظ شهرستانی

## تقدیر و سپاس

ضمن سپاس بیکران خداوند بر خود لازم می دانم از کلیه ی کسانی که من را در انجام و

پیشبرد این پروژه علمی یاری نمودند، تشکر و قدردانی نمایم.

همچنین از استاد محترم جناب آقای دکتر محمد رضا قضاوی که با راهنمایی های

مدبرانه و دلسوزانه خود، نظارت و سرپرستی این پروژه را بر عهده داشتند و در لحظات

سخت و دشوار همواره آرامش بخش من بوده اند، صمیمانه قدردانی می نمایم.

تبر ۱۳۹۱

## چکیده

دینامیک خودروی ریلی سرعت بالا با ۳۸ درجه آزادی شامل جابجایی های طولی، عرضی، قائم و چرخش حول محور های مذکور مدل شده است. برای شبیه سازی تماس چرخ و ریل، از ریل الاستیک و مدل خرش غیرخطی استفاده شده است. برای حل معادلات غیرخطی و وابسته حرکت، روش رانج کاتا استفاده شده است. حرکت پایدار و رفتار حلقه بسته متناظر با آن بررسی شده است. به منظور مطالعه پدیده هانتینگ، تحلیل انشعاب انجام شده است. در تحلیل انشعاب سرعت به عنوان پارامتر انشعاب درنظر گرفته شده است. این تحلیل دربرگیرنده ای محدوده ای از شعاع قوس ریل و ضریب مخروطیت چرخ است. تاثیر ریل الاستیک غیر خطی و جابجایی در راستای طولی بر روی پایداری جانبی بررسی شده است. در انتها طیف توان مجموعه چرخ و محور کشنده از بوژی پیشرو، در محدوده ای از سرعت ها رسم گردیده است. نتایج نشان می دهد که جابجایی در راستای طولی، تاثیری بر روی پایداری جانبی ندارد. همچنین با افزایش شعاع قوس ریل و یا کاهش ضریب مخروطیت، سرعت بحرانی هانتینگ افزایش میابد. به علاوه سرعت بحرانی هانتینگ و فرکانس هانتینگ محاسبه شده بر اساس ریل الاستیک خطی از مدل غیر خطی بیشتر است.

کلید واژه ها: دینامیک خودروهای ریلی، مدل خرش غیرخطی، سرعت بحرانی هانتینگ، شبیه سازی عددی، تحلیل انشعاب.

## فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فهرست جداول ها	۵
فهرست نمودارها	۵
فهرست شکلها	ج
فصل اول : مقدمه	۱
۱-۱ ضرورت انجام تحقیق	۲
۱-۲ مروری بر مطالعات انجام شده	۳
۱-۳ تعریف مسئله	۷
۱-۴ نوآوری های تحقیق	۷
فصل دوم : بوزی و خروج از خط آن	۸
۲-۱ قسمتهای تشکیل دهنده بوزی	۹
۲-۱-۱ مجموعه چرخ و محور	۹
۲-۱-۲ جعبه محور	۱۰
۲-۱-۳ چرخ ها	۱۱
۲-۱-۴ سیستم تعلیق	۱۱
۲-۲ تماس چرخ و ریل	۱۱
۲-۲-۱ خش و تاثیر آن بر تماس چرخ و ریل	۱۱
۲-۲-۲ تئوری هرتز	۱۲
۲-۲-۳ تئوری کالکر	۱۲
۳-۲ معیارهای خروج از خط	۱۲
۳-۲-۱ بالا رفتن لبه چرخ	۱۳

۱۳	۱-۱-۳-۲ معيار نادال
۱۴	۲-۱-۳-۲ معيار وين استاك
۱۵	۳-۱-۳-۲ JNR معيار
۱۵	۴-۱-۳-۲ AAR معيار
۱۵	۵-۱-۳-۲ FRA معيار
۱۶	۶-۱-۳-۲ TTCI معيار
۱۶	۲-۳-۲ افزايش فاصله ي بين دو ريل
۱۶	۱-۲-۳-۲ معيار چرخش ريل
۱۷	۲-۲-۳-۲ معيار افزايش فاصله بين دو ريل
۱۸	۳-۳-۲ جابجايی جانبی قاب ريل
۱۹	۴-۳-۲ ناپايداري جانبی
۲۰	۱-۴-۳-۲ قطارهای سرعت بالا
۲۱	۴-۲ ديناميک خودروهای ريلی
۲۲	۱-۴-۲ نقاط تعادل
۲۲	۲-۴-۲ انشعاب
۲۲	۱-۲-۴-۲ انشعاب زيني
۲۳	۲-۲-۴-۲ انشعاب گذاريحراني
۲۴	۳-۲-۴-۲ انشعاب چنگالي
۲۶	۳-۴-۲ انواع نمودار انشعاب در خودروهای ريلی
۲۸	فصل سوم: معادلات حرکت خودروی ريلی
۲۹	۳-۱ فهرست علائم

۳۱	۲-۳ مدل خودروی ریلی
۳۲	۳-۳ درجات آزادی
۳۳	۴-۳ تماس چرخ و ریل
۳۸	۵-۳ معادلات حرکت
۴۰	۱-۵-۳ بدن خودروی ریلی
۴۰	۲-۵-۳ بدن بوژی
۴۱	۳-۵-۳ چرخ و محور
۴۳	<b>فصل چهارم: بررسی و تحلیل نتایج</b>
۴۴	۱-۴ جنبه عددی
۴۴	۲-۴ حرکت پایدار و رفتار حلقه بسته متناظر
۵۴	۳-۴ تاثیر جابجایی طولی بر روی پایداری جانبی
۵۴	۴-۴ نمودارهای انشعاب
۵۴	۱-۴-۴ نمودارهای انشعاب بر حسب تغییرات ضریب مخروطیت
۵۶	۲-۴-۴ نمودارهای انشعاب بر حسب تغییرات شعاع قوس ریل
۵۷	۴-۵ تاثیر ریل الاستیک غیرخطی بر روی پایداری جانبی
۵۸	۶-۴ طیف توان
۶۱	<b>فصل پنجم: بحث و نتیجه گیری</b>
۶۲	۱-۵ بحث و نتیجه گیری
۶۳	۱-۵ ارائه پیشنهادات

## فهرست جدولها

صفحه

عنوان

جدول ۱-۳: فهرست علائم ..... ۲۹

## فهرست نمودارها

صفحه	عنوان
۱۴	نمودار ۲-۱: تاثیر زاویه حمله بر روی معیار نادال
۱۵	نمودار ۲-۲: مقایسه معیار نادال و وین استاک
۲۳	نمودار ۲-۳: انشعاب زینی
۲۴	نمودار ۲-۴: انشعاب گذار بحرانی
۲۵	نمودار ۲-۵: انشعاب چنگالی
۲۶	نمودار ۲-۶: حلقه های پایدار و ناپایدار
۲۷	نمودار ۲-۷: انشعاب بالای بحرانی هاپف
۲۷	نمودار ۲-۸: انشعاب زیر بحرانی هاپف
۱۵۰	نمودار ۴-۱: جابجایی جانبی چرخ و محور کشنده از بوژی پیشرو بر حسب زمان (برای سرعت
۴۵	کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت $0/05$ و شعاع قوس $2000$ متر)
۴۶	نمودار ۴-۲: سرعت جانبی چرخ و محور کشنده از بوژی پیشرو بر حسب جابجایی جانبی آن (برای سرعت $150$ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت $0/05$ و شعاع قوس $2000$ متر)
۴۶	نمودار ۴-۳: سرعت جانبی چرخ و محور کشنده از بوژی پیشرو بر حسب جابجایی جانبی آن و زمان (برای سرعت $150$ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت $0/05$ و شعاع قوس $2000$ متر)
۴۷	نمودار ۴-۴: جابجایی جانبی چرخ و محور کشیده شده از بوژی پیشرو بر حسب جابجایی جانبی چرخ و محور کشنده از بوژی پیشرو (برای سرعت $150$ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت $0/05$ و شعاع قوس $2000$ متر)
۴۷	نمودار ۴-۵: جابجایی جانبی چرخ و محور کشیده شده از بوژی پیشرو بر حسب جابجایی جانبی چرخ و محور کشنده از بوژی پیشرو و زمان (برای سرعت $150$ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت $0/05$ و شعاع قوس $2000$ متر)

نمودار ۴-۶: جابجایی جانبی چرخ و محور کشنده از بوزی پیشرو بر حسب زمان (برای سرعت ۲۹۳

کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵ و شعاع قوس ۲۰۰۰ متر).....۴۹

نمودار ۴-۷: سرعت جانبی چرخ و محور کشنده از بوزی پیشرو بر حسب جابجایی جانبی آن(برای

سرعت ۲۹۳ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵ و شعاع قوس ۲۰۰۰ متر).....۴۹

نمودار ۴-۸: سرعت جانبی چرخ و محور کشنده از بوزی پیشرو بر حسب جابجایی جانبی آن و زمان

(برای سرعت ۲۹۳ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵ و شعاع قوس ۲۰۰۰ متر).....۵۰

نمودار ۴-۹: جابجایی جانبی چرخ و محور کشیده شده از بوزی پیشرو بر حسب جابجایی جانبی چرخ

و محور کشنده از بوزی پیشرو (برای سرعت ۲۹۳ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵ و شعاع

قوس ۲۰۰۰ متر).....۵۰

نمودار ۴-۱۰: جابجایی جانبی چرخ و محور کشیده شده از بوزی پیشرو بر حسب جابجایی جانبی چرخ

و محور کشنده از بوزی پیشرو و زمان (برای سرعت ۲۹۳ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵

و شعاع قوس ۲۰۰۰ متر).....۵۱

نمودار ۴-۱۱: جابجایی جانبی چرخ و محور کشنده از بوزی پیشرو بر حسب زمان (برای سرعت ۲۹۷

کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵ و شعاع قوس ۲۰۰۰ متر).....۵۲

نمودار ۴-۱۲: سرعت جانبی چرخ و محور کشنده از بوزی پیشرو بر حسب جابجایی جانبی آن (برای

سرعت ۲۹۷ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵ و شعاع قوس ۲۰۰۰ متر).....۵۲

نمودار ۴-۱۳: سرعت جانبی چرخ و محور کشنده از بوزی پیشرو بر حسب جابجایی جانبی آن و زمان

(برای سرعت ۲۹۷ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵ و شعاع قوس ۲۰۰۰ متر).....۵۳

نمودار ۴-۱۴: جابجایی جانبی چرخ و محور کشیده شده از بوزی پیشرو بر حسب جابجایی جانبی چرخ

و محور کشنده از بوزی پیشرو (برای سرعت ۲۹۷ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵ و شعاع

قوس ۲۰۰۰ متر).....۵۳

نمودار ۴-۱۵: جابجایی جانبی چرخ و محور کشیده شده از بوزی پیشرو بر حسب جابجایی جانبی چرخ

و محور کشنده از بوزی پیشرو و زمان (برای سرعت ۲۹۷ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵

۵۴	و شعاع قوس ۲۰۰۰ متر)
۵۶	نمودار ۴-۱۶: انشعباب بر حسب تغییرات ضریب مخروطیت
۵۷	نمودار ۴-۱۷: انشعباب بر حسب تغییرات شعاع قوس
۵۸	نمودار ۴-۱۸: انشعباب بر حسب خطی و غیر خطی بودن ریل
۵۹	نمودار ۴-۱۹: پاسخ فرکانسی چرخ و محور کشنده از بوژی پیشرو (برای سرعت ۱۵۰ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵ و شعاع قوس ۲۰۰۰ متر)
۶۰	نمودار ۴-۲۰: پاسخ فرکانسی چرخ و محور کشنده از بوژی پیشرو (برای سرعت ۲۹۳ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵ و شعاع قوس ۲۰۰۰ متر)
۶۰	نمودار ۴-۲۱: پاسخ فرکانسی چرخ و محور کشنده از بوژی پیشرو (برای سرعت ۲۹۷ کیلومتر بر ساعت، ضریب مخروطیت ۰/۰۵ و شعاع قوس ۲۰۰۰ متر)

## فهرست تصویرها/شکلها

عنوان	صفحه
شکل ۱-۲: بوژی.....	۹
شکل ۲-۲: چرخ و محور .....	۱۰
شکل ۲-۳: جعبه محور .....	۱۱
شکل ۲-۴: زاویه حمله چرخ و محور.....	۱۳
شکل ۲-۵: نیروهای وارد بر لبه چرخ.....	۱۳
شکل ۲-۶: خروج از خط در اثر افزایش پهنهای بین دو ریل .....	۱۶
شکل ۲-۷: هندسه ریل.....	۱۷
شکل ۲-۸: هندسه چرخ و ریل.....	۱۸
شکل ۲-۹: جابجایی جانبی قاب ریل.....	۱۸
شکل ۲-۱۰: پدیده هانتینگ .....	۱۹
شکل ۲-۱۱: ریل های سرعت بالا در خطوط شین کانسن.....	۲۰
شکل ۲-۱۲: قطرار سرعت بالا سری E5 .....	۲۰
شکل ۳-۱: مدل خودروی ریلی.....	۳۱
شکل ۳-۲: درجات آزادی.....	۳۳
شکل ۳-۳: مدل تماس چرخ و ریل.....	۳۴
شکل ۳-۴: محورهای مختصات سیستم.....	۳۹

# فصل اول

مقدمه

## فصل ۱

### مقدمه

#### ۱- ضرورت انجام تحقیق

خروج از خط خودروهای ریلی می‌تواند موجب تلفات قابل توجه‌ای شود. جلوگیری از خروج از خط برای هر دو عامل ایمنی و اقتصادی حیاتی است. اخیراً حدود چهل نفر در اثر خروج از خط یک قطار که از استانبول به آنکارا در حرکت بود کشته شدند. خروج از خط نتیجه حرکت چرخ‌ها به سمت خارج از ریل است. دلایل حرکت چرخ‌ها به سمت خارج از ریل می‌تواند بسیار پیچیده باشد. به هر حال هر شرایطی که ممکن است هدایت جانبی ایجاد شده توسط ریل را کاهش دهد می‌تواند موجب افزایش ریسک خروج از خط شود. با افزایش سرعت اگر ضریب مخروطیت بالا باشد، حرکت جانبی مجموعه چرخ و محور می‌تواند موجب نوسانات با دامنه بزرگ شود. این ناپایداری جانبی خودروی ریلی، هانتینگ نامیده می‌شود. از پیامدهای روی دادن هانتینگ می‌توان به راحت نبودن مسافران، افزایش هزینه تعمیرات و تولید نیروهای جانبی بزرگ که باعث آسیب رساندن به ریل و خروج از خط می‌شود، نام برد [۱].

با دنبال کردن انقلاب صنعتی، خودروهای ریلی به عنوان وسیله‌ای مهم جهت حمل و نقل مسافربری و باری محسوب می‌شوند. در چند دهه قبل انحنا ریل و سرعت خودروی ریلی کم بود و بر پایداری حرکت تاثیری نداشت. به همین دلیل محققان به پایداری خودروهای ریلی توجه نداشتند. با ظهور قطارهای پر سرعت، سرعت بحرانی هانتینگ ویژگی بسیار مهم در تحلیل خودروهای ریلی شده است. این افزایش سرعت و همچنین افزایش انحنای مسیر موجب شد محققان تحقیقاتی را در زمینه پایداری خودروهای ریلی انجام دهند.

## ۱-۲ مروی بر مطالعات انجام شده

اولین طرح پیشنهادی برای بوژی در بریتانیا به وسیله ویلیام چاپمن در سال ۱۷۹۷ ارائه شد [۲]. در سال ۱۸۳۲ جدویس با مشورت آلن هورایتو اولین لوکوموتیو با یک بوژی را طراحی کرد [۳]. این بوژی های اولیه فاصله بین محور جلو و عقب آن ها خیلی کوتاه و نوسان آن ها شدید بود که احتمال خروج از خط را افزایش می داد. در دهه ۱۸۵۰ فاصله بین محور عقب و جلوی بوژی ها و همچنین پایداری آن ها افزایش یافت [۴]. فرضیه سیر تکاملی بوژی قبل از اینکه مدل های ریاضی استفاده شوند، بر دیگر نظریه ها ارجح بود. بعدها زمانی که محاسبات نشان داد، حرکات صفحات جانبی سینماتیک و با دامنه لقی یکسان فرض شدند، که انطباق بین فرکانس های طبیعی بدن ماشین بر سیستم تعليق و فرکانس های سینماتیک را که از آزمایش مشاهده شده بود را تاکید می کرد. با این ایده ها و گسترش تجربی در سال ۱۹۶۰ نتایج خوبی استخراج شد. ارتعاش پایین باعث سرعتی محدود برای مثال تا ۱۶۰ کیلومتر بر ساعت شد.

مات سودایرا اولین مدل ریاضی در بر گیرنده سختی سیستم تعليق اولیه و ثانویه را مطرح کرد [۵]. این مدل برای پیشرفت بوژی در شینکانسن در اوایل دهه ۱۹۶۰ و برای سرعت های تا ۲۴۶ کیلومتر بر ساعت در سال ۱۹۶۴ به کار گرفته شد. انتخاب با دقت از فاصله بین محور جلو و عقب بوژی و پارامترهای سیستم تعليق اولیه و ثانویه حاشیه پایداری مهمی را فراهم می کند [۶]. تلاش های بسیاری برای بهبود عملکرد در پیچ ها، بوسیله قابل انعطاف کردن بیشتر بوژی انجام گرفت. طرح هایی برای هدایت بدن خودروی ریلی، در اوایل قرن نوزدهم پدیدار شدند [۷]. در اوایل قرن بیست تحقيقات مهم و موفقیت آمیزی به وسیله لیچتی انجام گرفت [۸, ۹]. شوانج یک سری آزمایشهايی با یک طراحی جدید روی بدن بوژی گزارش کرد، برتری این طرح کاهش سایش بین چرخ و ریل بود [۱۰]. اولین مدل تئوری تماس چرخ و ریل توسط کارتر در امریکا شکل گرفت [۱۱]. جانسون [۱۲] و کالکر [۱۳] به تشریح دقیق تماس چرخ و ریل پرداختند.

در سال ۱۹۶۵، ویکنس [۱۴] پایداری هانتینگ چرخ و محور و بوژی یک خودروی ریلی را بررسی کرد. در سال ۱۹۷۷، دویله و پراس [۱۵] تاثیر صلبیت پیچشی چرخ و محور را بر روی پایداری هانتینگ خودروی ریلی بررسی کردند. مطالعات آنها نشان می‌داد که با بکار بردن صلبیت پیچشی چرخ و محور، سرعت بحرانی هانتینگ خودروی ریلی کاهش میابد. در سال ۱۹۸۶، پترسن [۱۶] اثر هانتینگ را بر روی بوژی مورد بررسی قرار داد. در سال ۱۹۹۸، احمدیان و یانگ [۱۷] به بررسی تحلیل انشعاب هاپف و رفتار هانتینگ خودروی ریلی پرداختند.

در سال ۲۰۰۱، ماستینو و همکاران [۱۸] با استفاده از یک مدل ساده‌ی دو درجه آزادی به بررسی خروجی دینامیک خودروی ریلی تحت تحريك ایجاد شده توسط نامنظمی‌های ریل پرداختند. در سال ۲۰۰۳، لی و چنگ [۱۹] اثر خزش خطی و غیر خطی را بر سرعت بحرانی سیستم مورد بررسی قرار دادند. آنها تاثیر پارامترهای سیستم تعليق را بر سرعت بحرانی سیستم بر روی ریل‌های با شعاع‌های متفاوت تحقیق کردند.

در سال ۲۰۰۵، لی و چنگ [۲۰] با در نظر گرفتن ۱۰ درجه آزادی به مطالعه‌ی پارامترهای سیستم تعليق اولیه روی سرعت بحرانی سیستم پرداختند. آنها ریل را در جهت جانبی الاستیک خطی در نظر گرفتند. آنها نتایج خود را با سیستم ۴ درجه آزادی مقایسه کردند و به این نتیجه رسیدند که سرعت بحرانی سیستم ۶ درجه آزادی بیشتر از سیستم ۱۰ درجه آزادی است. از روش پایداری غیر مستقیم لیاپانوف، برای تحلیل سیستم خود استفاده کردند. در همین سال، جین و همکارانش [۲۱]، به بررسی نامنظمی‌های ریل در یک قوس بر روی پایداری خودروی ریلی سرعت بالا پرداختند. آنها به این نتیجه رسیدند که فرکانس بالای ارتعاشات ناشی از شرایط اولیه نامنظمی‌های ریل است که به سرعت گسترش میابد.

در سال ۲۰۰۶، لی و چنگ [۲۲] به بررسی تاثیر حرکت قائم و غلتشی بر روی سرعت بحرانی سیستم پرداختند. آنها به این نتیجه رسیدند که سرعت بحرانی سیستم ۸ درجه آزادی از سیستم ۶ درجه آزادی بیشتر است و همچنین سرعت بحرانی سیستم با خزش خطی از سیستم با خزش غیرخطی بیشتر می‌باشد. در همین سال، فان و همکارانش [۲۳] رفتار دینامیکی خودروی ریلی با

درجه آزادی شامل ۴ چرخ و محور، ۲ بوزی و یک بدنه خودروی ریلی مورد بررسی قرار دادند. هر

کدام از این اجزاء دارای ۴ درجه آزادی بودند. مطالعات آنها برای ریل های مستقیم بود.

در سال ۲۰۰۸، لی و چنگ [۲۴] بر مبنای مدل خزش غیرخطی معادلات حرکت مدل خودروی

ریلی با ۸ درجه آزادی را استخراج کردند. آنها تاثیر پارامترهای سیستم تعليق ثانویه را بر سرعت

بحرانی سیستم مورد مطالعه قرار دادند. آنها به این نتیجه رسیدند که برای سیستم ۸ درجه آزادی

سرعت بحرانی مدل خزش خطی از مدل خزش غیر خطی بیشتر است و برای سیستم ۶ درجه آزادی

سرعت بحرانی مدل خزش خطی از مدل خزش غیر خطی کمتر است. در همین سال ژنگ و وو

[۲۵]، رابطه‌ی جدیدی برای محاسبه خروج از خط استخراج کردند. آنها در محاسبات خود زاویه

تماس لبه چرخ، ضریب اصطکاک، نیروهای خزشی طولی و زاویه حمله چرخ و محور را در نظر

گرفتند. با تحلیل عددی آنها دریافتند که معادله تحلیلی آنها از فرمول نادال محدوده ایمنی بیشتری

دارد. آنها به این نتیجه رسیدند که افزایش زاویه تماس لبه چرخ و همچنین کاهش زاویه حمله چرخ و

محور و ضریب اصطکاک در جلوگیری از خروج از خط تاثیر مهمی دارد.

در سال ۲۰۰۹، چن و همکارانش [۲۶] از مدل ابتکاری غیر خطی خزشی برای تحلیل رفتار

خودروی ریلی سرعت بالا با ۲۰ درجه آزادی در یک قوس، استفاده کردند. آنها تاثیر پارامترهای

سیستم تعليق نوع اول و دوم را بر سرعت بحرانی تحقیق کردند. آنها دریافتند که با افزایش سفتی

قائم سیستم تعليق نوع دوم، سرعت بحرانی ابتدا کاهش و سپس افزایش میابد و افزایش دمپینگ قائم

سیستم تعليق نوع دوم با افزایش سرعت بحرانی همراه است.

در سال ۲۰۱۰، زیبونسکی و دوسا [۲۷] یک ایده‌ی اساسی برای تخمین پایداری و ناپایداری

خودروهای ریلی ارائه دادند. آنها منحنی های انشعاب را برای یک قوس به شعاع ۶۰۰ متر و یک مسیر

مستقیم رسم کردند. آنها از یک مدل ساده برای سیستم خود استفاده کردند. تاثیر شرایط اولیه

مختلف را بروی حلقه های بسته مورد بررسی قرار دادند. در همین سال، ژای و وانگ [۲۸] ریل

الاستیک را برای محاسبه پایداری خودروهای ریلی درنظر گرفتند. آنها روشی مستقیم برای محاسبه

پایداری بکار بردند و نمودارهای سرعت بحرانی بر حسب سفتی جانبی و قائم ریل رسم کردند و