



دانشگاه پیام نور

دانشکده علوم پایه

پایان نامه

برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد

رشته ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)

عنوان پایان نامه:

مدل بندی چند معیاره برای مکان یابی تسهیلات نامطلوب

باقر محمدی حاجی خانلو

استاد راهنما:

دکتر جمال صفار اردبیلی

استاد مشاور:

دکتر محمد چایچی رقیمی

بهمن ماه ۹۰



Payame Noor University
Faculty of Mathematical Sciences

Thesis Submitted for the Award of
M.Sc. Department of Mathematics

Department of Mathematical

**Multi criteria models for obnoxious
facility location**

Supervisor: Dr. J. Saffar

Advisor: Dr. M. Chaichi

Feb. 2012

نام: باقر

نام خانوادگی: محمدی حاجی خانلو

عنوان: مدل بندی چند معیاره برای مکان یابی تسهیلات

نامطلوب

استاد راهنما: دکتر جمال صفار اردبیلی

استاد مشاور: دکتر محمد چایچی رقیمی

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: ریاضی کاربردی گرایش: آنالیز عددی

دانشگاه: پیام نور تبریز دانشکده علوم پایه

تاریخ فارغ التحصیلی: بهمن ۹۰ تعداد صفحات: ۸۸

کلید واژه ها: مکان یابی تسهیلات نامطلوب، بهینه سازی چند هدفه، اهداف متضاد

چکیده:

در این پایان نامه به مطالعه مدل بندی و فرمول بندی چند معیاره برای مکان یابی تسهیلات نامطلوب می پردازیم. و طبیعی است که در این مدل بندی با معیارهای متضاد مواجه می شویم. در ادامه بعضی از روشهای حل این مدل های چند معیاره اشاره میشود. که روشهای حل پیشنهادی برای دسته مسائل مکان یابی تسهیلات نامطلوب هستند. همچنین در مورد مسیریابی مواد خطرناک به طرف تسهیلات نیز بحث می شود. که در این راستا مدلهایی از قبیل مدل هزینه که شامل هزینه انتقال هر واحد و هزینه های ثابت و متغیر و توابع هدف حداقل مجموع و حداقل اکثرها و توابع تک هدفه بررسی میشود.

فهرست مطالب

۲	۱	اصول تصمیم‌گیری چند معیاره و تعاریف اولیه
۲	۱.۱	مقدمه
۴	۲.۱	یک طبقه بندی مفید برای مسایل مکان‌یابی تسهیلات چند معیاره
۱۸	۳.۱	تعاریف برنامه ریزی تک هدفه و چند هدفه
۳۵	۲	مدل‌هایی برای مکان‌یابی تسهیلات نامطلوب
۳۵	۱.۲	مقدمه
۳۵	۲.۲	بررسی مقاله میاچرینودیس و همکارانش
۵۱	۳.۲	بررسی مدل ارائه شده توسط ویمن و کوبای
۵۵	۳	روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره برای مکان‌یابی تسهیلات
۵۶	۱.۳	روش‌های تلفیق و اولویت‌دهی در تصمیم‌گیری‌های چند معیاره
۵۸	۲.۳	پایاده سازی مدل و مقایسه جواب واقعی و بهینه شده
۶۹	۴	مدل‌های دو هدفه در مکان‌یابی تسهیلات نامطلوب
۶۹	۱.۴	مقدمه
۷۰	۲.۴	مثال‌هایی برای مکان‌یابی گسسته تسهیلات نامطلوب
۷۵	۳.۴	مکان‌یابی یک تسهیلات نامطلوب در صفحه
۷۶	۴.۴	مکان‌یابی کارا
۸۱		مراجع

فصل ۱

اصول تصمیم‌گیری چند معیاره و تعاریف اولیه

۱.۱ مقدمه

افراد همواره در حال تصمیم‌گیری برای اداره بهتر زندگی خود می‌باشند از جمله تصمیم‌گیری که در مورد انتخاب و اجرای بهترین راه ممکن با توجه به یک معیار خاص مانند کاهش هزینه و یا افزایش سود در نظر می‌گیرند. تصمیم‌گیری‌ها با توجه به یک معیار، دسته‌مسایلی به نام مسایل بهینه‌سازی تک معیاره را به وجود می‌آورد. از زمانی که فرآیندهای تصمیم‌گیری بشر با موارد پیچیده تر روبرو شد تصمیم‌گیری‌ها بر مبنای یک معیار ناکافی به نظر آمدند. در این فرآیندها به دلیل پیچیدگی بیان تمام معیارها در یک تابع هدف غیر ممکن و یا خیلی مشکل به نظر می‌آمد که اغلب این معیارها توسط افراد یا گروه‌های مختلفی در نظر گرفته می‌شدند و شامل اهداف متضاد بودند. این دسته مسایل پیچیده منجر به پیدایش مسایلی به نام بهینه‌سازی چند معیاره شد، اولین ریشه‌های مسایل چند معیاری را می‌توان در کارهای پارتو^۱ اواخر قرن نوزده مشاهده کرد که در سه دهه اخیر پیشرفت و توسعه پیدا کرده است. امروزه بسیاری از سیستم‌های پشتیبان تصمیم‌گیری درگیر روش‌های با اهداف متضاد می‌باشند، که پایه و اساس این گونه سیستم‌ها نظریه ریاضی بهینه‌سازی چند هدفه می‌باشد. موضوع بهینه‌سازی چند معیاری عموماً انتخاب جواب‌های خوب از بین مجموعه‌ای از گزینه‌ها با توجه به توابع هدف چندگانه یا چندمعیاری می‌باشد. مسایل چند معیاری در تئوری اقتصاد کاربردهای فراوانی دارد. که از جمله می‌توان به کارهای والراس^۲ در قرن نوزده اشاره کرد که نظریه رفاه و مطلوبیت اقتصادی را مورد توجه قرار داد و سپس توسط سایرین مورد توجه قرار گرفت، برای مطالعه بیشتر در این زمینه به [۸] مراجعه کنید. توابع مطلوبیت

Parto^۱
Walras^۲

و منحنی‌های بی‌تفاوتی که توسط پارتو معرفی شده بود را برای تعریف یک تعادل اقتصادی به کار می‌بردند که امروزه به آن نقطه بهینه محلی پارتو می‌گویند. از دیدگاه ریاضیات بهینه‌سازی چند معیاره یا بهینه‌سازی برداری تعیین عناصر ماکسیمال یا مینیمال یک مجموعه مرتب را مورد توجه قرار می‌دهد. اولین کارها در زمینه بهینه‌سازی برداری را می‌توان در کارهای کانتور^۳ و هاسدورف^۴ مشاهده کرد. که برای مطالعه در این زمینه به [۱۲، ۶] مراجعه کنید.

به هر حال آن طور که مشخص است تحقیقات در زمینه بهینه‌سازی چندمعیاره بسیار نوپا است و سابقه آن به نیمه دوم قرن بیستم باز می‌گردد. اصطلاح کارایی را برای اولین بار می‌توان در کارهای کوپمنز^۵ یافت که در این زمینه به [۱۶] مراجعه کنید.

تعریف مساله ماکسیمم سازی برداری توسط کان^۶ و تاکر^۷ ارائه شده است که برای مطالعه بیشتر به [۱۷] مراجعه کنید.

تحقیقات ریاضی توسط هورویس^۸ با کار روی مسایل بهینه‌سازی برداری در فضای برداری توپولوژیکی شروع شد، به [۱۳] مراجعه کنید.

یک دهه بعد جنبه‌های الگوریتمی مسایل ماکسیمم سازی برداری توسط چارنز^۹ و کوپر^{۱۰} قرار گرفت،

در اواخر دهه شصت پایه و اساس برنامه‌ریزی آرمانی که امروزه برخی اوقات به آن زمینه تحقیقاتی فضای گسسته نیز می‌گویند، آغاز شد. نظریه عالی و روش تصمیم‌گیری چند معیاری گسسته در سال ۱۹۶۸ ارائه شد. تقریباً بیست سال بعد اولین مقاله در این زمینه منتشر شد. اولین روش‌های برهم کنشی و روش STEM و روش Geoffrion-Dyer-Feinberg در سال ۱۹۷۰ معرفی شدند، که به [۵] مراجعه کنید.

عدم وجود ترتیب‌های متعارف در فضای برداری منجر به تحقیقات کارایی در ترتیب‌های تعریف شده

Cantor^۳
Husdorf^۴
Koopmans^۵
Kuhn^۶
Tucker^۷
Hurwicz^۸
Charnes^۹
Cooper^{۱۰}

به وسیله مخروطها گردید. الگوریتم‌های مسایل خطی چند معیاری توسط زلنی^{۱۱} بیان شدند، که به [۲۷] مراجعه کنید.

نظریه مطلوبیت چند شاخصه (MAUT) توسط کنی و رایفا^{۱۲} در سال ۱۹۷۶ معروف شد. که به [۱۴] مراجعه کنید.

در سال ۱۹۸۰ ساتی^{۱۳} کتاب خود در مورد فرآیند تحلیلی سلسله مراتبی را به چاپ رساند. که در [۲۳] می توان مشاهده کرد.

اولین روش فرا ابتکاری و بهینه‌سازی چند هدفه در سال ۱۹۸۴ به ثبت رسید زمانی که اسچافر^{۱۴} روش VEGA را ارائه کرد که یک توسعه از الگوریتم‌های ژنتیک برای مسایل چند هدفه بود. که در [۲۴] می توان مشاهده کرد.

مقالات زیادی هستند که در زمینه تصمیم‌گیری چند معیاره کار شده و آنها را طبقه بندی کرده‌اند، از جمله مسایلی که چند معیاره می‌باشد مسایل مکان‌یابی است و چون در این پایان‌نامه مدل بندی و مکان‌یابی تسهیلات مورد بررسی قرار می‌گیرد، سودمند است که ابتدا یک تقسیم بندی از مسایل مکان‌یابی تسهیلات چند معیاره که توسط فراهانی^{۱۵} و همکارانش ارائه شده است، را بررسی کرده و سپس به انواع مکان‌یابی‌ها را که در این پایان‌نامه مورد نیاز است بپردازیم، که در این زمینه به [۱۰] مراجعه کنید.

در ادامه تعاریف و مقدماتی که در ادامه مورد نیاز است، را معرفی می‌کنیم.

۲.۱ یک طبقه بندی مفید برای مسایل مکان‌یابی تسهیلات چند معیاره

مسایل مکان‌یابی چند معیاره دسته مسایلی هستند که درگیر اطلاعات خاص جغرافیایی می‌باشند. تصمیم‌گیری‌های مکان‌یابی یک شاخه جدید از مسایل تحقیق در عملیات و علوم مدیریت می‌باشد. مکان‌یابی تسهیلات یک شاخه از تحقیق در عملیات است که مرتبط با مکان‌یابی برای حداقل یک تسهیلات جدید می‌باشد به طوری که حداقل یک تابع هدف بهینه شود مانند هزینه، سود، فاصله

Zeleny^{۱۱}
Keeney, Raiffa^{۱۲}
Satty^{۱۳}
Schaffer^{۱۴}
Farahani^{۱۵}

جابه‌جایی، خدمات، زمان انتظار، پوشش دهی سرویس‌ها... تقریباً تمامی دانشمندان بر این باورند که کتاب الفرد وبر،^{۱۶} شروع مهمی در تاریخ مکان‌یابی می‌باشد.

:MCDM

گرچه علوم مکان‌یابی با یک معیار از تاریخ طولانی برخوردار است، با معرفی تصمیم‌گیری چند معیاره در علوم مدیریتی این مفهوم به مسایل مکان‌یابی نیز وارد شده است.

در حالت کلی مسایل تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM)^{۱۷} را می‌توان به دو گروه مسایل تصمیم‌گیری چند شاخصه (MADM)^{۱۸} و مسایل تصمیم‌گیری چند هدفه (MODM)^{۱۹} تقسیم کرد.

:MADM

این دسته از مسایل معمولاً محدود به تعدادی گزینه‌های از پیش تعیین شده هستند که هر یک از این گزینه‌ها یک هدف را در سطح خاصی ارضا می‌کند و تصمیم‌گیرنده، بهترین جواب یا جواب‌ها را از بین گزینه‌ها بر طبق اولویت هر هدف و بر هم کنش بین آنها انتخاب می‌کند.

تکنیک‌هایی که در رابطه با این مسایل وجود دارند که مشهورترین آنها به صورت زیر است.

روش Maximin، Maximax، روش عطفی،^{۲۰} روش فصلی،^{۲۱} روش الفبایی،^{۲۲} روش تخصیص خطی،^{۲۳} روش وزن دهی جمعی ساده،^{۲۴} روش حذف و انتخاب با تاکید بر واقعیت،^{۲۵} (ELECTRE)

:MODM

در این مسایل سعی بر طراحی بهترین گزینه با توجه به تعامل‌های گوناگون بین محدودیت‌های طرح می‌شود که بهترین آنها تصمیم‌گیرنده را با توجه به سطح قابل قبولی که برای مجموعه اهداف در نظر گرفته است، ارضا می‌کند.

شاخه‌ای از مدل‌های تصمیم‌گیری با چندین معیار بوده که شاخه دیگر آن مدل‌های تصمیم‌گیری با چندین شاخص است. در مسایل واقعی نکته قابل ذکر، وجود تقابل میان اهداف متعدد است، به گونه‌ای که

Weber Alfred^{۱۶}

Multicriteria Decision Making^{۱۷}

Multiattribute Decision Making^{۱۸}

Multiobjective Decision Making^{۱۹}

Conjunctive Method^{۲۰}

Disjunctive Method^{۲۱}

Lexicographic Method^{۲۲}

Linear Assignment Method^{۲۳}

Simple Additive Weighting Method^{۲۴}

Elimination and Choice Expressing Reality Method^{۲۵}

دستیابی و حرکت در راستای بعضی از آنها موجب فاصله گرفتن از دیگر اهداف می‌شود، به این سبب یافتن مجموعه متغیرهایی که بتواند همزمان تمامی اهداف را در مقایسه با حالتی که فقط یک هدف دنبال می‌شود، نادر و مشکل است.

مسائل *MODM* عناصر مختلفی دارد ولی وجه اشتراک آنها به شرح زیر است.

۱. یک مجموعه اهداف قابل اندازه‌گیری

۲. یک مجموعه خوش تعریف محدودیتها

۳. یک فرآیند بدست آوری اطلاعات بده-بستان^{۲۶}

تکنیک‌های زیادی برای حل مسائل *MODM* وجود دارد که مشهورترین آنها به شرح زیر است:
روش‌های معیار سراسری، تابع مطلوبیت، روش متریک *L-P* و روش هدف کراندار، روش الفبایی، برنامه ریزی آرمانی و....

به هر حال صرف نظر از تکنیک‌های مورد استفاده در حل مسائل *MODM* بررسی جواب و انواع آن در حل مسائل ضروری است.

۱. جواب: مجموعه مقادیری که به متغیرهای تصمیم اختصاص داده می‌شود، اعم از اینکه در مجموعه محدودیت‌ها صدق کند یا صدق نکند جواب نامیده می‌شود.

۲. جواب موجه: جواب‌هایی که در تمام محدودیت‌ها صدق کند جواب موجه نام می‌گیرند. جواب‌های موجه بیانگر گزینه‌های تصمیم هستند.

۳. جواب ایده‌آل: جواب ایده‌آل جواب موجهی است که همزمان تمامی اهداف را در بهترین مقدار خود قرار می‌دهد. جواب ایده‌آل را جواب بهینه نیز می‌نامند.

۴. جواب مسلط: در مسایل چند هدفه یک جواب موجه (مانند *A*) وقتی بر جواب موجه دیگر (مانند *B*) مسلط است که حداقل بر مبنای تمامی اهداف به خوبی *B* بوده و دست کم بر اساس یک هدف بهتر از *B* باشد.

^{۲۶}Trade-off

۵. جواب مغلوب: در مسایل چند هدفه يك جواب موجه (مانند A) وقتی مغلوب جواب موجه ديگر (مانند B) است که حداکثر بر مبنای تمامی اهداف به خوبی B بوده و دست کم بر اساس يك هدف بدتر از B باشد.

۶. جواب کارا: در مسایل چند هدفه يك جواب موجه (مانند A) کارا است اگر جواب موجه ديگر وجود داشته باشد که حداقل از نظر يك هدف بهتر از A بوده و از نظر سایر اهداف به خوبی A نباشد. جواب کارا را جواب غير مسلط، بهينه پارتو، جواب موثر نیز می نامند.

۷. جواب ترجیحی: جوابی غير مسلط است که توسط تصمیم گیرنده با توجه به معیارهای ديگر انتخاب و به عنوان جواب نهایی به کار برده می شود.

روش های حل مسایل بهينه سازی چند هدفه را می توان به سه گروه زیر تقسیم کرد:

۱. روش های کلاسیک: در این روش ها سعی می شود مساله چند هدفه ابتدا به یک مساله با یک تابع هدف تبدیل شود و سپس این مساله تک هدفه حل شود.

۲. روش های بهينه پارتو: در این روش ها یک مجموعه از جواب ها از حل مساله نتیجه می شود.

۳. اگر حل مساله با روش های دسته اول و دوم فوق پیچیده باشد می توان آنها را با کمک الگوریتم های تکاملی حل کرد. برخی از این روش ها شامل الگوریتم های ژنتیک چند هدفه، الگوریتم ژنتیک ارزیابی برداری می باشد.

مهمترین تفاوت *MODM* و *MADM* این است که در اولی یک فضای پیوسته برنامه ریزی ریاضی با توابع هدف متفاوت مد نظر است و در دومی فضای گسسته بررسی می شود.
مکان یابی تسهیلات:

اصطلاح مکان یابی تسهیلات به مدل بندی، فرمول بندی و جواب یک رده مسایلی اطلاق می شود که بهترین تصمیم را برای قرار دادن تسهیلات در یک فضای تحت بررسی، اتخاذ می کند.

چهار عنصر مشخصه مسایل مکان یابی به شرح زیر است:

۱. مشتری هایی که فرض می کنیم در مسیر قرار دارند.

۲. تسهیلاتی که قرار است مکان‌یابی شوند.

۳. فضایی که مشتری‌ها و تسهیلات در آن فضا قرار دارند.

۴. یک متر که فاصله یا زمان بین مشتری‌ها و تسهیلات را با آن اندازه‌گیری می‌کنند.

کاربردهای مسایل مکان‌یابی تسهیلات از مکان‌یابی ایستگاه‌های گاز و نفت تا مدفن‌های زباله و کارخانجات انرژی تغییر می‌کند. بر خلاف مسایل مسیریابی، که معمولاً به طور قابل قبولی خوش تعریف می‌باشند در مسایل مکان‌یابی معمولاً چند معیار متفاوت وجود دارد که باعث می‌شود روش‌های متفاوت مسایل چند معیاره در این مسایل به کار آید. از نظر دیدگاه‌های متفاوت مسایل مکان‌یابی را می‌توان دسته‌بندی کرد که در ادامه برخی از آنها را مرور می‌کنیم.

دسته‌بندی کلی مکان‌یابی تسهیلات:

۱. از نظر فضای تحت بررسی، مکان‌یابی تسهیلات به دو دسته مدل‌های مکان‌یابی پیوسته و مکان‌یابی گسسته تقسیم می‌شوند. که در مکان‌یابی پیوسته، مکان‌یابی تسهیلات را معمولاً در یک فضای ۲ یا ۳ بعدی و در هر نقطه‌ای در این فضا مدنظر قرار می‌دهند که بر خلاف آن در مکان‌یابی گسسته، مکان‌یابی را در تعداد متناهی نقطه در نظر می‌گیرند که بخش عمده این حالت را مکان‌یابی در شبکه‌ها تشکیل می‌دهد.

- معیارهای اندازه‌گیری فاصله نقاط:

فرض کنید مکان‌یابی در فضای \mathbb{R}^2 (صفحه) صورت می‌گیرد. معیارهای متفاوتی که برای اندازه‌گیری فاصله در مکان‌یابی مورد استفاده قرار می‌گیرد، متفاوت هستند. از آن جمله به معیارهای زیر می‌توان اشاره کرد:

الف) فاصله منهتن

ب) فاصله اقلیدسی

ج) فاصله مربع اقلیدسی

حال اگر (x, y) و (a, b) دو نقطه در صفحه باشند فاصله آنها با هر کدام از معیارهای فوق به صورت زیر است:

الف) فاصله منهتن

$$|a - x| + |b - y|$$

در محاسبه این فاصله فرض می‌شود که تمام حرکت‌های موجود در صفحه فقط موازی محورهای مختصات صورت می‌گیرد.

ب) فاصله اقلیدسی

$$\sqrt{(a - x)^2 + (b - y)^2}$$

که کوتاهترین فاصله یا طول خط راست بین دو نقطه را محاسبه می‌کند
ج) فاصله مربع اقلیدسی به صورت زیر است

$$(a - x)^2 + (b - y)^2$$

۲. از نظر مشخص بودن تعداد تسهیلات مورد مکان‌یابی دو حالت وجود دارد. یا تعداد تسهیلات از ابتدا مشخص است و یا تعداد تسهیلات نیز از حل مدل مشخص می‌شود

۳. از نظر میزان تقاضا: میزان تقاضا در مکان‌یابی می‌تواند ثابت باشد، مانند کالاهای ضروری و یا بستگی به نزدیکی تسهیلات و مشتری‌ها داشته باشد.

۴. از لحاظ روشی که مشتری‌ها به تسهیلات دسترسی دارند، که یک راه این است که مشتری‌ها خودشان تسهیلات را انتخاب کنند مانند خرده‌فروشی‌ها و یا شرکت‌ها که مشتری‌ها را به تسهیلات خود اختصاص دهند، مانند عمده‌فروشی‌ها و کارخانجات تولید انرژي.

۵. مدل از نظر مشخص بودن و یا احتمالی بودن پارامترها

۶. مکان‌یابی یک سطحی و یا سلسه مراتبی که یک نمونه از مدل‌های سلسله مراتبی، می‌تواند مکان‌یابی مراکز سلامت و درمان باشد که سطوح آن شامل پزشک و درمانگاه‌های محلی و بیمارستان‌های منطقه‌ای می‌باشد که تسهیلات سطوح بالا می‌توانند تمام خدمات تسهیلاتی سطوح پایین‌تر از خودشان را ارائه کنند.

۷. مدل‌های مکان‌یابی رقابتی یا غیر رقابتی که در سناریوی مدل‌های رقابتی از نظریه بازی‌ها به عنوان یک ابزار استفاده می‌شود و شرکت‌ها در مکان‌یابی بر سر قیمت‌ها و یا مقادیر با هم رقابت می‌کنند.

انواع دیگر مکان‌یابی‌ها را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت.

۱. تسهیلات از نظر ظرفیت، دارای ظرفیت محدود یا غیر محدود هستند که در مورد اکثر تسهیلات دارای ظرفیت نامحدود، ابتدا مکان‌یابی انجام می‌شود و سپس ظرفیت آن با توجه به شرایطی که تسهیلات مورد نظر در آن قرارداد، مشخص می‌شود.

۲. از نظر تعداد محصولات که تک محصوله یا چند محصوله هستند.

۳. مکان‌یابی‌های ایستا و پویا: در مکان‌یابی‌های ایستا، مکان‌یابی را فقط برای یک دوره زمانی خاص تعریف می‌کنند ولی در مکان‌یابی پویا با توجه به تغییرات شرایط محیطی مکان‌یابی را در یک افق برنامه ریزی شامل چند دوره زمانی در نظر می‌گیرند.

۴. مکان‌یابی برای یک نوع تسهیلات و یا چند نوع تسهیلات

۵. مکان‌یابی برای تسهیلات مطلوب، نامطلوب، مطلوب جزئی، نامطلوب جزئی و بی اهمیت و

توابع هدف مکان‌یابی:

یکی از عناصر مهم در مدل بندی مکان‌یابی، تابع و یا توابع هدف آن است. از نقطه نظر توابع هدف مکان‌یابی‌ها، می‌توان مدل‌های متفاوتی برای آنها تعریف کرد و توابع هدف در مدل‌های مکان‌یابی معمولاً در جهت یکی از مقاصد زیر تعریف می‌شود:

- مینیمم کردن هزینه کل
- مینیمم کردن بیشترین فاصله از تسهیلات موجود
- مینیمم کردن هزینه ثابت
- مینیمم کردن هزینه عملکرد سالیانه
- ماکسیمم کردن خدمات ارائه شده

- مینیمم کردن میانگین زمان یا فاصله پیموده شده
 - مینیمم کردن ماکسیمم زمان یا فاصله پیموده شده
 - مینیمم کردن تعداد تسهیلات
- و توابع هدفی که در مکان‌یابی‌ها بر پایه اهداف اجتماعی و محیطی تعریف می‌شوند، مانند:
- هزینه انرژی
 - زمین مورد استفاده
 - هزینه بازسازی
 - تراکم
 - صدا
 - کیفیت زندگی
 - آلودگی
 - بحران سوخت‌های فسیلی و ...

در انواع توابعی که در مکان‌یابی‌ها دیده می‌شوند، تعاریف زیر را داریم:

توابع Median ترکیب خطی وزن‌دار متغیرها را مینیمم می‌کند و توابع Center نیز ماکسیمم فاصله متغیرها را مینیمم می‌کند.

توابع Median و Center توابع مشهوری در مسایل فاصله‌ای می‌باشند، توابع Center بیشتر در مورد تسهیلات ضروری استفاده می‌شود. بکار بردن هر کدام از توابع Median و Center موجب یک سری نواقص هست، مثلاً در مسایل Center ممکن است نتیجه بدست آمده منجر به افزایش در مسافت پیموده شده نهایی مشتری‌ها شود و نتایج بدست آمده در مسایل Median ممکن است فرقی بین دو مجموعه جمعیتی پر جمعیت و کم جمعیت را ارائه ندهد، یعنی مراکز با جمعیت زیاد و کم جمعیت را به یک میزان در مکان‌یابی تسهیلات در نظر می‌گیرد. بدین جهت دسته سوم از توابع، به نام Centdian به وجود آمدند که ترکیب محدب توابع Center و Median هستند.

یک طبقه بندی مفید برای انواع توابع هدف مدل‌های مکان‌یابی توسط ایسلت و لاپرت ارائه شده است آنها توابع مورد بحث در مکان‌یابی را به سه گروه جذب، دفع و تعادلی تقسیم کردند. به طور مختصر

توابع جذب، در مورد تسهیلات مطلوب مطرح می شود که در این نوع مکان یابی ها، مشتری ها خواهان جذب تسهیلات هستند.

توابع دفع در مورد تسهیلات نامطلوب مطرح می شوند، یعنی تسهیلاتی که به نحوی از نظر مشتری ایجاد مزاحمت می کند که در این گونه مدل ها مشتری ها خواهان دفع تسهیلات تا حد ممکن هستند. علاوه بر دو حالت دفع و جذب، مدل های دیگری دارای توابعی به نام توابع تعادلی هستند که در آنها تصمیم گیرنده، مکان یابی تسهیلات را طوری انجام می دهد که یک تعادل بین جذب و دفع تسهیلات توسط مشتری ها به وجود می آید.

طبقه بندی ایسلت و لاپرت:

الف) توابع جذب

توابعی که در این بخش مورد بررسی قرار می گیرند، برای مکان یابی تسهیلاتی است که از نوع تسهیلات مطلوب محسوب می شوند و مشتری ها خواهان جذب تسهیلات به طرف خود می باشند.

این دسته مسایل جزء قدیمی ترین مساله های مکان یابی هستند، که از میان آنها می توان به مساله وبر^{۲۷} اشاره کرد.

از مهمترین مسایل این رده می توان به مسایلی که با اهداف پوششی درگیر هستند و همچنین مکان یابی های Center، Median اشاره کرد. (توضیح: P نقطه در شبکه که مجموع فواصل بین مشتری ها و تسهیلات نزدیک به هر مشتری را مینیمم می کند را Median می گویند و نقطه ای در شبکه که ماکسیمم فاصله بین مشتری و تسهیلات را مینیمم می کند Center می گویند)

در مورد مسایل پوششی، مهمترین ایده مکان یابی به نحوی است که ماکسیمم مشتری ها را بتوان پوشش داد. این دسته مسایل بیشتر در مکان یابی تسهیلات ضروری مانند آمبولانس ها، ایستگاه های پلیس و ایستگاه های آتش نشانی دیده می شود.

دو دسته دیگر یعنی Center و Median هستند که در هر دوی آنها تصمیم گیرنده، تسهیلات را طوری مکان یابی می کند که به یک اندازه فاصله را مینیمم کند.

در مسایل Center تصمیم گیرنده تلاش می کند تسهیلات را طوری مکان یابی کند که بیشترین فاصله از مشتری ها تا حد ممکن کوچک شود.

Weber^{۲۷}

توابع هدف در مسایل Median که رده گسترده‌ای از مسایل مکان‌یابی را تشکیل می‌دهند، به صورت جمع وزن دار فواصل مشتری - تسهیلات تعریف می‌شود. (می‌توان فاصله را تابع هزینه نیز در نظر گرفت)

(ب) توابع دفع

تحقیق در مسایل مکان‌یابی تسهیلات نامطلوب از سال ۱۹۷۰ آغاز شد. به این مدل‌ها اکثراً مدل‌های Maxian می‌گویند. (تعریف Maxian مانند Median است. ولی با تابع هدف Maxisum یعنی p نقطه در شبکه که مجموع فواصل وزن دار را ماکسیمم می‌کند). مدل‌هایی از این دسته سابقاً در مورد تسهیلات مفید یا مزاحم به کار می‌رفتند. تفاوت بین این دو دسته در تابع هدفشان نیست بلکه در معنی با هم فرق می‌کنند. دسته مسایل مکان‌یابی تسهیلات مضر در مورد تسهیلاتی می‌باشد که بالقوه خطرناک هستند مانند تسهیلاتی که موجب انتشار آلودگی شوند و دسته دوم در مورد تسهیلاتی است که موجب ناراحتی و اذیت اطرافیان می‌شود. در دو حالت، مشتری‌ها و عموم خواهان دور ماندن از این تسهیلات تا حد ممکن می‌شوند. همان طور که در ابتدا نیز گفتیم، این دو دسته تسهیلات را تحت عنوان تسهیلات نامطلوب طبقه بندی می‌کنیم. تحقیقات در مورد مکان‌یابی تسهیلات نامطلوب یک شاخه اصلی از کار محققین امروزه محسوب می‌شود.

همان طور که گفتیم در مسایل تسهیلات نامطلوب، مشتری‌ها خواهان دفع تسهیلات هستند. بنابراین به منظور جلوگیری از وجود جواب‌های بهین بیکران، مجموعه‌ای را مشخص کرده و تسهیلات را در آن مجموعه تعریف می‌کنیم. (پوسته محدب تولید شده توسط مشتری‌ها) مسایلی که شامل مکان‌یابی تسهیلات نامطلوب در صفحه می‌شوند، به طور مستقل توسط محققین بررسی شده است.

مکان‌یابی یک تسهیلات جدید به طوری که فاصله بین آن و مشتری‌ها را حداکثر کند، معادل مسایل هندسی برای یافتن بزرگترین دایره تهی می‌باشد. که این دایره نباید هیچ کدام از نقاط داده شده را در برگیرد. مرکز این دایره نقطه بهینی برای مکان‌یابی تسهیلات جدید است که به این گونه مسایل Max-ian نیز می‌گویند.

محققین ثابت کردند که در این گونه مسایل، تابع هدف محدب نمی‌باشد و ممکن است نقطه بهین محلی داشته باشد. یک توسعه این دسته مسایل ارائه شده است که در آن مکان‌یابی را برای یک مجموعه

محدود تعریف نمی کردند، بلکه مکان‌یابی را طوری تعریف می کردند که تسهیلات باید حداقل یک فاصله معین از مشتری‌ها داشته باشد.

محققین دیگری نیز بر روی مسایل مکان‌یابی یک تسهیلات جدید در صفحه راهکار دیگری ارائه کردند که مکان‌یابی را طوری صورت دهند که ماکسیمم عکس فاصله اقلیدسی وزن دار مشتری‌ها - تسهیلات جدید، را مینیمم کند. که این نوع توابع بیشتر برای کاهش آلودگی تسهیلات تعریف شدند از انواع آلودگی‌ها می‌توان به تشعشعات رادیواکتیو و صدا اشاره کرد. توسعه کارهایی که در زمینه توابع دفع انجام شده را می‌توان در [۹] یافت.

ج) توابع جذب-دفع

موضوع اصلی در مکان‌یابی تسهیلات این است که در حقیقت، تمام تسهیلات هم دارای جنبه‌های مطلوب و هم دارای جنبه‌های نامطلوب هستند. در اکثر مدل‌بندی مکان‌یابی تسهیلات نامطلوب توابع هدف با اهداف متضاد ظاهر می‌شوند که این اهداف مربوط به جنبه‌های مطلوب و نامطلوب مکان‌یابی است و اکثر آنها در مواجهه حکومت (مثلاً شهرداری‌ها) و سازمان‌های بهداشت به وجود می‌آید. به عنوان مثال شهرداری‌ها متمایل به کم کردن هزینه (یا افزایش سود) هستند، در حالی که هدف مهندسين بهداشت کم کردن آلودگی‌ها و تأثیر عوامل نامطلوب بر زندگی است.

بنابراین در مکان‌یابی تسهیلات نامطلوب، حداقل دو تابع هدف تعریف می‌شود که یکی برای مینیمم کردن هزینه (جذب) و دیگری مربوط به ماکسیمم کردن فاصله تسهیلات از مراکز جمعیتی (دفع) می‌باشد.

در حالت کلی مدل‌بندی تسهیلات نامطلوب با توجه به موارد گفته شده به دو طریق اصلی امکان دارد: که در هر دو طریق تابع مینیمم کردن هزینه‌ها وجود دارد.

در اولین راه حل، علاوه بر تعریف تابع مینیمم کننده هزینه‌ها، مناطق مصنوعی تعریف می‌شود که تسهیلات نامطلوب را نمی‌توان در آن مکان‌ها قرار داد.

در دومین راه حل، علاوه بر تعریف تابع مینیمم کننده هزینه‌ها، از یک تابع دفع استفاده می‌شود تا حد امکان تسهیلات را در مراکز جمعیتی دور نگه دارند.

استفاده از راه حل اول معمولاً در شبکه‌ها (مکان‌یابی در شبکه) راحت تر است و در آنها مناطق

مصنوعی را به عنوان رئوس ممنوعه در شبکه تعریف می کنند.

ولی استفاده از این روش در مکان‌یابی پیوسته پیچیده می باشد. زیرا مناطق ممنوعه را در این مدل‌ها باید به صورت یک دستگاه معادلات خطی یا غیر خطی تعریف کرد.

استفاده از توابع دفع (راه حل دوّم) نیز روش سر راستی محسوب نمی شود. زیرا توابع دفع تا حد ممکن تسهیلات را دفع می کنند و همان طور که گفتیم، برای جلوگیری از بیکران شدن جواب، مجبور به تعریف یک ناحیه شدنی هستیم تا تسهیلات را فقط در همان ناحیه، مکان‌یابی کند. اگر از راه حل دوّم استفاده کنیم، حداقل دو تابع داریم که یکی جذب و دیگری دفع می باشد و دو معیار هزینه و آلودگی در نظر هستند مدل‌های با توابع هدف جذب و دفع را می توان در [۱۵] مشاهده کرد.

در اینجا مختصری از تعاریفی که کرارپ^{۲۸} و همکارانش ارائه داده اند را بیان می کنیم.

مسایلی که دارای تابع هدف دفع می باشند را در یک دسته بندی می توان به دو صورت زیر در نظر گرفت

۱. دسته مسایل تسهیلات نامطلوب: در این گونه مسایل همان طور که قبلاً نیز اشاره کردیم تسهیلات منجر به یک سری عوامل نامطلوب و اثر گذار هستند که این تأثیرات منفی یا بر سلامتی جامعه یا بر سبک زندگی اثر گذار می باشد.

۲. مدل‌های پراکندگی: در این مدل‌ها مکان‌یابی تسهیلات طوری انجام می شود که این تسهیلات بر هم کمترین اثر منفی را بگذارند.

مکان‌یابی برای یک تسهیلات فقط در دسته مسایل نوع یک تعریف شده در بالا به وجود می آید و یک بررسی خوب برای مکان‌یابی تسهیلات در یک فضای پیوسته را می توان در [۲۲] مشاهده کرد در مسایلی که با مکان‌یابی یک تسهیلات در یک فضای پیوسته درگیر می باشند، با مفاهیمی چون بهینه‌سازی غیر خطی و هندسه ترکیباتی روبرو می شویم.

همان طور که قبلاً نیز بیان کردیم در مکان‌یابی‌ها معمولاً هم عامل جذب کننده و هم عامل دفع کننده وجود دارند. در حالت کلی دو حالت داریم:

الف) در مسایل مکان‌یابی تسهیلات فقط دو عامل جذب و دفع وجود دارد.

ب) می توان دید که در مکان‌یابی تسهیلات برخی از مشتری‌ها مانند مجموعه I خواهان جذب تسهیلات

Krarp^{۲۸}

هستند و تسهیلات را جذب می کنند. و برخی دیگر خواهان دفع تسهیلات هستند که این مجموعه را K می نامیم.

چند استراتژی کلی در حل اینگونه مسایل (قسمت ب) وجود دارد.

۱. با مسایل دو هدفه (جذب و دفع) به صورت یک مساله دارای واقعاً دو تابع هدف رفتار می

کنیم و از تعریف مجموعه پارتو^{۲۹} استفاده می کنیم. که این مورد برای مسایل مکان یابی با چند

تسهیلات مناسب نیست. برای توضیحات بیشتر در این زمینه به منبع [۷] مراجعه کنید.

۲. یک کران را برای عوامل نامطلوب تعریف کرده و آنها را به عنوان یک مجموعه قیود در مساله

وارد کرده و فقط اهداف مطلوب را بهینه کنیم که در این حالت مساله تبدیل به مساله ای با توابع

هدف جذب خواهد شد که یک سری قیود به آن اضافه شده است. برای مطالعه بیشتر به [۱۱]

مراجعه کنید.

۳. یک کران را برای عوامل مطلوب تعیین کرده و آنها را به عنوان مجموعه قیودی در مساله وارد

کنیم و اهداف نامطلوب را بهینه کنیم در این حالت مساله تبدیل به مساله با توابع دفع می شود که

یک سری قیود به آن اضافه شده است تاکنون کسی برای حل مسایل از این روش استفاده نکرده

است.

۴. دو مساله جذب و دفع را با هم ترکیب و یک تابع هدف را بدست آورید. حال اگر $k = I$ ،

می توان از توابع تعادلی که ایسلت و لاپرت در [۹] ارائه کرده اند و در بخش بعد به معرفی آنها

می پردازیم استفاده کرد. مثال های مفیدی از این دسته مسایل که از توابع انصاف استفاده کرده اند

را می توان در کارهای ایرکوت^{۳۰} و مارش^{۳۱} مشاهده کرد.

۵. در حالت کلی اگر مجموعه مشتری های I و K نا مرتبط باشند به آن، مسایل عمومی جذب-دفع

می گوئیم.

parto-set^{۲۹}
Erkut^{۳۰}
Marsh^{۳۱}

توابع تعادلی:

هدف اصلی تعادل سازی برای رسیدن به انصاف^{۳۲} می باشد. توابع تعادلی اولین بار در مسایل تحلیل مکان یابی معرفی شدند. امروزه تعداد قابل توجهی از مقالات در رابطه با مدل بندی مکان یابی با توابع انصاف وجود دارند و اکثر نویسندگان اصطلاح انصاف و برابری را مترادف در نظر می گیرند. اگر توزیع فاصله های تسهیلات و مشتری را در یک مساله مکان یابی در نظر بگیریم، در وحله اول توابع دفع و جذب، مساله اهداف مربوطه را بهین می کنند. (مثلاً آلودگی و هزینه را در مکان نهایی زباله در نظر بگیرید) در حالی که اکثر توابع انصاف برای مینیم کردن دامنه تغییرات توزیع فواصل موجود به کار می رود. به طور دقیق تر این توابع در مکان یابی تسهیلات سعی می کنند که تمام فواصل مشتری و تسهیلات با هم برابر شود. البته برابری فقط یکی از جنبه های انصاف را در بر می گیرد. برای فهم این موضوع، سوال زیر را در نظر بگیرید:

در مساله مکان یابی تسهیلات، چرا باید فاصله بین جمعیت اندک تا تسهیلات کوتاهتر از میانگین فواصل باشد، در حالی که فاصله بسیاری از مشتری ها تا تسهیلات بیشتر از میانگین فاصله ها است؟ رابطه بین انصاف و برابری مانند رابطه بین کارایی و اثر بخشی می باشد. اکثر توابعی که در مسایل مکان یابی مطرح می شوند، تابع هدف برابری را در نظر می گیرند. البته استثناعاتی نیز در این زمینه وجود دارد. در حالت کلی توابع تعادلی را می توان به دو گروه کلی تقسیم کرد. دسته اول تلاش در مینیم کردن پراکندگی توزیع فاصله ها دارد، در حالی که دسته دوم انحراف از نقطه مرکزی را مینیم می کند. در مورد دسته اول توابع محدودی وجود دارند یکی از آنها تابع مینیم کننده ماکسیم فاصله ها می باشد، یعنی minimax و دومی مینیم کننده دامنه تغییرات فاصله ها می باشد. که توابع نوع اول را می توان حالت خاصی از توابع نوع دوم با یک کران پایین به شمار آورد. در هر دو توابع گفته شده، فقط مقادیر حدی مد نظر است و سایر فاصله ها را نادیده می گیرند. مساله دیگری که در مورد توابع تعادلی مطرح است را با یک مثال بیان می کنیم.

فرض کنید مساله مکان یابی یک تسهیلات مطلوب مد نظر است و دو سناریو موجود می باشد:

سناریوی اول بدین صورت است که تمام فاصله های مشتری و تسهیلات با هم برابر و مساوی ۱۰ مایل باشد. سناریوی دوم بیان می کند که این تسهیلات به فاصله ۳ مایل از $n - 1$ مشتری و دقیقاً کنار

equity^{۳۲}