



گروه ریاضی
پایان نامه دوره کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی

مقایسه کارایی الگوریتم حرکت تجمعی ذرات و الگوریتم
ژنتیک در حل مساله بهینه‌سازی سبد سهام

نگارش
حسین عابد قلعه باغی

استاد راهنما
دکتر مرتضی رحمانی

استاد مشاور
دکتر ابوالفضل تاری مرزآبادی

بهمن ۱۳۹۱

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

چکیده

ریاضیات مالی با رویکرد کاربردی، در عرصه‌های اقتصادی از جمله علوم است که نیاز مبرم به تحقیقات بومی در آن احساس می‌شود. از زمینه‌های کاربردی آن می‌توان به بهینه‌سازی سبد سهام اشاره نمود. در بهینه‌سازی سبد سهام^۱ مسئله اصلی انتخاب بهینه دارایی‌ها و اوراق بهاداری است که با مقدار مشخصی سرمایه بتوان ریسک سرمایه‌گذاری بین چند سهم را حداقل نمود.

روش‌های متعددی با هدف کمینه کردن ریسک و بیشینه نمودن بازده سرمایه برای تشکیل سبد سهام بهینه ارائه شده است. در این مورد هری مارکوویتز^۲ نظریه مدرن سبد سهام را به صورت فرمول ریاضی بیان کرد.

در تحقیق حاضر با استفاده از داده‌های ریسک و بازده شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران و استفاده از دو الگوریتم ژنتیک و حرکت جمعی ذرات به حل مدل میانگین-واریانس مارکوویتز پرداخته سپس جواب‌ها را با هم مقایسه نموده‌ایم.

کلمات کلیدی: بهینه‌سازی سبد سهام^۳، مدل میانگین-واریانس با مولفه‌های مقید^۴، الگوریتم ژنتیک^۵، بهینه‌سازی حرکت جمعی ذرات^۶.

^۱ Portfolio

^۲ Harry Markowitz

^۳ Portfolio Optimization

^۴ Cardinality Constrained Mean-Variance(CCMV)

^۵ Genetic Algorithm(GA)

^۶ Particle Swarm Optimization(PSO)

فهرست مطالب

ت	فهرست مطالب
۱	۱ ادبیات موضوع و تعاریف
۱	۱.۱ مقدمه
۳	۲.۱ تاریخچه بورس جهان
۴	۳.۱ سابقه بورس در ایران
۶	۴.۱ بازارهای مالی
۶	۱.۴.۱ طبقه‌بندی بازارهای مالی
۶	۲.۴.۱ بازار پول
۷	۳.۴.۱ بازار سرمایه
۷	۵.۱ مقدمه‌ای بر مدل مارکوویتز
۷	۱.۵.۱ مفاهیم و تعاریف
۱۰	۶.۱ تعریف واژه‌های تخصصی
۱۶	۷.۱ انواع ریسک
۱۶	۱.۷.۱ دسته‌بندی ریسک از دیدگاه سرمایه‌گذاری سنتی
۱۸	۲.۷.۱ ریسک سرمایه‌گذاری
۲۰	۸.۱ کاهش ریسک سرمایه‌گذاری
۲۰	۱.۸.۱ کاهش و حذف ریسک غیرسیستماتیک
۲۳	۲.۸.۱ کاهش ریسک سیستماتیک

۲۴	۹.۱	پردازش وقایع سپری شده در برابر پردازش وقایع آتی
۲۵	۱۰.۱	فرضیات بنیادین مدل مارکویتز
۲۵	۱۱.۱	فرآیند انتخاب سرمایه‌گذاری از دیدگاه MPT
۲۹	۱۲.۱	بهبودسازی سبد سهام
۳۰	۱۳.۱	گسترش‌های مدل مارکویتز
۳۰	۱.۱۳.۱	مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای
۳۱	۱۴.۱	اندازه‌گیری عملکرد سبد سهام
۳۱	۱.۱۴.۱	مقدمه
۳۲	۲.۱۴.۱	چارچوب ارزیابی عملکرد سبد سهام
۳۳	۳.۱۴.۱	مقیاس نسبت پاداش به تغییرپذیری
۳۵	۲	نگاه ریاضی به سبد سرمایه‌گذاری
۳۵	۱.۲	مقدمه
۳۶	۲.۲	مفهوم نرخ بازگشت
۳۷	۳.۲	مفهوم ریسک سرمایه‌گذاری
۳۷	۴.۲	افق کارآمد
۳۹	۵.۲	ارتباط بین ریسک و ارزش انتظاری
۴۴	۳	الگوریتم ژنتیک
۴۴	۱.۳	مقدمه
۴۵	۲.۳	قانون انتخاب طبیعی
۴۶	۳.۳	مقایسه روش‌های کلاسیک ریاضیات با الگوریتم ژنتیک
۴۷	۴.۳	کروموزوم و ژن
۴۸	۵.۳	تاریخچه GA
۴۹	۶.۳	واژگان الگوریتم ژنتیک
۴۹	۷.۳	معرفی اجمالی GA
۵۰	۸.۳	بررسی قسمت‌های مختلف GA

۵۰	الف: عملگر تقاطع یا ترکیب (Crossover)	۱.۸.۳
۵۱	ب: عملگر جهش (Mutation)	۲.۸.۳
۵۲	ج: تابع برازش (Fitness)	۳.۸.۳
۵۲	د: مکانیزم انتخاب (Selection)	۴.۸.۳
۵۴	مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک	۹.۳
۵۴	همگرایی و توقف در الگوریتم ژنتیک	۱۰.۳
۵۶	نکته‌ای راجع به کد دودویی	۱۱.۳
۵۷	مثال عملی	۱۲.۳
۷۰	۴ الگوریتم حرکت تجمعی ذرات	
۷۰	الگوریتم گروه ذرات چيست	۱.۴
۷۱	مروری بر روش عملکرد PSO	۲.۴
۷۶	توصیف الگوریتم یا شبه کد PSO	۳.۴
۷۸	۵ تجزیه و تحلیل اطلاعات و نتیجه‌گیری	
۷۸	متغیرهای مورد استفاده	۱.۵
۷۹	جامعه‌ی آماری شرکت‌های بازار بورس	۲.۵
۷۹	نمونه‌ی آماری شرکت‌های بازار بورس تهران	۳.۵
۸۳	اطلاعات نرخ بازده و ریسک سالانه‌ی پنجاه شرکت برتر	۴.۵
۸۳	۱.۴.۵ ابزار جمع‌آوری اطلاعات و داده‌ها	
۸۴	قیود مسئله‌ی بهینه‌سازی پورتفوی	۵.۵
۸۴	سبدهای منتخب الگوریتم ژنتیک	۶.۵
۸۶	سبدهای منتخب الگوریتم گروه ذرات	۷.۵
۸۷	رتبه‌بندی و مقایسه‌ی الگوریتم‌ها	۸.۵
۹۷	کتاب‌نامه	

پیشگفتار

دستیابی به رشد بلند مدت و مداوم اقتصادی، نیازمند تجهیز و تخصیص بهینه‌ی منابع در سطح اقتصاد ملی است، و این مهم، بدون کمک بازارهای مالی، به ویژه بازار سرمایه‌ی گسترده و کارآمد، به سهولت امکان‌پذیر نیست. در یک اقتصاد سالم، وجود سیستم مالی کارآمد در توزیع مناسب سرمایه و منابع مالی، نقش اساسی دارند. در بازارهای مالی، سازمان‌هایی که کسری منابع مالی دارند، با سازمان‌هایی که دارای مازاد منابع مالی هستند، رو به رو می‌شوند. تخصیص مناسب منابع مالی در بازار سرمایه، از جمله بازار بورس یکی از مهمترین مسائل روز است. تخصیص درست منابع، نیازمند زمینه‌های مناسب سرمایه‌گذاری از یک طرف و ابزارها و تکنیک‌های تحلیل مناسب از طرف دیگر می‌باشد. یک تخصیص مناسب می‌تواند اطمینان خاطر سرمایه‌گذار را به دنبال داشته باشد و کارایی را نیز در بازار افزایش دهد. بهینه‌سازی سبد سهام در بازارهای مالی موجب کاهش ریسک سرمایه‌گذاری است و عملکرد سرمایه‌گذاری را به شدت افزایش می‌بخشد. هم‌اکنون بسیاری از فعالان بازار سرمایه از روش‌ها، نرم‌افزارها و رویکردهای سنتی برای تشکیل سبد سهام استفاده می‌کنند، این پژوهش با معرفی روش‌هایی صرفاً ریاضیاتی راهی نو به روی فعالان بازار سرمایه معرفی می‌نماید.

هدف از این پژوهش ارائه‌ی ابزارهایی مفید و کارا برای کمک به متخصصین حوزه‌ی مالی در عمل و همچنین محققین مالی در تئوری انتخاب سبد سهام است.

فصل ۱

ادبیات موضوع و تعاریف

۱.۱ مقدمه

هر یک از ما در طول زندگی خود تصمیماتی را برای سرمایه‌گذاری در زمینه‌های مختلف از جمله املاک، طلا، سهام و ... اتخاذ می‌کنیم. این تصمیم‌ها، ارتباط درونی ناگسستنی با یکدیگر دارند و آنچه این تصمیمات را به یکدیگر پیوند می‌دهد میزان ریسک و بازده هر یک از سرمایه‌گذاری‌ها می‌باشد. در یک تصمیم عقلایی و علمی، میزان وجوهی که به فرصت‌های مختلف سرمایه‌گذاری اختصاص می‌یابد، به ریسک و بازده هر یک بستگی دارد. تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاری به صورت یکپارچه، به گونه‌ای که بیشترین بازده را در شرایط ریسک یکسان و یا کمترین ریسک را در شرایط بازده یکسان به دست دهد، موضوع یکی از پیچیده‌ترین و پرچالش‌ترین موضوعات مدیریت و تحلیل سرمایه‌گذاری است.

بحث سرمایه‌گذاری در اوراق بهادار و تحلیل آن در دو چارچوب کلی و متفاوت تقسیم‌بندی می‌گردد:

۱. تجزیه و تحلیل و گزینش اوراق بهادار به طور جداگانه، که در برگیرنده‌ی تخمین مزایای تک تک سرمایه‌گذاری‌ها به طور جداگانه و انفرادی، با استفاده از ابزارها و روش‌های تحلیل بنیادی و تکنیکی است.

۲. تشکیل سبد نظام یافته و مدیریت سبد سهام، که شامل تجزیه و تحلیل ترکیب سرمایه‌گذاری‌ها و مدیریت نگهداری مجموعه‌ای از سرمایه‌گذاری‌ها بوده و مباحثی همچون نظریه‌ی نوین سبد سهام، نظریه‌ی بازار سرمایه، فرضیه‌ی بازار کارا، مدل‌های شاخصی و مقیاس‌های ارزیابی عملکرد را در بر می‌گیرد.

مسئله‌ی انتخاب مجموعه‌ی بهینه‌ای از دارایی‌ها، یکی از نظریه‌های بازار سرمایه است که اهمیت خاصی نیز در مباحث اقتصاد خرد و کلان دارد. در اقتصاد کلان، سرمایه‌گذاری یکی از شاخص‌های مهم محسوب شده، نقش تعیین کننده‌ای در رشد و توسعه‌ی اقتصادی ایفا می‌کند. در اقتصاد خرد نیز اهمیت تصمیمات سرمایه‌گذاری ناشی از این مسئله است که در واقع فرد سرمایه‌گذار، مصرف امروز را به امید مصرف بیشتر، به زمانی در آینده مؤکول می‌کند. در واقع، فرد، سرمایه‌گذاری می‌کند تا رفاه و آسایش فعلی و آتی خود را بهبود بخشد، و تصمیم بهینه‌ی سرمایه‌گذاری، میزان مطلوبیت مورد انتظار سرمایه‌گذار را از مصرف آتی بیشینه می‌نماید.

ریسک و بازده، معیارهایی هستند که میزان مطلوبیت سرمایه‌گذار از انتخاب مجموعه دارایی‌های سرمایه‌گذاری را مشخص می‌کنند. مجموعه دارایی‌های سرمایه‌گذاری هر سرمایه‌گذار، با توجه به شرایط وی، افق زمانی، ریسک و میزان جریان نقدی مورد انتظار وی متفاوت است و در مدیریت سبد سهام، هدف، انتخاب مجموعه‌ای از سهام است به نحوی که ریسک حداقل و بازده حداکثر گردد.

انتخاب یک مجموعه از سهام، معمولاً با تعامل بین ریسک و بازده مطرح می‌شود، هر چه ریسک سبد سهام بیشتر باشد، احتمال دریافت بازده بالاتر بیشتر خواهد بود. در دنیای واقعی، درجه‌ی ریسک‌پذیری افراد با یکدیگر متفاوت است و بازده دارایی‌های مختلف نیز، به دلیل وجود عوامل متعدد مؤثر بر آن، به طور مطلق قابل پیش‌بینی نیست.

به دلیل این‌که سرمایه‌گذاران نمی‌توانند در مورد آینده مطمئن باشند، لذا اگر مایلند ریسک خود را کاهش دهند، باید به متنوع‌سازی یا پرگونه‌سازی سبد سهام خود مبادرت ورزند. متنوع‌سازی تا آن اندازه اهمیت دارد که می‌توان گفت نخستین قاعده‌ی مدیریت سبد سهام، تنوع‌سازی است [۲۴].

اما، چگونگی این تنوع‌بخشی و تخصیص بودجه بین سهام مختلف، مقوله‌ی دیگری است که باید با دقت و توجه به آن نگریست. به عبارتی، در ادبیات سرمایه‌گذاری، تنوع‌بخشی سبد سهام، مدلها، روش‌ها و شیوه‌های مختلفی داشته و امری چالشی است.

۲.۱ تاریخچه بورس جهان

واژه بورس از نام خانوادگی شخصی به نام "واندر بورس"^۱ اخذ شده که در اوایل قرن چهاردهم در شهر بروژ^۲ بلژیک میزبسته و صرافان شهر در مقابل خانه او گرد هم می‌آمدند و به داد و ستد کالا، پول و اوراق بهادار می‌پرداختند. این نام بعدها (۱۶۰۹) به کلیه اماکنی اطلاق شد که محل داد و ستد پول و کالا و اسناد مالی و تجاری بوده است. رشد بورس سهام و جا افتادن آن در عملیات تجاری و اقتصادی، با انقلاب صنعتی اروپا و شکوفایی اقتصاد تازه متحول شده آن همراه بوده است. اولین بورس معتبر دنیا، در سال ۱۶۱۱ در شهر آمستردام تشکیل شد و کمپانی معروف هند شرقی سهام خود را در آن بورس عرضه کرد. بورس آمستردام امروزه نیز یکی از منابع مهم تأمین سرمایه در سطح بین‌المللی است.

نکته قابل توجه آن است که در هنگام افزایش قابل ملاحظه معاملات سهام، کشورهای اروپایی نظیر انگلستان، آلمان، سوئیس، قوانین و مقررات ناظر بر معاملات سهام و ضمانت‌های اجرایی لازم برای آن را وضع کردند تا از هرگونه تقلب و پایمال شدن حقوق صاحبان سهام جلوگیری شود.

بورس اتریش در وین^۳ در سال ۱۷۷۱ افتتاح شد که عمدتاً به معاملات اوراق قرضه دولتی جهت تامین مالی جنگ می‌پرداخت. بورس اتریش در پایان قرن ۱۹ میلادی ۲۵۰۰ سهم را در تابلوی خود داشت و یکی از مهمترین مراکز مالی اروپا به شمار می‌رفت.

در لندن معامله‌گران در بورس جهت انجام معامله در قهوه‌خانه گرد هم می‌آمدند.

^۱ Vander Bourse

^۲ Brozh

^۳ Viyen

برای نظم بخشیدن به بازار، قهوه‌خانه نیوجاناتان در سال ۱۶۹۸ به بورس اوراق بهادار تبدیل شد. بورس نیویورک در اواخر قرن هجدهم (۱۷۹۲) تأسیس شده و با وجود رقبای دیگر، از نظر حجم معاملات و اهمیت در بازار سرمایه آمریکا، در مقام اول قرار دارد. در آمریکا، اولین محل شناخته شده به عنوان بورس اوراق بهادار، در نیویورک و در محوطه‌ای در زیر سایه درخت نارون بزرگی در "وال استریت"^۴ بود که بعدها به قهوه‌خانه‌ای در همان نزدیکی انتقال یافت. بورس وال استریت با جمع‌آوری مبالغی به عنوان ورودیه از دلالتان (کارگزاران) و گسترش عملیات، تقویت شد و به مجتمع تجاری عظیمی مبدل گردید که بعدها به نام "بورس سهام نیویورک" به ثبت رسید. در حال حاضر تعداد کارگزاران این بورس به چند هزار شخص حقیقی و حقوقی بالغ می‌گردد. در حال حاضر در اغلب کشورهای دنیا، بورس‌های اوراق بهادار فعالیت می‌کنند [۱۲].

۳.۱ سابقه بورس در ایران

فکر اصلی ایجاد بورس اوراق بهادار در ایران، به سال ۱۳۱۵ بر می‌گردد. در این سال، یک کارشناس هلندی و یک کارشناس بلژیکی به منظور بررسی و اقدام در مورد تهیه و تنظیم مقررات قانونی ناظر بر فعالیت بورس اوراق بهادار، به ایران آمدند. اما مطالعات آن دو با آغاز جنگ جهانی دوم متوقف گردید. پس از کودتای ۲۸ مرداد ۱۳۳۲، مجدداً در سال ۱۳۳۳ مأموریت تشکیل بورس اوراق بهادار به اتاق بازرگانی و صنایع و معادن، بانک مرکزی و وزارت بازرگانی وقت محول گردید. این گروه پس از دوازده سال تحقیق و بررسی در سال ۱۳۴۵، قانون و مقررات تشکیل بورس اوراق بهادار تهران را تهیه و لایحه مربوطه را به مجلس شورای ملی ارسال داشتند که این لایحه در اردیبهشت سال ۱۳۴۵ تصویب شد. با ورود سهام بانک صنعت و معدن و نفت پارس، در بهمن ماه ۱۳۴۶ فعالیت بورس اوراق بهادار تهران آغاز شد. طی یازده سال فعالیت بورس قبل از انقلاب اسلامی، تعداد شرکتها، بانکها و شرکتهای بیمه پذیرفته شده در بورس از شش بنگاه اقتصادی با سرمایه ۲/۶ میلیارد ریال به ۱۰۵

^۴Wall Street

بنگاه با سرمایه ای بیش از ۲۳۰ میلیارد ریال در سال ۱۳۵۷ افزایش یافت. همچنین ارزش مبادلات در بورس از ۱۵ میلیون ریال به بیش از ۱۵۰ میلیارد ریال در سال ۱۳۵۷ افزایش یافت. در سال‌های پس از پیروزی انقلاب اسلامی و با تحولات پیش آمده از جمله:

- (۱) تصویب لایحه قانون اداره امور بانک‌ها،
- (۲) ملی شدن شرکتهای بیمه،
- (۳) تصویب قانون حفاظت و توسعه صنایع،
- (۴) تملک بسیاری از بنگاههای اقتصادی توسط دولت،
- (۵) جنگ هشت ساله،

تعداد شرکت‌های پذیرفته شده در بورس از ۱۰۵ شرکت در سال ۱۳۵۷، به ۵۶ شرکت تقلیل یافت. دوره رکود بورس که از سال مزبور آغاز گردیده بود تا سال ۱۳۶۷ ادامه یافت. از سال ۱۳۶۸ و در چهارچوب برنامه پنج سال اول توسعه اقتصادی، اجتماعی و فرهنگی، تجدید فعالیت بورس به عنوان پیش زمینه اجرای خصوصی سازی، جذب و گردآوری پس اندازها و هدایت آنها در جهت سرمایه‌گذاری آغاز گردید. طی سال‌های پس از تجدید حیات بورس تاکنون، فعالیت بورس فراز و نشیب‌های متعددی از جمله رکود سال‌های ۱۳۷۱ تا ۱۳۷۳ و ۱۳۷۵ تا ۱۳۷۸ و افت و خیزهای مقطعی ناشی از بحران‌های سیاسی مربوط به جنگ افغانستان و عراق را تجربه نموده است. از ابتدای سال ۱۳۷۶، بورس اوراق بهادار تهران دور تازه‌ای از فعالیت را به خود دیده است. اقدام‌های انجام شده در راستای بازسازی ساختار سازمانی و مدیریتی، بکارگیری نوآوری‌های فنی و تخصصی، اصلاح رویه‌های مقرراتی و نظارتی، فراهم آوردن زمینه ارتقای کارایی و اصلاح کارکرد بازار و کوشش برای هماهنگ‌سازی سیاست‌گذاری‌ها با نیازهای واقعی بازار سرمایه، در مرکز توجه و برنامه‌های اصلاح ساختاری سازمان بورس اوراق بهادار قرار داشته است. البته برخی از این اصلاحات به دلیل نبود ظرف قانونی مناسب، متوقف مانده بود.

گام بلند اصلاح قانون بورس اوراق بهادار پس از چهل سال یعنی در آذرماه سال ۱۳۸۴ با تصویب قانون جدید بازار اوراق بهادار توسط مجلس شورای اسلامی، برداشته شد.

قانون جدید بازار اوراق بهادار نسبت به قانون قبلی دارای نقاط قوت زیادی است، از جمله: تفکیک مقام عملیات از نظارت، ساماندهی بازار اولیه، ایجاد تنوع در ابزارهای مالی و نظارت قانونمند بر ارکان و نهادهای فعال در بازار سرمایه. در آبان ماه سال ۱۳۸۸ تعداد شرکت‌های پذیرفته شده در تابلوهای بورس بیش از ۳۳۶ شرکت و ارزش بازار بورس اوراق بهادار تهران نزدیک به ۶۵ میلیارد دلار است [۱۲].

۴.۱ بازارهای مالی

در اقتصاد، بازار مالی^۵ به مکانی می‌اطلاق می‌شود که امکان خرید و فروش سهام، کالا یا هر محصول قابل تبدلی را برای مشارکت کنندگان با هزینه‌ای پایین فراهم می‌آورد. بازارهای مالی چند صده اخیر رشد قابل توجهی داشته و به طور مستمر در حال تکامل و افزایش نقدینگی در جهان هستند. وظیفه بازارها گردآوری خریداران و فروشندگان علاقه‌مند به مشارکت در بازار است. در واقع تمامی بازارهای مالی در پی گردآوری سرمایه و برقراری ارتباط بین جویندگان سرمایه (قرض گیرندگان) و دارندگان سرمایه (قرض دهندگان) هستند [۱۲].

۱.۴.۱ طبقه‌بندی بازارهای مالی

طبقه‌بندی بازارهای مالی بر اساس سررسید تعهدات مالی به صورت زیر می‌باشد:

الف: بازار پول^۶.

ب: بازار سرمایه^۷.

۲.۴.۱ بازار پول

بنا به تعریف، بازار پول بازاری برای دادوستد پول و دیگر دارایی‌های مالی جانشین نزدیک پول است که سررسید کمتر از یکسال دارند. همچنین می‌توان از بازار پول

^۵Financial Market

^۶Money Market

^۷Capital Market

به عنوان بازار ابزارهای مالی کوتاه مدت با ویژگی اندک بودن ریسک عدم پرداخت، نقدشوندگی و ارزش اسمی زیاد نام برد. تمرکز فعالیت این بازار در استفاده از ابزارهایی است که به اشخاص و بنگاه‌های تجاری این امکان را می‌دهند که به سرعت نقدینگی خود را به میزان مطلوب درآورند [۱۲].

۳.۴.۱ بازار سرمایه

برپایه طبقه‌بندی بازار مالی با نگرش به سررسید دارئی‌ها، بازار سرمایه به بازار دادوستد ابزارهای مالی با سررسید بیشتر از یک سال و دارائی‌های بدون سررسید اطلاق می‌شود. این بخش از بازار مالی نقش مهمتری در گردآوری منابع پس‌اندازی و تأمین نیازهای سرمایه‌گذاری واحدهای تولیدی دارد. بازار سرمایه نسبت به بازار پول بسیار گسترده‌تر است و از تنوع ابزاری بیشتری برخوردار است. مهمترین کارکرد بازارهای مالی شامل بازارهای پول و سرمایه در اقتصاد ملی، تجهیز منابع پس‌اندازی و هدایت آن به سوی فعالیت‌های مولد اقتصادی است، ضمن آنکه تعیین قیمت وجوه و سرمایه، انتشار و تحلیل اطلاعات و توزیع ریسک اقتصادی نیز اغلب در شمار کارکردهای این بازارهاست [۱۲].

۵.۱ مقدمه‌ای بر مدل مارکویتز

۱.۵.۱ مفاهیم و تعاریف

مدل مارکویتز

روش‌های متعددی با هدف کمینه کردن ریسک و بیشینه نمودن بازده سرمایه برای تشکیل سبد سهام بهینه ارائه شده است. در این مورد هری مارکویتز در سال ۱۹۵۲ نظریه مدرن سبد سهام را به صورت فرمول ریاضی بیان کرد [۲]. مارکویتز با تعریف کمی ریسک سرمایه‌گذاری، برای سرمایه‌گذاران در امر انتخاب دارایی‌ها و مدیریت سبد سهام رویکردی ریاضی ارائه کرد، اما به اذعان وی برای

فرمول اصلی موجود در این نظریه، محدودیت‌های مهمی وجود دارند [۵]. در مدل میانگین-واریانس طراحی شده توسط مارکوویتز، میانگین μ ، بازده مورد انتظار را نشان می‌دهد و واریانس σ ، بیانگر ریسک سبد سهام است. مدلی که مارکوویتز در سال ۱۹۵۲ ارائه نمود به صورت زیر است [۲]:

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^n x_i \mu_i = R^* \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0, (i = 1, \dots, n) \end{aligned}$$

که در آن x_i میزان سهم i ام موجود در سبد و R^* بازده مورد نظر است. میانگین بازدهی یک سهم در k سال:

$$\mu_i = \frac{\sum_{i=1}^k r_i}{k}$$

که r_i بازده در سال i ام است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$r_i = \frac{d + p_2 - p_1}{p_1}$$

که در آن d سود نقدی هر سهم در انتهای دوره و p_1 و p_2 به ترتیب قیمت سهم مورد نظر در ابتدا و انتهای دوره مورد بررسی است.

بازده کل سبد سهام با فرض اینکه n سهم داشته باشیم برابر است با:

$$\mu = \sum_{i=1}^n x_i \mu_i$$

از آمار مقدماتی، واریانس کل سبد سهام $R = \sum_{i=1}^n x_i R_i$ ، با فرض اینکه R_i سهم i ام باشد برابر است با [۲]:

$$Var(R) = \sum_{i=1}^n x_i^2 Var(R_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n x_i x_j Cov(R_i, R_j)$$

که در آن $Var(R_i)$ واریانس سهم i ام است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Var(R_i) = \frac{\sum_{j=1}^k (r_j - \mu_i)^2}{k}$$

و همچنین کواریانس بین دو سهم i و j به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Cov(R_i, R_j) = E[(r_i - \mu_i)(r_j - \mu_j)]$$

حال قرار می‌دهیم:

$$Var(R_i) = Cov(R_i, R_i) = \sigma_{ii}$$

$$Cov(R_i, R_j) = \sigma_{ij}$$

بنابراین ریسک و بازده سبد سهام به صورت زیر است [۲]:

$$E(R) = \sum_{i=1}^n x_i \mu_i$$

$$Var(R) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}$$

هدف ما کمینه کردن ریسک در یک سطح معین بازده یا بیشینه کردن بازده در یک سطح معین ریسک است.

باید توجه داشت که مدل استاندارد مارکوویتز محدودیت‌های مربوط به حد پایین و بالای نسبت سرمایه‌گذاری در هر سهم را در بر ندارد.

فرناندز و گومز^۸ در سال ۲۰۰۶ مدل مارکوویتز را با افزودن محدودیت‌های حد بالا و پایین برای متغیرها اصلاح کردند و مدل $CCMV$ یا مدل میانگین-واریانس با مولفه‌های مقید را به وجود آوردند [۱].

^۸Gomez

مدل ذکر شده $CCMV$ به صورت زیر است:

$$\min[\lambda[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_i x_i z_j x_j \sigma_{ij}] - (1 - \lambda)[\sum_{i=1}^n z_i x_i \mu_i]]$$

$$s.t \sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n z_i = K$$

$$\varepsilon_i z_i \leq x_i \leq \delta_i z_i, (i = 0, \dots, 1)$$

$$z_i \in \{0, 1\}$$

که در آن λ پارامتری است که در فاصله $[0, 1]$ تغییر می‌کند به طوری که با قرار دادن $\lambda = 0$ کل مقدار ضریب وزنی به بازده تخصیص داده می‌شود و با در نظر گرفتن $\lambda = 1$ کل مقدار ضریب وزنی به ریسک داده می‌شود. ε_i و δ_i به ترتیب حد پایین و بالای سرمایه‌گذاری هستند. اگر z_i برابر 0 باشد یعنی سهم i در سرمایه‌گذاری حضور ندارد و اگر 1 باشد یعنی در سرمایه‌گذاری حضور دارد [۲۲]. توجه نمایید که x_i ها همان مجهولات ما می‌باشند.

۶.۱ تعریف واژه‌های تخصصی

تعریف ۱.۱. مدل ریاضی رابطه‌ای شامل متغیرها، پارامترها، معادلات و اعمال ریاضی است [۲۵].

تعریف ۲.۱. سهام^۹، اوراق بهاداری است که نسبت به سود و دارایی شرکت پس از ادای تعهدات شرکت، دارای حقوق و ادعاست [۲۷].

^۹Stock

تعریف ۳.۱. سبد سهام: معنی ساده‌ی واژه‌ی پورتفوی سرمایه‌گذاری - سبد سرمایه‌گذاری به طور عام و سبد سهام به طور خاص - عبارت از ترکیب دارایی‌های سرمایه‌گذاری شده توسط یک سرمایه‌گذار، اعم از فرد یا نهاد است. به لحاظ فنی، یک سبد سرمایه‌گذاری، مجموعه‌ی کامل دارایی‌های حقیقی و مالی سرمایه‌گذار را در بر می‌گیرد. اغلب مردم، از روی برنامه و علم، یا از روی تصمیم‌های غیرمرتبط به هم، سبدهای از دارایی‌ها دارند. به طور خلاصه، به مجموعه‌ای شامل چند سهام، سبد سهام می‌گویند [۲۴].

تعریف ۴.۱. مدیریت سبد سهام^{۱۰}: مطالعه‌ی همه‌ی جوانب سبد سهام را می‌توان مدیریت سبد سهام توصیف نمود. این اصطلاح، مفهوم وسیع نظریه‌ی سبد سهام را در بر می‌گیرد.

تعریف ۵.۱. بازده: بازده سرمایه‌گذاری در سهام، در یک دوره‌ی معین، شامل هرگونه وجوه نقدی دریافتی به اضافه‌ی تغییرات قیمت در طول دوره، تقسیم بر قیمت اوراق یا دارایی در زمان خرید است [۲۴].

تعریف ۶.۱. بازده مورد انتظار یک سهم: سرمایه‌گذاران، سهام را به خاطر بازده آتی آن خریداری می‌کنند. از آنجا که این بازده غیرقطعی است، بازده مورد انتظار سهام در واقع قضاوت‌هایی احتمالی هستند. بنابراین، جهت محاسبه‌ی بازده مورد انتظار یک سهم، سرمایه‌گذار به تخمین بازده واقعاً قابل دستیابی سهم به علاوه‌ی احتمال وقوع هر بازده ممکن، نیاز دارد، که در واقع این دو، مؤلفه‌های یک توزیع احتمال هستند [۲۴].

تعریف ۷.۱. بازده مورد انتظار سبد سهام: بازده مورد انتظار برای مجموعه‌ای از اوراق بهادار که تشکیل سبد سهام می‌دهند، برابر با میانگین وزنی بازده مورد انتظار کلیه‌ی اوراق بهادار تشکیل دهنده‌ی سبد سهام می‌باشد [۲]:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i E(R_i) \quad (1.1)$$

که در آن، W_i وزن سهم i ، $E(R_i)$ میانگین بازده سهم i ، n تعداد سهام مورد بررسی و

^{۱۰} Portfolio Management

$E(R_p)$ بازده مورد نظر سبد سهام است.

تعریف ۸.۱. ریسک: ریسک به عنوان تغییرپذیری بازده تعریف می‌شود و اغلب می‌توان با تقریب خوبی از انحراف معیار بازده سال‌های گذشته به عنوان معیار ریسک استفاده کرد [۲۴]. در این تعریف نکته‌ای نهفته است و آن این است که بین ریسک و عدم اطمینان تفاوت وجود دارد. زمانی که صحبت از ریسک می‌کنیم نسبت به احتمال وقوع نتایج مختلف آگاهی داریم. ولی در شرایط عدم اطمینان هیچ اطلاعی در زمینه احتمالات بروز نتایج مختلف در دست نیست [۱۰].

تعریف ۹.۱. دارایی بدون ریسک: بازده دارایی بدون ریسک قطعی بوده و واریانس بازده آن معادل صفر است، بنابراین نرخ بازده بدون ریسک در هر دوره، با بازده مورد انتظار آن برابر است. برای مثال به عنوان نمونه‌های کلاسیک سرمایه‌گذاری بدون ریسک، می‌توان به اوراق قرضه‌ی دولتی، اوراق مشارکت تضمین شده توسط بانک مرکزی و یا سود بانکی اشاره کرد. از آن‌جا که دولت همیشه می‌تواند پول چاپ کند، هیچ ریسک پولی در مورد چنین ابزاری وجود ندارد. البته مثال مزبور یک سرمایه‌گذاری کاملاً بدون ریسک نیست. هر سرمایه‌گذاری‌ای با بازده ثابت پولی، در معرض ریسک ذاتی نوسان‌های آینده‌ی قدرت خرید پول است، که این نوع از ریسک در بخش‌های بعدی به تفصیل بررسی خواهد شد [۱۰].

تعریف ۱۰.۱. ریسک سبد سهام: ریسک برای مجموعه‌ای از اوراق بهادار که تشکیل سبد سهام می‌دهند برابر با حاصلضرب مربع وزن هر سهم در ریسک آن سهم، به علاوه حاصلضرب اوزان هر زوج از سهام در یکدیگر و در کوواریانس فی مابین آنهاست [۲].

$$VAR(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i^2 VAR(R_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n W_i W_j COV(R_i, R_j) \quad (2.1)$$

که در آن $VAR(R_i)$ واریانس بازده سهم i ، $VAR(R_p)$ واریانس بازده سبد سهام و $COV(R_i, R_j)$ کواریانس بین بازده‌های سهم‌های i و j است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$COV(R_i, R_j) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m [PR_{ik} - E(R_i)][PR_{jk} - E(R_j)] \quad (3.1)$$

که در آن PR_{ik} بازده سهم i ، $E(R_i)$ میانگین بازده سهم i و m شمار خروجی‌های محتمل یک سهم طی دوره است [۲۴].

تعریف ۱۱.۱. سبد سرمایه‌گذاری بازار (پورتفوی بازار): عبارت از سبد همهی دارایی‌های ریسکی است که وزن هر دارایی در آن عبارت از نسبت ارزش بازار آن به ارزش بازار کل دارایی‌های ریسکی است. این سبد از اهمیت بالایی برخوردار است، چرا که در مباحث مالی یکی از معیارها و شاخص‌های مهم مقایسه‌ی عملکرد است. به عبارت دیگر، دستیابی به متوسط سبد بازار یک ملاک عملکردی است [۲۴].

تعریف ۱۲.۱. مدیریت منفعلانه و مدیریت فعالانه: مدیریت منفعلانه بر مبنای این استراتژی شکل گرفته است که ریسک را از طریق ایجاد تنوع و کسب یک نرخ بازده متوسط و منطبق بر ریسک کنترل می‌کند، این نوع مدیریت سبد را تشکیل داده و سهام را نگهداری می‌نماید، این مدیریت بیشتر پیرو استراتژی خرید و نگهداری^{۱۱} می‌باشد. مدیریت فعالانه، هر لحظه در پی برتری یافتن بر بازار می‌باشد، این نوع مدیر مرتباً سبد را به روز رسانی کرده، در مبادلات بیشتر پیرو استراتژی خرید و فروش^{۱۲} است [۱۰].

^{۱۱} Buy and Hold

^{۱۲} Buy and Sell