

## دانشگاه پیام نور

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد  
در رشته فیزیک اتمی و مولکولی

دانشکده علوم

عنوان پایان نامه:

شبیه‌سازی سوئیچ‌های فوق سریع تمام نوری چندگانه

استاد راهنما:

دکتر محسن حاتمی

استاد مشاور:

دکتر عبدالرسول قرائتی

نگارش:

مرضیه علی‌نژاد

دی ماه ۱۳۸۹



تقدیم ہے:

مادر مہربان و پدر بزرگوارم

و

ہمسرو ہمراہ زندگی ام.

## پاسکذاری

اینک که به الطاف بی‌شائبه حضرت حق، پایان نامه تحصیلی خود را به اتمام می‌رسانم، در انجام این پژوهش  
مرهون راهنمایی‌ها و مساعدت‌های دلسوزانه استاد راهنمای بزرگوارم جناب آقای دکتر محسن حاتمی، هستم که در  
روزهای انجام این پایان نامه، پارافراز از وظیفه‌نماده و یاری را به سرحد کمال رسانیدند تا این حقیر رسالتی نه  
چندان را، به انجام برسانم. همچنین از راهنمایی‌ها و زحمات استاد مشاور محترم جناب آقای دکتر عبدالرسول  
قزاقی صمیمانه تشکر و پاسکذاری می‌نمایم.

## چکیده

### طراحی سوئیچ‌های فوق سریع تمام نوری چندگانه به وسیله‌ی: مرضیه علی‌نژاد

کلیدزنی یک عمل اساسی در شبکه‌های مخابراتی، کامپیوترهای رقمی و سیستم‌های پردازش سیگنال است. توسعه سیستم‌های مخابراتی نوری با نرخ بالای انتقال اطلاعات، نیاز به طراحی مدارهای منطقی و کلیدهای تمام نوری را بیش از پیش افزایش داده است.

مزدوج‌های موازی غیرخطی یکی از عناصر نوری مهم جهت استفاده در ارتباطات و محاسبات اپتیکی است که باعث جذابیت‌های زیاد تحقیقاتی شده است. تعداد زیادی از کاربردهای این ابزار نظیر مدوله-کننده‌ها، سوئیچ‌ها، تقویت‌کننده‌ها، تضعیف‌کننده‌ها و عناصر منطقی نظیر AND, XOR, NAND, OR گزارش شده است.

در این پایان‌نامه ما فرایند کلیدزنی را در مزدوج موازی غیرخطی دوهسته‌ای و سه‌هسته‌ای بررسی کرده‌ایم. برای مزدوج سه‌هسته‌ای سه مدل مثلثی (TNLDC-T)، تخت نوع اول (TNLDC-P1) و تخت نوع دوم (TNLDC-P2) در نظر گرفتیم. هسته‌ی تمام این مزدوج‌ها به صورت فیبر تک مد بدون اثرات جذب، اتلاف، پاشندگی و به صورت کاملاً متقارن می‌باشند. همچنین ورودی این مزدوج‌ها یک بار با موج پیوسته (CW) و بار دیگر شبه پالس ایستا می‌باشد.

این مزدوج‌های موازی به عنوان یک سوئیچ خودکنترل‌کننده‌ی تمام‌نوری طراحی شده‌اند. در مدل مثلثی تفاوتی نمی‌کند که هسته‌ی کنترلی را کدام هسته در نظر بگیریم اما در مدل تخت بسته به اینکه کدام هسته را لحاظ کرده‌ایم، به دو مدل نوع اول و نوع دوم تقسیم می‌شود. با استفاده از مزدوج‌های فوق می‌توانیم دروازه‌های منطقی AND, OR, NOR, XOR, NXOR, NOT, NAND را طراحی کرده و تنها تفاوتی که با طراحی سوئیچ دارد این است که در مدار منطقی کنترل توسط تغییر فاز سیگنال صورت می‌گیرد در حالیکه در طراحی سوئیچ کنترل توسط دامنه سیگنال انجام می‌شود.

کارایی دروازه‌های منطقی که طراحی کرده‌ایم به روش مرسوم مدارهای منطقی (FOMELG) بررسی شده است و در نهایت با استفاده از این دروازه‌ها یک نیم‌جمع‌کننده تمام نوری طراحی کرده‌ایم.

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول: فیبرهای نوری
۱	۱-۱- انواع فیبرهای نوری
۲	۱-۱-۱- فیبر ضریب پله‌ای
۲	۱-۱-۲- گشودگی عددی
۳	۱-۱-۳- فیبر ضریب تدریجی
۴	۱-۲- انتشار مدها در یک فیبر نوری
۸	۱-۳- فیبر تک مد
۹	۱-۴- پاشندگی
۱۰	۱-۴-۱- پاشندگی مدی
۱۱	۱-۴-۲- پاشندگی رنگی در فیبر تک مد
۱۶	۱-۴-۳- پاشندگی قطبش مددر فیبر تک مد
۱۸	۱-۵- اتلاف در فیبر تک رنگ
۱۹	۱-۵-۱- تلفات ذاتی
۲۰	۱-۵-۲- تلفات اکتسابی
۲۲	فصل دوم: اپتیک غیرخطی
۲۲	۱-۲- قطبش غیرخطی
۲۳	۱-۲- پذیرفتاری خطی و غیرخطی
۲۶	۱-۳- تخمین اندازه پذیرفتاری غیرخطی مواد
۲۷	۱-۴- ضریب شکست غیرخطی
۳۰	۱-۵- مدولاسیون خودفازی و مدولاسیون دگرفازی
۳۱	۱-۵-۱- مدولاسیون خودفازی
۳۱	۱-۵-۲- مدولاسیون دگرفازی
۳۳	۱-۶- انتشار پالس در فیبرهای غیرخطی
۴۰	فصل سوم: مزدوج‌های موازی
۴۰	۱-۳- معادلات حاکم بر مزدوج موازی
۴۴	۱-۳-۲- مزدوج موازی متقارن دو هسته‌ای

۴۴	۳-۲-۱- مزدوج موازی خطی متقارن دو هسته‌ای
۴۷	۳-۲-۲- مزدوج موازی غیرخطی متقارن دو هسته‌ای
۵۰	۳-۳- مزدوج موازی متقارن سه هسته‌ای
۵۰	۳-۳-۱- مزدوج موازی متقارن سه هسته‌ای مثلثی
۵۳	۳-۳-۲- مزدوج موازی متقارن سه هسته‌ای تخت نوع اول
۵۵	۳-۳-۳- مزدوج موازی متقارن سه هسته‌ای تخت نوع دوم
۵۷	۳-۴- مزدوج موازی متقارن غیرخطی سه هسته‌ای
۶۰	۳-۵- انتشار شبه پالس ایستا در مزدوج‌های موازی
۶۳	۳-۶- نتایج و پیشنهادها
۶۵	فصل چهارم: مدارهای منطقی تمام نوری
۶۵	۴-۱- جبر بول
۶۵	۴-۱-۱- تعریف اصولی جبر بول
۶۷	۴-۱-۲- جبر بول دو ارزشی یا منطق دودویی
۶۸	۴-۱-۳- توابع بول
۶۹	۴-۲- مدارهای منطقی
۶۹	۴-۲-۱- مدارهای سوئیچینگ و مدارهای الکترونیک دیجیتال
۷۱	۴-۲-۲- دروازه‌های منطقی
۷۲	۴-۳- مدارهای منطقی تمام نوری
۷۴	۴-۳-۱- ایجاد مدارهای منطقی
۸۴	۴-۴- بررسی عملکرد مدارهای منطقی
۸۵	۴-۵- نیم‌جمع‌کننده تمام نوری
۸۶	۴-۵-۱- طراحی نیم‌جمع‌کننده تمام نوری با استفاده از مزدوجسه هسته‌ای غیر خطی
۸۷	۴-۶- نتایج
۸۸	فهرست منابع

## فهرست شکل‌ها

عنوان	صفحه
شکل ۱-۱ یک فیبر نوری را نشان می‌دهد.	۲
شکل ۲-۱-چگونگی انتشار نور در فیبرهای چند مد ضریب پله‌ای.	۲
شکل ۳-۱-زاویه پذیرش $\theta_a$ فیبر. پرتوهایی که داخل مخروط پذیرش باشند هدایت می‌شوند.	۳
شکل ۴-۱-چگونگی انتشار نور در فیبرهای چند مد ضریب تدریجی.	۴
شکل ۵-۱-پهن شدن پالس به دلیل پاشندگی مدی.	۱۰
شکل ۶-۱-تغییرات $\beta_2$ نسبت به طول موج. پاشندگی سرعت گروه نزدیکی $\lambda = 1.27 \mu m$ صفر است.	۱۲
شکل ۷-۱-مولفه با فرکانس کم (قرمز) سریعتر از مولفه با فرکانس بالا (آبی) حرکت می‌کند و زودتر می‌رسد.	۱۳
شکل ۸-۱-وابستگی ثابت انتشار به پارامتر $V$ برای مد اصلی $LP_{01}$ .	۱۴
شکل ۹-۱-تغییرات پارامتر پاشندگی بر حسب طول موج برای یک فیبر تک مد.	۱۵
شکل ۱۰-۱-تغییرات پارامتر پاشندگی نسبت به طول موج برای سه مدل فیبر. برچسب‌های DC, SC و QC به ترتیب یعنی غلاف یگانه، غلاف دوگانه و غلاف چهارگانه.	۱۶
شکل ۱۱-۱-نحوی تغییر قطبش در یک فیبر نگاه‌دارنده قطبش هنگامیکه نور ورودی به صورت خطی و با زاویه $45^\circ$ نسبت به محور آهسته وارد می‌شود.	۱۷
شکل ۱۲-۱-تغییرات پارامتر دو شکستی نسبت به ضخامت المان ایجاد تنش برای چهار مدل فیبر قطبش نگاه‌دار.	۱۸
شکل ۱۳-۱-وابستگی ضریب اتلاف $\alpha$ به طول موج.	۲۰
شکل ۱-۳-شمای کلی یک سوئیچ غیرخطی با استفاده از مزدوج مستقیم. پالس‌های ورودی بسته به توان‌شان در یکی از دو خروجی ظاهر می‌شوند.	۴۰
شکل ۲-۳-سرعت کلیدزنی سوئیچ‌های مختلف.	۴۴
شکل ۳-۳-(الف) توان خروجی از موجبر ۱ و ۲ بر حسب توان‌های ورودی مختلف. (ب) توان خروجی از موجبر ۱ و ۲ بر حسب طول مزدوج.	۴۶
شکل ۴-۳-توان در مزدوج بالا در مزدوج موازی غیرخطی بر حسب فاصله برای توان‌های ورودی مختلف. برای توان‌های ورودی کوچکتر از توان بحرانی توان در موجبر بالا کاهش یافته و در طول جفت شدگی به صفر می‌رسد و برای توان‌های ورودی بزرگتر از توان بحرانی عمده توان در موجبر بالا می‌ماند.	۴۹
توان بحرانی $P_c = 5.2w$ می‌باشد.	



شکل ۳-۵- توان خروجی از موجبر ۱ و ۲ بر حسب توان ورودی برای طول ثابت  $L_c$ . در توان‌های پایین خروجی در موجبر ۲ است (حالت ضربدری) و برای توان‌های بالاتر توان بحرانی  $P_c = 5.2$  خروجی از ۱ است (حالت مستقیم).

شکل ۳-۶- فرم شماتیک یک مزدوج موازی سه هسته‌ای مثلثی.

شکل ۳-۷- (الف) توان خروجی هر هسته بر حسب طول موجبر برای مزدوج خطی سه هسته‌ای مثلثی و نقطه مشخص شده طول جفت‌شدگی می‌باشد. (ب) انتقال برای مزدوج سه هسته‌ای مثلثی بر حسب توان ورودی.

شکل ۳-۸- فرم شماتیک یک مزدوج موازی سه هسته‌ای تخت نوع اول.

شکل ۳-۹- (الف) توان خروجی هر هسته بر حسب طول موجبر برای مزدوج خطی سه هسته‌ای تخت نوع اول و نقطه مشخص شده طول جفت‌شدگی می‌باشد. (ب) انتقال برای مزدوج سه هسته‌ای تخت نوع اول بر حسب توان ورودی.

شکل ۳-۱۰- فرم شماتیک یک مزدوج موازی سه هسته‌ای تخت نوع دوم.

شکل ۳-۱۱ (الف) توان خروجی هر هسته بر حسب طول موجبر برای مزدوج خطی سه هسته‌ای تخت نوع دوم و نقطه مشخص شده طول جفت‌شدگی می‌باشد. (ب) انتقال برای مزدوج سه هسته‌ای تخت نوع دوم بر حسب توان ورودی.

شکل ۳-۱۲ انتقال بر حسب توان ورودی برای مدل الف (T ب) P1 ج) P2.

شکل ۴-۱- سمبل گرافیکی تابع بول  $F_1$ .

شکل ۴-۲- مدارهای سوئیچینگ نمایش دهنده منطق دودویی الف) منطق AND ب) منطق OR.

شکل ۴-۳- مثالی از سیگنال‌های دودویی.

شکل ۴-۴- گیت‌های منطقی دیجیتال.

شکل ۴-۵ انتقال هسته ۱، ۲، ۳ و مجموع برای مدل T بر حسب  $\Delta\theta$  با  $CS=1$  و با ورودی الف)

(الف)  $(I_1, I_2) = (0,0)$  ب)  $(I_1, I_2) = (0,1)$  ج)  $(I_1, I_2) = (1,0)$  د)  $(I_1, I_2) = (1,1)$ .

شکل ۴-۶ انتقال هسته ۱، ۲، ۳ و مجموع برای مدل P2 بر حسب  $\Delta\theta$  با  $CS=0$  و با ورودی الف)

(الف)  $(I_1, I_2) = (0,0)$  ب)  $(I_1, I_2) = (0,1)$  ج)  $(I_1, I_2) = (1,0)$  د)  $(I_1, I_2) = (1,1)$ .

شکل ۴-۷ نسبت برانگیزش برای مدل T بر حسب  $\Delta\theta$  با  $CS=1$  و با ورودی الف)  $(I_1, I_2) = (0,0)$  ب)

(الف)  $(I_1, I_2) = (0,1)$  ج)  $(I_1, I_2) = (1,0)$  د)  $(I_1, I_2) = (1,1)$ .

شکل ۴-۸ انتقال هسته ۱، ۲، ۳ و مجموع برای مدل P1 بر حسب  $\Delta\theta$  با  $CS=1$  و با ورودی الف)

(الف)  $(I_1, I_2) = (0,0)$  ب)  $(I_1, I_2) = (0,1)$  ج)  $(I_1, I_2) = (1,0)$  د)  $(I_1, I_2) = (1,1)$ .

شکل ۴-۹ انتقال هسته ۱، ۲، ۳ و مجموع برای مدل P2 بر حسب  $\Delta\theta$  با  $CS=0$  و با ورودی الف)

(الف)  $(I_1, I_2) = (0,0)$  ب)  $(I_1, I_2) = (0,1)$  ج)  $(I_1, I_2) = (1,0)$  د)  $(I_1, I_2) = (1,1)$ .

شکل ۴-۱۰ نسبت برانگیزش برای مدل P1 برحسب  $\Delta\theta$  با  $CS=1$  و با ورودی الف)  $(I_1, I_2) = (0,0)$   
ب)  $(I_1, I_2) = (0,1)$  ج)  $(I_1, I_2) = (1,0)$  د)  $(I_1, I_2) = (1,1)$  ۸۰

شکل ۴-۱۱ انتقال هسته ۱، ۲، ۳ و مجموع برای مدل P2 برحسب  $\Delta\theta$  با  $CS=1$  و با ورودی الف)  
ب)  $(I_1, I_2) = (0,0)$  ج)  $(I_1, I_2) = (0,1)$  د)  $(I_1, I_2) = (1,0)$  ۸۱

شکل ۴-۱۲ انتقال هسته ۱، ۲، ۳ و مجموع برای مدل P2 برحسب  $\Delta\theta$  با  $CS=0$  و با ورودی الف)  
ب)  $(I_1, I_2) = (0,0)$  ج)  $(I_1, I_2) = (0,1)$  د)  $(I_1, I_2) = (1,0)$  ۸۲

شکل ۴-۱۳ نسبت برانگیزش برای مدل P2 برحسب  $\Delta\theta$  با  $CS=1$  و با ورودی الف)  $(I_1, I_2) = (0,0)$   
ب)  $(I_1, I_2) = (0,1)$  ج)  $(I_1, I_2) = (1,0)$  د)  $(I_1, I_2) = (1,1)$  ۸۳

## فهرست جدول‌ها

صفحه	عنوان
۶۱	جدول ۳-۱- نحوه تغییرات دامنه یک شبه پالس بر حسب طول مزدوج.
۶۲	جدول ۳-۲- نحوه تغییرات دامنه یک شبه پالس بر حسب توان ورودی به هسته کنترلی مزدوج دو و سه هسته‌ای.
۶۳	جدول ۳-۳- نحوه تغییرات دامنه یک شبه پالس بر حسب توان ورودی به هسته کنترلی مزدوج دو و سه هسته‌ای غیرخطی.
۶۷	جدول ۴-۱- جدول درستی منطق AND.
۶۸	جدول ۴-۲- جدول درستی عملیات منطقی AND، OR و NOT.
۶۹	جدول ۴-۳- جدول درستی $F_1$ .
۷۱	جدول ۴-۴- جدول درستی ۱۶ تابع ممکن از دو متغیر دودویی.
۷۷	جدول ۴-۵- خروجی‌های مدل T برای ورودی‌های مختلف با $(\Delta\phi = \pi)$ و $CS=0$ و $CS=1$ طول جفت شدگی $L_c = 3.14m$ .
۷۷	جدول ۴-۶- چند نمونه مدار منطقی ساخته شده توسط مزدوج سه هسته‌ای غیر خطی مدل T.
۸۰	جدول ۴-۷- خروجی‌های مدل P1 برای ورودی‌های مختلف با $(\Delta\phi = 1.81\pi)$ و $CS=0$ و $CS=1$ طول جفت شدگی $L_c = 6.7m$ .
۸۱	جدول ۴-۸- چند نمونه مدار منطقی ساخته شده توسط مزدوج سه هسته‌ای غیر خطی مدل P1.
۸۴	جدول ۴-۹- خروجی‌های مدل P2 برای ورودی‌های مختلف با $(\Delta\phi = 0.32\pi)$ و $CS=0$ و $CS=1$ طول جفت شدگی $L_c = 3.35m$ .
۸۴	جدول ۴-۱۰- چند نمونه مدار منطقی ساخته شده توسط مزدوج سه هسته‌ای غیر خطی مدل P2.
۸۵	جدول ۴-۱۱- مقادیر FOMELG برای مدارهای منطقی حاصل از مزدوج‌های غیر خطی مدل T، P1 و P2.
۸۶	جدول ۴-۱۲- جدول درستی نیم‌جمع‌کننده
۸۷	جدول ۴-۱۳- جدول درستی دو نیم‌جمع‌کننده مدل P1 برای دو مقدار فاز $(\Delta\phi = 1.81\pi)$ و $(\Delta\phi = 0.63\pi)$ .

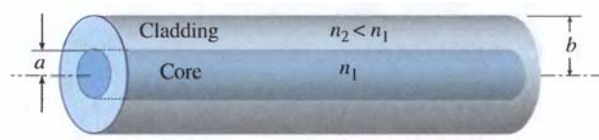


## فصل ۱- فیبرهای نوری

اولین سیستم مخابرات نوری دستگاهی به نام فوتوفون بود که الکساندر گراهام بل در سال ۱۸۸۰ آن را اختراع کرد. در این سیستم، بل از یک آینه نازک که توسط صدا به لرزه درمی آمد استفاده نمود. نوری که از این آینه منعکس می شد حامل اطلاعات صوتی بود که آینه را می لرزاند، سپس در گیرنده این نور به سیگنال الکتریکی، و مجدداً در تلفن به سیگنال اولیه صوتی تبدیل می شد. با وجودی که سیستم فوق نسبتاً خوب کار می کرد هرگز موفقیت تجاری کسب نکرد. اما ایده به کارگیری فیبر نوری برای انتقال اطلاعات بعد از اختراع لیزر در سال ۱۹۶۰، شکل گرفت. ساخت اولین فیبر نوری در سال ۱۹۶۶ هم زمان در انگلیس و فرانسه با اتلافی برابر  $1000 \text{ dB/km}$  اعلام شد این فیبرها به دلیل اتلاف بالا فقط در پزشکی کاربرد داشتند و برای انتقال اطلاعات در فواصل طولانی قابل استفاده نبود. در سال ۱۹۷۰ شرایط تغییر کرد و اتلاف فیبرهای سیلیکا به  $20 \text{ dB/km}$  کاهش یافت در این زمان مخابرات فیبر نوری شکل گرفت یعنی ۱۰۰ سال بعد از آنکه جان تیندال فیزیکدان انگلیسی در مجمع سلطنتی نشان داد که نور می تواند مسیر منحنی را داخل بخار آب به علت بازتاب داخلی طی کند، که اساس عملکرد انتشار نور در فیبرهای کنونی است [۱]. با کوشش محققان در سال ۱۹۷۶ اتلاف فیبرهای نوری به  $4 \text{ dB/km}$  رسید این میزان تلفات قابل مقایسه با اتلاف کابل های هم محور مسی مورد استفاده در شبکه مخابرات بود. امروزه تلفات فیبرهای ساخته شده در طول موج های  $1/3$  و  $1/55$  میکرومتر به ترتیب به  $0.30 \text{ dB/km}$  و  $0.15 \text{ dB/km}$  است که یک موفقیت چشمگیر در فناوری ساخت فیبر می باشد [۲-۳].

### ۱-۱- انواع فیبرهای نوری

فیبر نوری یک موجبر استوانه ای است که از جنس مواد کم اتلاف مانند شیشه سیلیکا ساخته می شود و دارای یک هسته مرکزی است، که نور در آن هدایت می شود. این هسته با یک غلاف که ضریب شکست آن کمی کمتر است، احاطه شده و سپس دو لایه ی پوششی از جنس پلاستیک آنها را در بر گرفته اند. شکل ۱-۱ یک فیبر را نشان می دهد که از یک هسته به شعاع  $a$  و ضریب شکست  $n_1$  و یک غلاف به شعاع داخلی  $a$  و خارجی  $b$  و ضریب شکست  $n_2$  تشکیل شده است [۴]. در اینجا دو نوع فیبر ضریب پله ای و ضریب تدریجی در نظر می گیریم که هر یک به دو دسته تک مد و چند مد تقسیم می شوند.



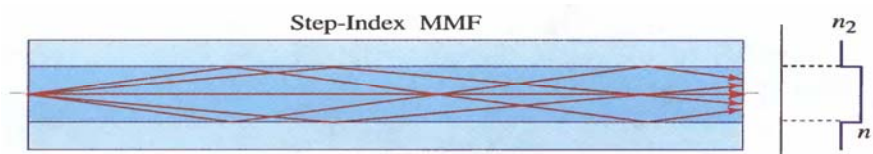
شکل ۱-۱ یک فیبر نوری را نشان می‌دهد.

### ۱-۱-۱- فیبر ضریب پله‌ای (step-index)

در فیبرهای ضریب پله‌ای، ضریب شکست در تمام نقاط هسته تا مرز مشترک با غلاف یکسان است و سپس به صورت پله‌ای کاهش می‌یابد هسته و غلاف به ترتیب دارای ضریب شکست  $n_1$  و  $n_2$ ، و شعاع  $a$  و  $b$  می‌باشد. ضریب شکست هسته تنها کمی بیشتر است، به همین دلیل تغییرات ضریب شکست نسبی عددی بسیار کوچک می‌باشد ( $\Delta \ll 1$ ).

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (1-1)$$

در اکثر فیبرها  $\Delta$  بین  $0.02$  تا  $0.01$  تغییر می‌کند. تقریباً بیشتر فیبرهای امروزی که در مخابرات استفاده می‌شوند از شیشه سیلیکاتی گداخته با خلوص بالا می‌باشد. در فیبرهای اولیه از فیبرهای ضریب پله‌ای استفاده می‌شد. اشکال عمده این فیبرها این است که پرتوهایی است که هم‌زمان وارد آن می‌شوند به علت اختلاف در زاویه انتشار، مسیرهای متفاوتی را طی کرده و در نتیجه پرتوهای نوری در انتهای مسیر با زمان‌های متفاوت خارج می‌شوند و باعث پاشندگی می‌شوند. به دلیل پاشندگی بالا این فیبرها برای بسامدهای بالا و مسافت‌های طولانی کاربردی ندارند [۵].



شکل ۲-۱-چگونگی انتشار نور در فیبرهای چند مد ضریب پله‌ای.

### ۱-۱-۲- گشودگی عددی (NA)

با توجه به شکل (۱-۳) قانون اسنل را برای عبور پرتو از هسته به غلاف می‌نویسیم:

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90 \rightarrow \sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (2-1)$$

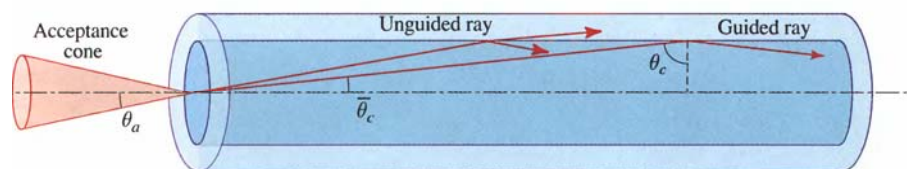
دو زاویه  $\theta_c$  و  $\bar{\theta}_c$  متمم یکدیگرند در نتیجه  $\sin \theta_c = \cos \bar{\theta}_c$ . مجددا بنا بر قانون اسنل، برای وارد شدن پرتو به هسته فیبر داریم:

$$1 \times \sin \theta_a = n_1 \sin \bar{\theta}_c \rightarrow \sin \theta_a = n_1 \sqrt{1 - \cos^2 \bar{\theta}_c} \quad (3-1)$$

برای پرتوهایی که دارای زاویه‌های فرودی کم‌تر از زاویه پذیرش  $\theta_a$  هستند، در مرز هسته و غلاف بازتاب کلی رخ می‌دهد و پرتو در فیبر منتشر می‌شود. به سینوس آن گشودگی عددی می‌گویند به عبارت دیگر گشودگی عددی ظرفیت پذیرش پرتوها برای یک فیبر را نشان می‌دهد. و مخروط ایجاد شده توسط این زاویه مخروط پذیرش نام دارد. با توجه به رابطه (2-1) و (3-1) داریم:

$$NA = \sin \theta_a = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \approx n_1 \sqrt{2\Delta} \quad (4-1)$$

در فرمول بالا  $\Delta$  تغییرات ضریب شکست نسبی فیبر است. گشودگی عددی کمیتی بدون بعد است و مقدار آن از ۰/۱۴ تا ۰/۵ تغییر می‌کند. در شکل زیر مخروط پذیرش، پرتوهای هدایت شده و هدایت نشده نشان داده شده است [۶].

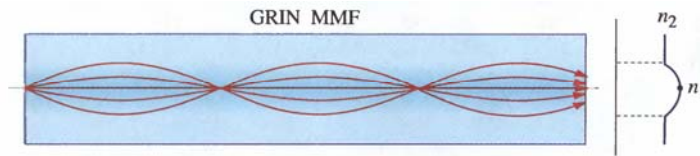


شکل ۳-۱-۲- زاویه پذیرش  $\theta_a$  فیبر. پرتوهایی که داخل مخروط پذیرش باشند هدایت می‌شوند.

### ۳-۱-۱- فیبر ضریب تدریجی (graded-index)

در فیبرهای ضریب تدریجی، ضریب شکست در تمام ناحیه هسته تا مرز مشترک با ناحیه غلاف به تدریج تغییر میکند، به این صورت که در مرکز هسته بیشینه است و هرچه به مرز مشترک با غلاف نزدیک‌تر می‌شود مقدار آن به صورت تدریجی کم شده و در سطح مشترک بر ضریب شکست غلاف منطبق است.

به علت تغییر تدریجی ضریب شکست، موج نور نیز به تدریج شکسته می‌شود و در نتیجه مسیر انتقال نور به صورت سینوسی شکل می‌گیرد. سرعت نور در ناحیه‌های مختلف هسته به علت تفاوت ضریب شکست‌ها، متفاوت است. در مرکز هسته چون ضریب شکست فیبر بالا است سرعت نور طبیعتاً کمینه می‌شود و در ناحیه دور از مرکز با کاهش تدریجی ضریب شکست، سرعت نور به تدریج افزایش می‌یابد. در نتیجه پرتوهای مختلف در مسیرهای مختلف در داخل مغزی حرکت کرده ولی همگی هم‌زمان از فیبر خارج می‌شوند و این امر اثر پاشندگی را به حداقل مقدار خود می‌رساند [۶].



شکل ۴-۱- چگونگی انتشار نور در فیبرهای چند مد ضریب تدریجی.

## ۲-۱- انتشار مدها در یک فیبر نوری

نحوه‌ی انتشار نور تک‌فام در یک فیبر ضریب پله‌ای با استفاده از تئوری موج الکترومغناطیسی بررسی می‌کنیم. می‌خواهیم میدان الکتریکی و مغناطیسی که معادلات ماکسول و شرایط مرزی بین هسته‌ی استوانه‌ای شکل و غلاف را بر آورده می‌کند را، به دست آوریم. مانند تمام موج‌ها به جواب‌های به دست آمده مد می‌گوئیم. هر مد دارای ثابت انتشار، توزیع میدان عرضی، سرعت گروه، و دو قطبش مستقل خاص خود می‌باشد. هر مولفه میدان الکتریکی و مغناطیسی معادله هلمهولتز را بر آورده می‌کند. در اینجا دامنه موهومی  $U = U(\rho, \phi, z)$  می‌تواند نماینده هر مولفه عرضی میدان الکتریکی و مغناطیسی  $E_\rho, E_\phi, H_\rho, H_\phi$  یا مولفه محوری آنها  $E_z, H_z$  باشد.

$$\nabla^2 \tilde{U}(\vec{r}, \omega) + n^2(\omega) k_0^2 \tilde{U}(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (5-1)$$

که  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  و  $\Omega$  ضریب شکست محیط است. علامت مد بر روی هر کمیتی یعنی در حوزه فرکانس نوشته شده است.

$$\begin{aligned} n = n_1 &\rightarrow \rho \leq a \\ n = n_2 &\rightarrow \rho > a \end{aligned} \quad (6-1)$$



a شعاع هسته می‌باشد شعاع غلاف b را به اندازه کافی بزرگ فرض کردیم و به همین دلیل دو حالت بالا را برای شعاع در نظر گرفتیم. در مختصات استوانه‌ای معادله هلمهولتز می‌شود:

$$\frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial z^2} + n^2 k_0^2 \tilde{U} = 0 \quad (7-1)$$

با استفاده از جدا سازی متغیرها  $U(\rho, \phi, z, \omega) = A(\omega)u(\rho)\Phi(\phi)Z(z)$  معادله بالا به سه معادله زیر تقسیم می‌شود:

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + \beta^2 Z = 0 \quad (8-1)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + l^2 \Phi = 0 \quad (9-1)$$

$$\frac{d^2 u}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{du}{d\rho} + \left( n^2 k_0^2 - \beta^2 - \frac{l^2}{\rho^2} \right) u = 0 \quad (10-1)$$

معادله (8-1) دارای جوابی به صورت  $e^{-j\beta z}$  است که  $\beta$  ثابت انتشار می‌باشد. موج در طول فیبر به صورت پیچشی جلو می‌رود پس  $U$  نسبت به  $\phi$  یک تابع تناوبی با دوره  $2\pi$  می‌باشد و این مطابق جواب معادله (9-1) یعنی  $e^{-jl\phi}$  است، که 1 یک عدد صحیح می‌باشد. اگر ثابت انتشار از عدد موج هسته کوچکتر ( $\beta < n_1 k_0$ ) و از عدد موج غلاف بزرگتر ( $\beta > n_2 k_0$ ) باشد موج در فیبر منتشر می‌شود پس مناسب است که تعاریف زیر را داشته باشیم

$$k_T^2 = n_1^2 k_0^2 - \beta^2 \quad \text{و} \quad \gamma^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2 \quad (11-1)$$

بنابراین برای موج‌های منتشر شده  $k_T^2$  و  $\gamma^2$  مثبت هستند و  $k_T$  و  $\gamma$  حقیقی خواهند بود.  $\gamma$  پارامتر واپاشی و  $k_T$  ثابت انتشار عرضی نام دارند. حال با توجه به این تعاریف معادله (10-1) به دو صورت زیر تبدیل می‌شود

$$\frac{d^2 u}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{du}{d\rho} + \left( k_T^2 - \frac{l^2}{\rho^2} \right) u = 0$$

(۱۲-۱)

$$\frac{d^2u}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{du}{d\rho} - \left( \gamma^2 + \frac{l^2}{\rho^2} \right) u = 0$$

این دو معادله، معادله شناخته شده بسل هستند و جوابی به صورت زیر دارند:

$$u(\rho) = A_1 J_l(k_T \rho) + A_2 Y_l(k_T \rho) \rightarrow \rho \leq a \quad (۱۳-۱)$$

$$u(\rho) = B_1 K_l(\gamma \rho) + B_2 I_l(\gamma \rho) \rightarrow \rho > a$$

که  $J_l(k_T \rho)$  تابع بسل نوع اول از مرتبه 1 و  $K_l(\gamma \rho)$  تابع بسل اصلاح شده نوع دوم از مرتبه 1 می باشد. با توجه به شرایط مرزی در  $\rho = 0$  و  $\rho = \infty$ ، به ترتیب  $Y_l(k_T \rho)$  و  $I_l(\gamma \rho)$  به سمت بینهایت می رود پس  $A_2 = 0$  و  $B_2 = 0$  می شود. معمول است  $U(\rho, \phi, z)$  را دامنه موهومی مولفه محوری میدان الکتریکی و مغناطیسی بگیریم و بقیه مولفه ها را بر حسب آنها به دست آوریم این فقط یک قرارداد است، می توان نوشت:

$$\tilde{E}_z(\rho, \omega) = A(\omega) J_l(k_T \rho) e^{-j\beta z} e^{-jl\phi} \rightarrow \rho \leq a$$

$$\tilde{E}_z(\rho, \omega) = B(\omega) K_l(\gamma \rho) e^{-j\beta z} e^{-jl\phi} \rightarrow \rho > a$$

(۱۴-۱)

$$\tilde{H}_z(\rho, \omega) = C(\omega) J_l(k_T \rho) e^{-j\beta z} e^{-jl\phi} \rightarrow \rho \leq a$$

$$\tilde{H}_z(\rho, \omega) = D(\omega) K_l(\gamma \rho) e^{-j\beta z} e^{-jl\phi} \rightarrow \rho > a$$

با استفاده از معادلات ماکسول  $\nabla \times E = -j\omega\mu_0 H$  و  $\nabla \times H = j\omega\varepsilon_0 n^2 E$  می توان بقیه مولفه های میدان الکتریکی و مغناطیسی در ناحیه هسته ( $r < a$ ) را به دست آورد.

$$E_\rho = \frac{j}{k_T^2} \left( \beta \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \mu_0 \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad (۱۵-۱)$$

$$E_\phi = \frac{j}{k_T^2} \left( \frac{\beta}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \mu_0 \omega \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \quad (16-1)$$

$$H_\rho = \frac{j}{k_T^2} \left( \beta \frac{\partial H_z}{\partial \rho} - \varepsilon_0 n_1^2 \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right) \quad (17-1)$$

$$H_\phi = \frac{j}{k_T^2} \left( \frac{\beta}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \varepsilon_0 n_1^2 \omega \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right) \quad (18-1)$$

برای ناحیه غلاف کافی است به جای  $k_T^2$  مقدار  $-\gamma^2$  را قرار داد. با استفاده از شرایط مرزی یعنی پیوستگی مولفه مماس بر مرز  $E_\phi, H_\phi, E_z, H_z$  معادله ویژه مقدری زیر را به دست می‌آوریم، از روی آن  $\beta$  و در نتیجه  $k_T, \gamma$  و در نتیجه  $u(\rho)$  به دست می‌آید [۷].

$$\left[ \frac{J'_l(k_T a)}{k_T J_l(k_T a)} + \frac{K'_l(\gamma a)}{\gamma K_l(\gamma a)} \right] \left[ \frac{J'_l(k_T a)}{k_T J_l(k_T a)} + \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{K'_l(\gamma a)}{\gamma K_l(\gamma a)} \right] = \left( \frac{l \beta k_0 (n_1^2 - n_2^2)}{a n_1 k_T^2 \gamma^2} \right) \quad (19-1)$$

در معادله بالا پریم نشان‌دهنده مشتق است. معادله (۱۹-۱) از طریق عددی قابل حل است در حالت کلی به ازاء یک مقدار اندیس سمتی ۱ چندین جواب برای ثابت انتشار خواهیم داشت که این مقادیر را از یک به بعد شماره‌گذاری می‌کنیم و با  $m=1, 2, \dots$  نشان می‌دهیم پس جواب‌ها به صورت  $\beta_{lm}$  می‌شوند که هر  $\beta_{lm}$  نشان‌دهنده یک مد انتشار میدان اپتیکی می‌باشد. مدهای فیبر را به دو دسته  $EH_{lm}$  و  $HE_{lm}$  تقسیم می‌شود که به ترتیب  $E_z$  و  $H_z$  بزرگتر است.

کمیت  $\bar{n} = \beta/k_0$  یک کمیت مورد استفاده‌ای است که به آن ضریب شکست موثر یا ضریب شکست مد می‌گویند و مقدار آن در محدوده  $n_2 < \bar{n} < n_1$  قرار دارد. مقدار  $k_T$  و  $\gamma$  میزان تغییرات  $u(\rho)$  را در هسته و غلاف نشان می‌دهند، هرچه  $k_T$  بزرگتر باشد یعنی تابع توزیع شعاعی  $u(\rho)$  سریعتر نوسان می‌کند و هرچه  $\gamma$  بزرگتر باشد یعنی میدان شعاعی سریعتر واپاشیده می‌شود و کمتر به داخل غلاف نفوذ می‌کند. همان‌طوری که از معادله (۱۸-۱) دیده می‌شود مجموع مربع  $k_T$  و  $\gamma$  عددی ثابت است.

$$k_T^2 + \gamma^2 = (n_1^2 - n_2^2) k_0^2 = NA^2 k_0^2 \quad (20-1)$$

بنابراین اگر  $k_T$  افزایش یابد  $\gamma$  کاهش می‌یابد. طوریکه وقتی  $k_T$  بیشتر از  $NAk_0$  شود یا اگر  $\bar{n} < n_2$  شود،  $\gamma$  موهومی خواهد شد و موج به جای هسته در غلاف پیش‌روی می‌کند. و اگر  $\bar{n} = n_2$  باشد  $\gamma$  برابر صفر شده و می‌گوئیم مد در ناحیه قطع قرار دارد. یک پارامتر که نقش مهمی در تعیین شرایط قطع دارد فرکانس بهنجار شده یا پارامتر  $V$  است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V = a\sqrt{k_T^2 + \gamma^2} = ak_0NA = 2\pi \frac{a}{\lambda_0} NA \quad (21-1)$$

پارامتر  $V$  کمیت مهمی است که از روی آن تعداد مدهای فیبر معلوم می‌شود که به طور تقریبی برابر است با  $V^2/2$ .

### ۳-۱- فیبر تک مد

برای بررسی انتشار موج در داخل موجبرهای نوری می‌توان موج را، ترکیبی از مدهای مختلف در نظر گرفت که هر کدام دارای ثابت انتشار، سرعت گروه و قطبش خاص هستند. این روش را تحلیل مدی موجبر می‌گویند. فیبرهای نوری به لحاظ تعداد انتشار مدها به دو نوع تقسیم می‌شوند فیبرهای تک مد که فقط یک مد می‌تواند در آنها منتشر شود و فیبرهای چند مد که بیش از یک مد می‌تواند در آنها منتشر شود. تنها مدی که در یک فیبر تک مد منتشر می‌شود  $HE_{11}$  می‌باشد که به عنوان مد اصلی فیبر شناخته می‌شود این فیبرها طوری طراحی می‌شوند که مدهای مرتبه بالاتر در ناحیه قطع قرار می‌گیرد. در یک فیبر نوری حداقل یک مد وجود دارد که در فیبر منتشر می‌شود و نمی‌توان آن را به ناحیه قطع برد.

چون مد اصلی فیبر تک مد  $HE_{11}$  یا  $TE_{01}$  و  $TM_{01}$  می‌باشد،  $l$  را در معادله ویژه مقداری (۱۹-۱) صفر می‌گذاریم:

$$k_T J_0(k_T a) K_0'(\gamma a) - \gamma J_0'(k_T a) K_0(\gamma a) = 0 \quad (22-1)$$

$$k_T n_2^2 J_0(k_T a) K_0'(\gamma a) - m_1^2 J_0'(k_T a) K_0(\gamma a) = 0 \quad (23-1)$$

روابط بالا به ما می‌گویند که برای تک مد بودن، باید  $\gamma = 0$  و  $J_0(k_T a) = J_0(V) = 0$  باشد به عبارت دیگر اگر  $V < V_c$  باشد فقط یک مد در فیبر منتشر می‌شود و مابقی در ناحیه قطع قرار می‌گیرد که  $V_c$  کوچکترین جواب  $J_0(V_c) = 0$  یا  $V_c \approx 2.405$  است. پس برای اینکه یک فیبر تک مد داشته باشیم باید