



پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک گرایش اپتیک و لیزر

شفافیت القایی الکترومغناطیسی در ماتریال ها

به وسیله
نرگس نیاکان

استاد راهنما
دکتر عبدالناصر ذاکری

اسفند ۱۳۹۰

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

به نام خدا

اظهارنامه

اینجانب نرگس نیاکان دانشجوی رشته فیزیک گرایش اپتیک و لیزر دانشکده علوم اظهار می‌کنم که این پایان‌نامه حاصل پژوهش خودم بوده و در جاهایی که از منابع دیگران استفاده کرده‌ام، نشانی دقیق و مشخصات کامل آن را نوشته‌ام. همچنین اظهار می‌کنم که تحقیق و موضوع پایان‌نامه ام تکراری نیست و تعهد می‌نمایم که بدون مجوز دانشگاه دستاوردهای آن را منتشر ننموده و یا در اختیار غیر قرار ندهم. کلیه حقوق این اثر مطابق با آیین‌نامه مالکیت فکری و معنوی متعلق به دانشگاه شیراز است.

نام و نام خانوادگی: نرگس نیاکان

تاریخ و امضا: ۹۰/۱۲/۲۱

به نام خدا

شفافیت القای الکترومغناطیسی در متامتریال ها

به وسیله

نرگس نیاکان

پایان نامه

ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه به عنوان بخشی از فعالیت های تحصیلی لازم برای اخذ
درجه کارشناسی ارشد

در رشته ی

فیزیک اپتیک و لیزر

از دانشگاه شیراز

شیراز

جمهوری اسلامی ایران

ارزیابی شده بوسیله کمیته پایان نامه با درجه: **عالی**

..... دکتر عبدالناصر ذاکری ، استاد بخش فیزیک (رئیس کمیته)

..... دکتر محمد مهدی گلشن ، دانشیار بخش فیزیک

..... دکتر حمید نادگران ، دانشیار بخش فیزیک

..... دکتر محمود حسینی فرزاد، استادیار بخش فیزیک

اسفند ماه ۱۳۹۰

چکیده

شفافیت القایی الکترومغناطیسی در متامتریال ها

بوسیله

نرگس نیاکان

شفافیت القایی الکترومغناطیسی (EIT)^۱ که یک پدیده کوانتومی است بر اثر تداخل همدوس نور دو لیزر مختلف هنگام عبور از یک محیط اتمی روی می دهد و منجر به حذف جذب و ایجاد شفافیت در محیط می شود و یکی از اثرات مهم آن کاهش سرعت گروه می باشد. اخیراً پدیده هایی مشابه EIT در ساختارهای متامتریال توجه زیادی را به خود جلب کرده است. در این رساله ما ساختار متامتریالی را ارائه داده ایم که در ناحیه مایکرو ویو پدیده EIT از خود نشان می دهد. این مدل نسبت به نمونه های مشابه در این بازه فرکانسی دارای ویژگیهای ممتازی از جمله Q -فاکتور بزرگ و کاهش زیاد سرعت گروه می باشد. در واقع ما توانسته ایم بوسیله تکنیکی مشابه EIT رزونانسی با Q -فاکتور حدود ۵۴ که برای ساختارهای متامتریال در محدوده فرکانسی گیگا هرتز رقم قابل ملاحظه ای است ایجاد کنیم، که این رقم با کاهش دما تا ۱۰۰ کلوین، حدود ۲۶ درصد افزایش و به مقدار ۶۸ رسیده است. پیامد این امر کاهش زیاد سرعت گروه و ایجاد نور کند است و سرعت گروه در این ساختار با فاکتور ۷۰۰ (در مقایسه با سرعت موج در خلا) کاهش می یابد که در دمای ۱۰۰ کلوین این مقدار به حدود ۱۱۰۰ میرسد.

^۱Electromagnetically Induced Transparency

فهرست مطالب

۱	فصل اول: مقدمه	۱
۴	فصل دوم: شفافیت القایی الکترومغناطیسی	۴
۵	۱-۲ برهم کنش نور-اتم در سیستم دو ترازی	۵
۱۰	۲-۲ پارامترهای اپتیکی سیستم دو ترازی	۱۰
۱۱	۳-۲ القای شفافیت الکترومغناطیسی در یک سیستم سه ترازی	۱۱
۱۵	۴-۲ مشابه مکانیکی EIT	۱۵
۱۹	فصل سوم: متامترال	۱۹
۲۰	۱-۳ دسته بندی مواد	۲۰
۲۱	۲-۳ متامتریال چیست؟	۲۱
۲۳	۳-۳ زمینه نظری	۲۳
۲۳	۱-۳-۳ بسط پتانسیل بر حسب چند قطبی های الکتریکی	۲۳
۲۵	۲-۳-۳ برهم کنش دو قطبی-دو قطبی	۲۵
۲۷	۳-۳-۳ تابش دو قطبی الکتریکی	۲۷
۲۹	۴-۳ هیبریداسیون	۲۹
۳۱	۵-۳ فرمولاسیون لاگرانژی	۳۱
۳۴	۶-۳ شبه اتم و شبه مولکول	۳۴
۳۴	۱-۶-۳ شبه اتم	۳۴
۳۵	۲-۶-۳ شبه مولکول	۳۵

۳۹	فصل چهارم: شبیه سازی و آنالیز
۴۰	۱-۴ مقدمه
۴۰	۲-۴ روش بازیابی
۴۳	۳-۴ روش عددی المان جزئی
۴۷	۴-۴ مقایسه روش المان های جزئی با روش تفاضل جزئی
۴۹	۵-۴ روند کلی در روش تجزیه و تحلیل المان های جزئی
۴۹	۴-۵-۱ مرحله پیش پردازش
۵۰	۴-۵-۲ مرحله پردازش و حل مساله
۵۰	۴-۵-۳ مرحله پس از پردازش
	فصل پنجم: شفافیت القایی الکترومغناطیسی در ماتریال ها و ایجاد نور
۵۱	کند
۵۲	۱-۵ مقدمه
۵۴	۲-۵ ساختار ماتریال پیشنهادی برای پدیده EIT
۵۵	۵-۲-۱ نوارهای فلزی متقارن
۵۶	۵-۲-۲ نوارهای فلزی نامتقارن و برانگیخته شدن مد پاد متقارن
۵۸	۵-۳ بررسی اثر پارامترهای هندسی ساختار بر پدیده EIT
۵۸	۵-۳-۱ بررسی اثر تغییر پهنای نوارها
۵۹	۵-۳-۲ بررسی اثر فاصله نوارها از هم
۶۰	۵-۳-۳ بررسی اثر اختلاف طول دو نوار فلزی
۶۱	۵-۴ بررسی اثر دما بر پاسخ EIT ساختار
۶۲	۵-۵ سرعت گروه
۶۵	۵-۶ نور کند
۶۸	فصل ششم: نتیجه گیری و پیشنهادات

لیست تصویرها

- ۱-۲ الگویی ساده يك سیستم دوترازی ۵
- ۲-۲ دامنه احتمال تراز ۱ و ۲ بر حسب زمان ۸
- ۳-۲ نوسانات رابی حالت برانگیخته، با افزایش γ/Ω_R می توان به حالت پایدار دست یافت. ۹
- ۴-۲ نمودار قسمت حقیقی و موهومی پذیرفتاری الکتریکی بر حسب $\frac{\delta}{\gamma}$ ، قسمت حقیقی متناظر با ضریب شکست و قسمت موهومی متناظر با میزان جذب است. ۱۱
- ۵-۲ الگویی از یک سیستم سه تراز که پدیده *EIT* در آن رخ می دهد. ۱۲
- ۶-۲ نمودار قسمت حقیقی و موهومی پذیرفتاری الکتریکی بر حسب $\frac{\Delta_p}{\gamma}$ ، قسمت حقیقی متناظر با ضریب شکست و قسمت موهومی متناظر با ضریب جذب است. ۱۴
- ۷-۲ نوسانگرهای هماهنگ کوپل شده. ۱۵
- ۸-۲ توان جذب شده توسط واحد جرم m_1 بر حسب فرکانس نیروی اعمالی در دو حالت مختلف کوپل شدگی و عدم کوپل شدگی دو جرم m_1 و m_2 ۱۷
- ۹-۲ توان جذب شده توسط واحد جرم m_1 بر حسب فرکانس نیروی اعمالی برای دو مقدار مختلف Ω_r ۱۷
- ۱۰-۲ توان جذب شده توسط واحد جرم m_1 بر حسب فرکانس نیروی اعمالی برای دو مقدار مختلف $\frac{\gamma_2}{\gamma_1}$ ۱۸
- ۱-۳ دسته بندی مواد بر اساس مقدار تراوایی مغناطیسی و گذردهی الکتریکی ۲۱

- ۲-۳ متامتریال های با ضریب شکست منفي: (a) اولین متامتریال با گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی منفي به طور همزمان. (b) متامتریالی که برای اولین بار برای نشان دادن شکست منفي نور استفاده شده است. . . ۲۳
- ۳-۳ بسط چند قطبی پتانسیل. ۲۴
- ۴-۳ برهم کنش دو قطبی-دو قطبی. ۲۵
- ۵-۳ الگوی برهمکنش طولی و عرضی دو دو قطبی الکتریکی که در مجاورت هم قرار دارند. ۲۶
- ۶-۳ طرحی از هیبریداسیون پلاسمونی برای دو سیم فلزی کوپل شده: (A) برهم کنش عرضی. (B) برهم کنش طولی. ۳۰
- ۷-۳ مدل مداری برای حلقه شکافدار. ۳۱
- ۸-۳ دو حلقه شکافدار در مجاورت یکدیگر شبیه دو مدار RLC کوپل شده عمل می کنند. ۳۲
- ۹-۳ نمودار شدت میدان مغناطیسی بر حسب فرکانس برای دو حلقه (قرمز) و یک حلقه (سیاه). ۳۳
- ۱۰-۳ هر سلول واحد متامتریال در پاسخ به موج تابشی مشابه يك اتم عمل می کند. ۳۴
- ۱۱-۳ (a) نمودار ضریب انعکاس و عبور، (b) توزیع میدان الکتریکی در فرکانس تشدیدي، بارهاي مثبت (قرمز) و منفي (آبی) در دو انتهای سیم ایجاد می شوند که معادل با برانگیخته شدن يك ممان دو قطبي الکتریکی می باشد. ۳۵
- ۱۲-۳ (a) نمودار ضریب انعکاس و عبور، (b) توزیع میدان الکتریکی در فرکانس تشدیدي، بارهاي مثبت (قرمز) و منفي (آبی) معادل با برانگیخته شدن يك ممان دو قطبي الکتریکی می باشد و جریان چرخشی يك ممان دو قطبي مغناطیسی ایجاد میکنند. ۳۶

- ۳-۱۳ سلول واحد متامتریال و قطبش نور فرودی (سمت راست). (a) طیف عبور و بازتاب، (b) دو قطبی های الکتریکی و مغناطیسی تشکیل شده در فرکانس رزونانس ساختار. ۳۷
- ۳-۱۴ سلول واحد متامتریال و قطبش نور فرودی (سمت راست). (a) طیف عبور و بازتاب، (b) دو قطبی های الکتریکی و مغناطیسی تشکیل شده در فرکانس رزونانس ساختار. ۳۷
- ۳-۱۵ سلول واحد متامتریال و قطبش نور فرودی (سمت راست). (a) طیف عبور و بازتاب، (b) دو قطبی های مغناطیسی تشکیل شده در فرکانس رزونانس ساختار. ۳۸
- ۴-۱ نمایش مولفه های ماتریس پراکندگی در تابش نور به یک تیغه تخت همگن. ۴۱
- ۴-۲ نمایش مولفه های ماتریس پراکندگی در تابش نور به یک تیغه تخت همگن. ۴۲
- ۴-۳ (a) یک ناحیه با مرز مشخص که تابع دو بعدی $\phi(x, y)$ در آن محاسبه می شود. (b) یک المان جزیی مثلثی با سه گره خارجی. (c) چند المان جزیی که بخشی از مش بندی را نشان می دهد. ۴۴
- ۴-۴ مقایسه شکل a و b نشان می دهد که با کوچک کردن مش بندی بخش بیشتری از ناحیه در مدل سازی وارد می شود. ۴۶
- ۴-۵ مقایسه حل دقیق و عددی معادله (۳ - ۱۰) با فرض $f_0 = A = 1$ ۴۸
- ۵-۱ یک سلول واحد متامتریال شامل المان های تاریک و روشن. المان تاریک فقط می تواند از طریق میدان های المان روشن برانگیخته شود. در یک طول موج خاص فقط المان تاریک برانگیخته می شود و در این طول موج در طیف عبوری المان روشن شاهد ضریب عبور بالایی هستیم، مشابه آنچه در EIT مشاهده می شود. ۵۳

- ۲-۵ وقتی طول دو کمان با هم برابر است جریان های ایجاد شده در آنها متقارن و در نتیجه تداخل میدان های ساطع شده از دو کمان سازنده و باعث افزایش پراکندگی می شود (شکل سمت چپ). وقتی طول دو کمان با هم برابر نیست جریان های ایجاد شده در آنها پاد متقارن و در نتیجه تداخل میدان های ساطع شده از دو کمان ویرانگر و باعث کاهش پراکندگی می شود (شکل سمت راست).
- ۵۴
- ۳-۵ سلول واحد متامتریال $l_1 = 7mm$ ، $d = 0.5mm$ ، $w = 0.5mm$
- ۵۵ $p_x = 7mm$ و $p_y = 9.5mm$
- ۴-۵ طیف عبوری و بازتابی در حالت متقارن $l_2 = l_1 = 7mm$
- ۵۶
- ۵-۵ مقایسه طیف عبوری در دو حالت متقارن $\delta = 0$ و نامتقارن $\delta = 1mm$
- ۵۷
- ۶-۵ توزیع جریان در: (a) نوارهای متقارن و (b) نوارهای نامتقارن در فرکانس رزونانس EIT و همچنین در دو رزونانس قبل (c) و بعد (d) از رزونانس EIT.
- ۵۸
- ۷-۵ طیف ساختار را برای دو مقدار مختلف پهنای نوارها.
- ۵۹
- ۸-۵ طیف عبوری ساختار برای دو مقدار مختلف فاصله نوارها.
- ۵۹
- ۹-۵ طیف ساختار برای دو مقدار مختلف اختلاف طول دو نوار فلزی (δ).
- ۶۰
- ۱۰-۵ طیف عبوری ساختار در سه دمای مختلف $100K$ ، $200K$ ، $300K$ ، $T =$
- ۶۱ برای (a)، $\delta = 1mm$ و (b)، $\delta = 0.5mm$
- ۱۱-۵ برهم نهی دو موج با فرکانس های ω_1 و ω_2 که یک گروه موج تشکیل می دهند.
- ۶۳
- ۱۲-۵ دسته بندی محیط های مختلف بر اساس مقدار سرعت گروه.
- ۶۵
- ۱۳-۵ مقایسه ضریب گروه در دو حالت $\delta = 1mm$ و $\delta = 0.5mm$
- ۶۶
- ۱۴-۵ مقایسه ضریب گروه در دو دمای 100 و 300 کلوین.
- ۶۷

فصل ۱

مقدمه

امروزه تلاش دانشمندان در شاخه اپتیک ایجاد پدیده هایی است مشابه آنچه در فیزیک حالت جامد و مکانیک کوانتومی اتفاق می افتد. زیرا بسیاری از اثراتی که در سیستم های اتمی و حالت جامد به سختی در آزمایشگاه ایجاد می شوند در یک سیستم اپتیکی به سادگی قابل آشکار سازی اند. القای شفافیت الکترو مغناطیسی که یک پدیده کوانتومی است بر اثر تداخل همدوس نور دو لیزر مختلف هنگام عبور از یک محیط اتمی روی می دهد و منجر به حذف جذب و ایجاد شفافیت در محیط می شود و یکی از اثرات مهم آن کاهش سرعت گروه می باشد. اخیرا پدیده هایی مشابه EIT در ساختارهای متامتریال توجه زیادی را به خود جلب کرده اند. متامتریال ها ساختارهای مصنوعی هستند که ویژگی های اپتیکی بی نظیری که بسیاری از آنها در مواد طبیعی یافت نمی شوند، از خود نشان می دهند. از زمان ساخت اولین متامتریال (۲۰۰۰) تا کنون وسایل بی نظیری همچون سوپرلنزها، پوشش های الکترو مغناطیسی، سنسورها و غیره بر پایه متامتریال ها ساخته شده اند. علت توجه زیاد به پدیده EIT در متامتریال ها این است که در ساختارهای متامتریال کنترل این پدیده به سادگی با تغییر هندسه سیستم و تغییر قطبش نور امکان پذیر است، همچنین نیازی به استفاده از دو لیزر مختلف نیست. علاوه بر این شرایط آزمایشگاهی برای مشاهده این اثر در مدل های کلاسیکی بسیار ساده تر از مدل اتمی است. در این رساله ما ساختار متامتریالی را ارائه داده ایم که در ناحیه مایکرو ویو پدیده EIT از خود نشان می دهد. همچنین تاثیر پارامترهای هندسی ساختار و دما بر پدیده EIT بررسی شده است. این مدل نسبت به نمونه های مشابه در این بازه فرکانسی دارای ویژگیهای ممتازی از جمله Q -فاکتور بزرگ و کاهش زیاد سرعت گروه می باشد.

برای درک پدیده EIT ابتدا در فصل دوم به بررسی و مطالعه این پدیده در مکانیک کوانتومی می پردازیم. در این فصل ابتدا برهم کنش نور-اتم در یک سیستم دو ترازوی و سپس شفافیت القایی الکترو مغناطیسی در یک سیستم سه ترازوی بررسی می شود و در پایان

فصل نیز یک مدل ساده کلاسیکی شامل نوسانگرهای هماهنگ ساده جفت شده برای درک بیشتر پدیده EIT معرفی می شود. فصل سوم شامل معرفی ماتریال ها و بیان تاریخچه و فیزیک این مواد، همچنین معرفی مدل مداری و تئوری هیبریداسیون می باشد. در فصل چهارم روش شبیه سازی استفاده شده در این پروژه معرفی می شود و در فصل پنجم ساختار ارایه شده و نتایج حاصل آورده شده است. در فصل آخر ویژگی های ممتاز این ساختار و نقاط برجسته آن آورده شده است.

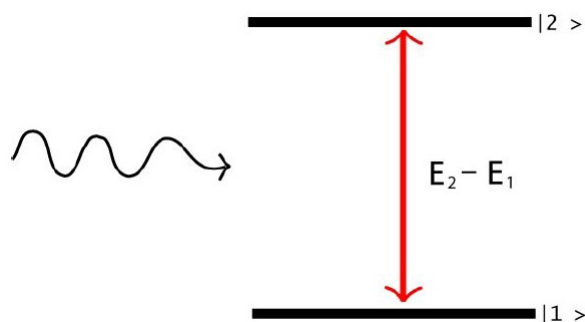
فصل ۲

شفافیت القایی الکترومغناطیسی

شفافیت القایی الکترومغناطیسی (EIT) یک پدیده کوانتوم مکانیکی است و همان طور که از نام آن بر می آید به معنی ایجاد شفافیت و حذف جذب در یک محیط کدر است. یعنی محیطی که برای یک نور تابشی کدر بوده است در شرایط خاص می تواند تبدیل به یک محیط شفاف شود. این پدیده که برای اولین بار در سال ۱۹۸۹ [۱] توسط هریس در یک سیستم اتمی سه ترازی به صورت عملی در آزمایشگاه انجام شد، اثرات جالبی هم چون کاهش سرعت گروه را به دنبال دارد [۲]. برای درک بهتر پدیده EIT در یک سیستم سه ترازی ابتدا به برهم کنش نور با اتم در یک سیستم دو ترازی می پردازیم [۳].

۱-۲ برهم کنش نور-اتم در سیستم دو ترازی

الگویی از یک سیستم دو ترازی در شکل ۱-۲ نشان داده شده است. از دیدگاه کلاسیکی نور تابشی به اتم، یک دو قطبی الکتریکی در آن القا می کند که این دو قطبی القایی مجددا انرژی جذب شده را تابش می کند، اما حل کوانتوم مکانیکی این سیستم با نوشتن معادله شرودینگر آغاز می شود.



شکل ۱-۲: الگویی ساده یک سیستم دو ترازی

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = \hat{H} \Psi(\vec{r}, t) \quad (1-2)$$

\hbar ثابت پلانگ، ψ تابع موج سیستم و \hat{H} هامیلتونی سیستم است که می توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int} \quad (2-2)$$

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\vec{r}}^2 + eV(\vec{r}) \quad (3-2)$$

\hat{H}_0 هامیلتونی اتم، \hat{H}_{int} هامیلتونی برهم کنش نور با اتم، m جرم الکترون و $V(\vec{r})$ پتانسیل کولنی است. در یک رهیافت نیمه کلاسیکی می توان هامیلتونی برهم کنش میدان الکترو مغناطیسی موج تابشی و اتم را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$H_{int} = e\vec{r} \cdot \vec{\epsilon}_0 \cos \omega t$$

$\vec{\epsilon}_0$ دامنه میدان الکتریکی موج و \vec{r} بردار مکان الکترون نسبت به هسته است. در مکانیک کوانتومی این رابطه به صورت زیر نوشته می شود:

$$\hat{v}(t) = -\frac{|\epsilon_0| \mu_{ij}}{2} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$$

μ_{ij} ها مولفه های عملگر دو قطبی الکتریکی هستند. با فرض اینکه قطبش نور تخت و در راستای محور x باشد مولفه های این عملگر به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mu_{ij} = -e \langle i|x|j \rangle$$

تابع موج را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_i c_i(t) \psi_i(\hat{r}) \exp\left(-\frac{iE_i t}{\hbar}\right) \quad (4-2)$$

$c_i(t)$ دامنه احتمال و E_i انرژی i امین حالت است که از حل معادله ویژه مقدری زیر به دست می آید.

$$\hat{H}_0 \Psi(\vec{r}) = E_i \Psi_i(\vec{r}) \quad (5-2)$$

پس از جایگذاری در معادله شرودینگر برای دامنه های احتمال c_1 و c_2 دو معادله دیفرانسیل درجه یک به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{c}_1(t) &= \frac{i}{\hbar} \Omega_R e^{i\delta t} c_2(t) \\ \dot{c}_2(t) &= \frac{i}{\hbar} \Omega_R e^{-i\delta t} c_1(t) \end{aligned} \quad (6-2)$$

$\delta = (\omega - \omega_0)$ اختلاف فرکانس موج تابشی و فرکانس گذار بین دو تراز و $\Omega_R = \frac{\mu_{ij} \mathcal{E}_0}{\hbar}$ که فرکانس رابی نامیده می شود، معیاری از میزان برهم کنش موج تابشی با اتم است. پس از یک بار مشتق گیری از روابط بالا خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \ddot{c}_1(t) - i\delta \dot{c}_1(t) + \left(\frac{\Omega_R^2}{\hbar^2}\right) c_1(t) &= 0 \\ \ddot{c}_2(t) + i\delta \dot{c}_2(t) + \left(\frac{\Omega_R^2}{\hbar^2}\right) c_2(t) &= 0 \end{aligned} \quad (7-2)$$

با فرض اینکه فرکانس موج تابشی دقیقاً برابر با فرکانس گذار باشد ($\delta = 0$) خواهیم داشت :

$$\begin{aligned} \ddot{c}_1(t) + \left(\frac{\Omega_R^2}{\hbar^2}\right) c_1(t) &= 0 \\ \ddot{c}_2(t) + \left(\frac{\Omega_R^2}{\hbar^2}\right) c_2(t) &= 0 \end{aligned} \quad (8-2)$$

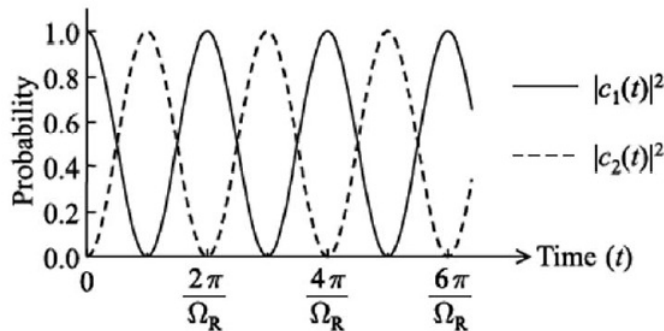
این دو معادله در واقع معادلات شناخته شده نوسان گر هارمونیک هستند که به سادگی با اعمال شرایط اولیه قابل حل می باشند. با این فرض که در ابتدا همه اتم ها در حالت پایه اند، جواب معادلات به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} c_1(t) &= \cos\left(\frac{\Omega_R}{\hbar} t\right) \\ c_2(t) &= i \sin\left(\frac{\Omega_R}{\hbar} t\right) \end{aligned} \quad (9-2)$$

بنابراین چگالی های احتمال به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} |c_1(t)|^2 &= \cos^2\left(\frac{\Omega_R}{2}t\right) \\ |c_2(t)|^2 &= \sin^2\left(\frac{\Omega_R}{2}t\right) \end{aligned} \quad (10-2)$$

نمودار چگالی احتمال در شکل ۲-۲ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود



شکل ۲-۲: دامنه احتمال تراز ۱ و ۲ بر حسب زمان

سیستم بین دو حالت ۱ و ۲ به صورت دوره ای نوسان می کند. این نوسانات دوره ای بین دو تراز انرژی نوسانات رابی نامیده می شود. در حالت کلی حل معادلات (۱-۷) به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} |c_1(t)|^2 &= \frac{\Omega_R^2}{\Omega^2} \cos^2\left(\frac{\Omega}{2}t\right) \\ |c_2(t)|^2 &= \frac{\Omega_R^2}{\Omega^2} \sin^2\left(\frac{\Omega}{2}t\right) \end{aligned} \quad (11-2)$$

$$\Omega^2 = \Omega_R^2 + \delta^2 \quad (12-2)$$

Ω فرکانس رابی تغییر یافته نامیده می شود و همانطور که روابط بالا نشان می دهد با افزایش δ فرکانس نوسانات رابی افزایش و چگالی های احتمال کاهش می یابد. در یک سیستم واقعی فرایندهای دیگری همچون نشر خود به خودی و گذارهای غیر تابشی را هم باید اضافه کنیم