

باسمه تعالی



دانشکده عمران

گروه سازه

پایان نامه

برای دریافت درجه دکتری در رشته سازه

عنوان

گسترش کاربرد فرم‌های کانونیکال و ضرب گراف‌ها در حل مسائل ویژه‌ی منظم و تکراری مکانیک سازه‌ها

اساتید راهنما

پروفسور علی کاوه

دکتر ناصر تقی‌زادیه

استاد مشاور

دکتر کامبیز کوهستانی

پژوهشگر

مهدی نوری

صلى الله عليه وسلم

نام خانوادگی: نوری	نام: مهدی
عنوان پایان‌نامه: گسترش کاربرد فرم‌های کانونیکال و ضرب گراف‌ها در حل مسائل ویژه‌ی و منظم و تکراری مکانیک سازه‌ها	
اساتید راهنما: پروفسور علی کاوه، استاد دانشگاه علم و صنعت ایران دکتر ناصر تقی‌زادیه، استادیار دانشگاه تبریز استاد مشاور: دکتر کامبیز کوهستانی، استادیار دانشگاه تبریز	
مقطع تحصیلی: دکتری تخصصی	رشته: عمران
گرایش: سازه	دانشگاه: تبریز
دانشکده: مهندسی عمران	تعداد صفحه: ۱۳۶
کلید واژه‌ها: ضرب گراف‌ها، تاشه‌پردازی، فرم‌های کانونیکال، سازه‌های منظم و تکراری، حل ویژه‌ی مسائل بزرگ مقیاس.	
<p>چکیده:</p> <p>پایان‌نامه‌ی حاضر به گسترش کاربرد فرم‌های کانونیکال و ضرب گراف‌ها در حل مسائل ویژه‌ی منظم و تکراری مکانیک سازه‌ها می‌پردازد. در این راستا مطالب آن در دو بخش ارائه می‌شود. در بخش نخست به توسعه‌ی ضرب گراف‌ها، به ضرب گراف‌های وزندار برای تاشه‌پردازی سازه‌ها و در بخش دوم به حل مسائل مقدار ویژه‌ی ماتریس‌های سه قطری بلوکی بزرگ مقیاس برای محاسبه‌ی مقادیر و بردارهای ویژه‌ی ماتریس‌های مجاورت، لاپلاسیان، سختی و جرم سازه‌های منظم و متقارن، پرداخته شده است.</p> <p>ضرب گراف‌ها به ضرب گراف‌های وزندار تعمیم داده شده و دامنه کاربرد آن برای تولید اتوماتیک تاشه‌ی انواع مختلفی از مدل‌های سازه‌ای، تعمیم داده شده است. سیکل‌ها و مسیرهای وزندار به فرم جبری و ریاضی بیان شده‌اند. بیان فرم جبری و ریاضی سیکل‌ها و مسیرهای وزندار به عنوان مولد ضرب، باعث شده است تا اطلاعات توپولوژیک و تاشه یک سازه توسط یک عبارت ریاضی و جبری ساده بیان شود. استفاده از ضرب‌های گسترش یافته منجر به تولید طیف وسیعی از سازه‌های مهندسی به وسیله‌ی ضرب گراف‌ها گردیده است. تعریف ضرب‌های تعمیم یافته، تبدیلات مربوط به محورهای مختصات، جابجایی گرهی، افزودن شرایط هندسی به شرایط هر یک از ضرب‌ها، استفاده از عملگر اجتماع گراف‌ها و همچنین محورهای مختصات تعمیم یافته باعث شده است تا</p>	

دامنه‌ی کاربرد ضرب گراف‌ها برای تاشه‌پردازی سازه‌های فضاکار به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یابد. با توجه به بیان جبری مدل یک سازه توسط حاصل ضرب دو مولد وزندار حافظه‌ی لازم برای ذخیره‌سازی اطلاعات یک سازه به طور محسوسی کاهش یافته است لذا برای بیان تمامی اطلاعات مربوط به یک سازه تنها ذخیره‌ی اطلاعات مولدهای آن کافی می‌باشد.

حل مسائل مربوط به مقادیر ویژه‌ی ماتریس‌های مجاورت، لاپلاسیان، سختی و جرم سازه‌های منظم و متقارن بزرگ مقیاس مورد توجه قرار گرفت. ماتریس‌های سه قطری بلوکی حاصل از این سیستم‌ها به زیر ماتریس‌هایی برای محاسبه‌ی سریع مقادیر ویژه‌ی آن تجزیه گردید. با توجه به اینکه محاسبه‌ی مقادیر ویژه‌ی یک ماتریس مستلزم محاسبه‌ی ریشه‌های معادله‌ی مشخصه‌ی آن می‌باشد بنابراین با تجزیه‌ی ماتریس‌های مذکور به زیر ماتریس‌های کوچکتر، زمان و هزینه‌ی محاسباتی برای سازه‌های بزرگ مقیاس کاهش، قابل توجهی یافته است.

روشی برای تعیین مقادیر ویژه حدافل و حداکثر ماتریس‌های مورد بحث و اینکه در کدام یک از بلوک‌های تجزیه شده قرار دارند، ارایه گردید که نتیجه‌ی آن افزایش سرعت در تعیین m مقدار ویژه حدافل و حداکثر این نوع ماتریس‌ها می‌باشد. مقدار خطای حاصل از تجزیه‌ی ماتریس‌های سه قطری بلوکی مورد توجه قرار گرفت و روابطی برای محاسبه‌ی تقریب حاصل ارائه گردید رابطه‌ی مذکور بیانگر این است که با افزایش ابعاد ماتریس‌ها مقدار خطای حاصل از این تقریب به سمت صفر میل می‌کند.

فهرست مطالب

فصل اول: پایه‌های نظری و پیشینه‌ی تحقیق

۲ ۱-۱- مقدمه
۴ ۲-۱- تاشه‌پردازی سازه‌ها
۶ ۳-۱- سازه‌های با تقارن سیکلی
۱۰ ۴-۱- سازه‌های تکراری
۱۳ ۵-۱- ضرب گراف‌ها
۱۳ ۱-۵-۱- ضرب کارتزین دو گراف
۱۵ ۲-۵-۱- ضرب کارتزین قوی دو گراف
۱۶ ۳-۵-۱- ضرب مستقیم دو گراف
 ۶-۱- فرم‌های کانونیکال
۱۸ ۱-۶-۱- فرم کانونیکال نوع اول
۱۸ ۲-۶-۱- فرم کانونیکال نوع دوم
۱۹ ۳-۶-۱- فرم کانونیکال نوع سوم

فصل دوم: مواد و روش‌ها

۲۲ ۱-۲- مقدمه
۲۳ ۲-۲- توسعه‌ی گراف‌های وزندار
۲۳ ۱-۲-۲- مقدمه
۲۴ ۲-۲-۲- گراف وزندار
۲۵ ۳-۲-۲- فرمول‌بندی جبری مسیرها و سیکل‌ها
۲۵ ۱-۳-۲-۲- مسیر وزندار
۲۵ ۲-۳-۲-۲- سیکل وزندار
۲۶ ۴-۲-۲- بردارهای واحد و صفر
۲۶ ۱-۴-۲-۲- بردار واحد

۲۷ بردار صفر -۲-۴-۲-۲
۲۷ توسعه‌ی بردارهای واحد و صفر -۳-۴-۲-۲
۳۰ گسترش ضرب‌های کلاسیک گراف‌ها برای استفاده‌ی موثر در مکانیک سازه‌ها ... -۵-۲-۲
۳۱ فرمول‌بندی ضرب کارتیزین گراف‌های وزن‌دار -۱-۵-۲-۲
۳۲ فرمول‌بندی ضرب کارتیزین قوی گراف‌های وزن‌دار -۲-۵-۲-۲
۳۴ فرمول‌بندی ضرب مستقیم گراف‌های وزن‌دار -۳-۵-۲-۲
۳۵ تبدیلات هندسی و عملگرهای گراف برای تاشه‌پردازی مدل‌های سازه‌ای -۶-۲-۲
۳۵ تبدیل محور مختصات کارتیزین به محور مختصات کارتیزین مایل -۱-۶-۲-۲
۳۶ شرایط مختصاتی و هندسی -۲-۶-۲-۲
۳۷ جابجایی مناسب گرهی -۳-۶-۲-۲
۳۷ عملگر اجتماع گراف‌ها -۴-۶-۲-۲
۳۸ عمل اجتماع ضرب گراف‌های وزن‌دار -۵-۶-۲-۲
۳۹ توسعه‌ی ضرب گراف‌ها -۷-۲-۲
۴۱ تعریف یک ضرب واحد برای ضرب گراف‌ها -۸-۲-۲
۴۲ فرمول‌بندی سازه‌های دو لایه‌ی فضایی -۹-۲-۲
۴۲ اجتماع ضرب گراف‌ها -۱-۹-۲-۲
۴۳ استفاده‌ی موثر از ضرب کارتیزین قوی گراف‌ها -۲-۹-۲-۲
۴۴ مثال -۱۰-۲-۲
	۳-۲ ماتریس‌های مجاورت و لاپلاسیان سازه‌های تکراری بزرگ مقیاس
۴۸ مقدمه -۱-۳-۲
۴۹ ماتریس‌های سه قطری بلوکی و ارتباط آن با مسائل مربوط به مکانیک سازه‌ها -۲-۳-۲
۵۰ تفسیر یک ماتریس سه قطری بلوکی به عنوان یک سیستم تکراری -۳-۳-۲
۵۲ تبدیل و معکوس تبدیل فوری -۴-۳-۲
۵۳ مقادیر ویژه‌ی ماتریس‌های سه قطری بلوکی بزرگ مقیاس در حالت استاندارد -۵-۳-۲
۵۵ ماتریس‌های مجاورت و لاپلاسیان سیستم‌های تکراری بزرگ -۶-۳-۲
۵۷ مثال‌های عددی -۷-۳-۲
۵۷ مثال ۱ -۱-۷-۳-۲

۶۱ مثال ۲ - ۲-۷-۳-۲
۶۳ مثال ۳ - ۳-۷-۳-۲
۶۸ ارتعاش آزاد سازه‌های تکراری بزرگ مقیاس
۶۸	۱-۴-۲ - مقادیر ویژه ماتریس‌های سه قطری بلوکی بزرگ مقیاس در حالت تعمیم یافته
۷۱ ۲-۴-۲ - ارتعاش آزاد سازه‌های فضایی تکراری بزرگ مقیاس
۷۲ ۳-۴-۲ - مثال‌های عددی
۷۲ ۱-۳-۴-۲ - مثال ۱
۷۵ ۲-۳-۴-۲ - مثال ۲
۷۸ ۳-۳-۴-۲ - مثال ۳
۸۱ فصل سوم: نتایج و بحث
۹۷ فصل چهارم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۱۰۱ پیوست‌ها
۱۱۸ مراجع

فهرست اشکال

فصل اول

- ۱۳ شکل (۱-۱) ضرب کارتزین دو گراف ساده
- ۱۴ شکل (۲-۱) ضرب کارتزین C_7 و P_5
- ۱۴ شکل (۳-۱) ضرب کارتزین C_8 و C_{20} همراه الگوی ماتریس مجاورت آن
- ۱۵ شکل (۴-۱) مثال‌های دیگر از ضرب کارتزین دو گراف
- ۱۵ شکل (۵-۱) ضرب کارتزین قوی دو گراف ساده
- ۱۶ شکل (۶-۱) ضرب کارتزین دو گراف P_7 و P_5
- ۱۶ شکل (۷-۱) نمودار حاصل ضرب کارتزین قوی C_8 و C_{20}
- ۱۷ شکل (۸-۱) ضرب مستقیم دو گراف ساده
- ۱۷ شکل (۹-۱) ضرب مستقیم دو گراف ساده P_7 و P_5
- ۱۷ شکل (۱۰-۱) نمودار حاصل ضرب مستقیم C_8 و C_{20}

فصل دوم

- ۲۴ شکل (۱-۲) گراف وزندار و ساده
- ۲۸ شکل (۲-۲) مسیر و گراف وزندار
- ۳۰ شکل (۳-۲) فضای گرهی تولید شده از ضرب دو مسیر ۵ و ۷ گرهی
- ۳۱ شکل (۴-۲) دو گره از فضای گرهی حاصلضرب
- ۳۲ شکل (۵-۲) مثال‌هایی از ضرب کارتزین دو گراف وزندار
- ۳۲ شکل (۶-۲) دو گره از فضای گرهی حاصلضرب
- ۳۳ شکل (۷-۲) ضرب کارتزین قوی گراف‌های وزندار و فرمت فشرده‌ی آنها
- ۳۴ شکل (۸-۲) دو گره از فضای گرهی حاصلضرب
- ۳۴ شکل (۹-۲) ضرب کارتزین مستقیم گراف‌های وزندار و فرمت فشرده‌ی آنها
- ۳۵ شکل (۱۰-۲) محورهای مختصات کارتزین و کاتزین مایل
- ۳۶ شکل (۱۱-۲) تبدیل مناسب بین محورهای مختصات کارتزین و کاتزین مایل

- شکل (۲-۱۲) شرایط هندسی و تبدیلات بین مختصات کارتیزین و مختصات کارتیزین مایل ۳۶
- شکل (۲-۱۳) جابجایی مناسب گرهی ۳۷
- شکل (۲-۱۴) اجتماع دو زیر گراف ۳۷
- شکل (۲-۱۵) اجتماع دو حاصلضرب مستقیم و کارتیزین دو گراف وزن دار و اعمال تبدیل مناسب به آن ۳۸
- شکل (۲-۱۶) محورهای مختصات توسعه یافته ۳۹
- شکل (۲-۱۷) ضرب گراف های وزن دار در محورهای مختصات توسعه یافته ۴۰
- شکل (۲-۱۸) مولد وزن دار در ضرب واحد ۴۱
- شکل (۲-۱۹) روند ایجاد و شکل گیری سازه های دو لایه ۴۲
- شکل (۲-۲۰) توپولوژی شبکه ی دو لایه و ارتباط آن با ضرب کارتیزین قوی گراف ها ۴۳
- شکل (۲-۲۱) مثال هایی از ضرب گراف ها همراه با فرم جبری آنها ۴۷
- شکل (۲-۲۳). ماتریس نواری و تبدیل آن به ماتریس بلوکی سه قطری ۴۹
- شکل (۲-۲۴). ماتریس بلوکی متقارن حاصل از مدل سازی سازه های تکراری ۵۰
- شکل (۲-۲۵) نمایش ماتریس سه قطری بلوکی ۵۱
- شکل (۲-۲۶) شماره گذاری مناسب یک شبکه 3×5 به عنوان یک سازه ی تکراری ۵۱
- شکل (۲-۲۷) مدل گراف (S) یک خرپا ۵۷
- شکل (۲-۲۸) مقایسه مقادیر ویژه ماتریس مجاورت گراف S با سه بلوک روی قطر اصلی ۵۸
- شکل (۲-۲۹) مقایسه مقادیر ویژه ماتریس مجاورت گراف S با شش بلوک روی قطر اصلی با مقادیر ویژه ی دقیق و تقریبی با روش پیشنهادی ۵۹
- شکل (۲-۳۰) مقایسه مقادیر ویژه ماتریس لاپلاسیان گراف S با شش بلوک روی قطر اصلی ۶۰
- شکل (۲-۳۱) مدل گراف (S) یک خرپا ۶۱
- شکل (۲-۳۲) مقایسه مقادیر ویژه ماتریس مجاورت گراف S با ۱۶ بلوک روی قطر اصلی با مقادیر ویژه ی دقیق و تقریبی با روش پیشنهادی ۶۲
- شکل (۲-۳۳) مقایسه مقادیر ویژه ماتریس لاپلاسیان گراف S با ۱۶ بلوک روی قطر اصلی ۶۲
- شکل (۲-۳۴) مدل گراف (S) یک خرپای فضایی به عنوان یک سازه ی تکراری ۶۳
- شکل (۲-۳۵) الگوی ماتریس مجاورت سازه ی فضایی S ۶۳
- شکل (۲-۳۶) مقایسه مقادیر ویژه ماتریس مجاورت گراف S خرپای فضایی با ۱۹ زیر سازه ی تکراری ۶۵
- شکل (۲-۳۷) مقایسه مقادیر ویژه ماتریس لاپلاسیان گراف S خرپای فضایی با ۱۹ زیر سازه ی تکراری ۶۶

شکل (۲-۳۸) مقایسه‌ی ۲۰ مقدار ویژه‌ی اول ماتریس $(\mathbf{K}_{(650)(650)} = F(\mathbf{B}_{(10 \times 10)}, \mathbf{A}_{(10 \times 10)}, \mathbf{B}_{(10 \times 10)}^T))$ با روش دقیق

- ۷۴ و پیشنهادی
- ۷۵ شکل (۲-۳۹) سازه‌ی فضایی دو لایه
- ۷۵ شکل (۲-۴۰) جزئیات سازه‌ی فضایی به عنوان یک سازه‌ی تکراری
- ۷۶ شکل (۲-۴۱) الگوی ماتریس سختی سازه‌ی فضایی
- ۷۷ شکل (۲-۴۲) مقایسه‌ی ۱۰۰ پرپود ارتعاشی سازه‌ی فضایی محاسبه شده توسط دو روش دقیق و پیشنهادی
- ۷۸ شکل (۲-۴۳) سازه‌ی فضایی قوسی
- ۸۰ شکل (۲-۴۴) مقایسه‌ی ۱۰۰ پرپود ارتعاشی سازه‌ی فضایی محاسبه شده توسط دو روش دقیق و پیشنهادی

فصل سوم

- شکل (۳-۱) نمودار تغییرات مقادیر ویژه اول، دوم و سوم محاسبه شده از هر بلوک حاصل، از تجزیه‌ی ماتریس مجاورت مثال ۱-۷-۳-۲
- ۸۶ شکل (۳-۲) نمودار تغییرات مقادیر ویژه اول تا هجدهم محاسبه شده از هر بلوک حاصل، از تجزیه‌ی ماتریس مجاورت مثال ۳-۷-۳-۲
- ۸۷ شکل (۳-۳) نمودار تغییرات مقادیر ویژه محاسبه شده از هر بلوک حاصل، از تجزیه‌ی ماتریس مثال ۱-۳-۴-۲
- ۸۸ شکل (۳-۴) نمودار تغییرات مقادیر ویژه محاسبه شده از هر بلوک حاصل، از تجزیه‌ی ماتریس مثال ۲-۳-۴-۲
- ۸۹ شکل (۳-۵) نمودار تغییرات پرپود ارتعاشی محاسبه شده از هر بلوک حاصل، از تجزیه‌ی ماتریس مثال ۲-۳-۴-۲
- ۹۰ شکل (۳-۶) نمودار تغییرات مقادیر ویژه محاسبه شده از هر بلوک حاصل، از تجزیه‌ی ماتریس مثال ۳-۳-۴-۲
- ۹۱ شکل (۳-۵) نمودار تغییرات پرپود ارتعاشی محاسبه شده از هر بلوک حاصل، از تجزیه‌ی ماتریس مثال ۳-۳-۴-۲
- ۹۲ شکل (۳-۳-۴-۲)

پیوست

- ۱۰۳ شکل (۱) گراف ساده و غیر ساده
- ۱۰۴ شکل (۲) زیر گراف‌ها و عملگرهای اعمالی بر آنها
- ۱۰۵ شکل (۳) یک مسیر ۵ گرهی P_5 در دو شکل مختلف
- ۱۰۶ شکل (۴) یک سیکل ۵ گرهی C_5 در دو شکل مختلف

شکل (۵) گراف S و ماتریس مجاورت آن ۱۰۷

شکل (۶) سازه اسکلتی و مدل گراف تئوری آن ۱۰۸

فهرست جداول

جدول ۱-۲- عملگر ضرب گراف‌های وزندار ۳۰

جدول ۲-۲- نمایش فرم جبری ضرب گراف‌های وزندار شکل (۲-۱۷) ۴۱

جدول ۳-۲- مقایسه مقادیر ویژه‌ی ماتریس مجاورت خرپای فضایی ۶۵

جدول ۴-۲- مقایسه مقادیر ویژه‌ی ماتریس لاپلاسین خرپای فضایی ۶۷

جدول ۵-۲- مقایسه مقادیر ویژه ماتریس $(\mathbf{K}_{(650)(650)} = F(\mathbf{B}_{(10*10)}, \mathbf{A}_{(10*10)}, \mathbf{B}_{(10*10)}^T))$ با روش دقیق و پیشنهادی ۷۳

جدول ۶-۲- مقایسه پریوندهای ارتعاشی سازه‌ی فضایی حاصل از روش دقیق و پیشنهادی ۷۷

جدول ۷-۲- مقایسه پریوندهای ارتعاشی سازه‌ی فضایی حاصل از روش دقیق و پیشنهادی ۷۹

جدول علائم و نشانه‌ها

\times	ضرب کارتزین
O	ضرب مستقیم
\otimes	ضرب کارتزین قوی
$N(S)$	فضای گرهی گراف S
$E(S)$	لیست اعضای گراف S
P_n	درخت n گرهی
C_n	سیکل n گرهی
$P_n W$	درخت n گرهی وزندار
$C_n W$	سیکل n گرهی
λ_i	مقدار ویژه‌ی i ام
$eig(K)$	مقادیر ویژه‌ی ماتریس K

فصل اول:

پایه‌های نظری و پیشینه‌ی تحقیق

۱-۱- مقدمه

گسترش سریع شهرها و نیاز به ایجاد تاسیسات اولیه، کارخانجات، مجتمع‌های صنعتی و ... نیازمند تولید سازه‌های پیش‌ساخته بزرگ مقیاس با قابلیت تولید، ساخت و نصب سریع می‌باشد. بدین منظور پژوهشگران مطالعاتی را پیرامون سازه‌ها با تاشه‌پردازی منظم و بزرگ مقیاس آغاز کرده‌اند. مزیت اساسی این نوع سازه‌ها - با توجه به پیش‌ساخته بودن آنها- در این است که از یک سری مدول ثابت و حرکت آنها حول و یا امتداد یک محور و یا منحنی تشکیل می‌شوند. گنبد‌ها، قوس‌ها، شبکه‌ها و سازه‌های فضاکار، نمونه‌هایی از سازه‌های تکراری^۱ هستند که مدل آنها از حرکت یک پاره سازه^۲ متکی به یک منحنی و یا از دوران پاره سازه‌ای حول یک محور تولید می‌شوند. اکثر این سازه‌ها برای پوشش دهانه‌های وسیع کاربرد دارند و در گروه سازه‌های بزرگ مقیاس قرار می‌گیرند.

اولین مرحله برای طراحی این نوع سازه‌ها، تاشه‌پردازی، مدل‌سازی و همچنین تهیه‌ی مدل ریاضی آن برای مطالعه و بررسی رفتار آنها می‌باشد. تاشه‌پردازی سازه‌های بزرگ و تهیه‌ی مشخصات هندسی آن یکی از مراحل وقت‌گیر و خسته‌کننده در طراحی این گونه سازه‌ها می‌باشد. مطالعاتی در خصوص چگونگی مدل‌سازی این نوع سازه‌ها در دهه‌های اخیر انجام یافته است. جبر فرمکس‌ها، تئوری مجموعه‌ها و تئوری گراف‌ها از جمله ابزارهایی هستند که برای تولید تاشه سازه‌های فضایی، توسط محققین معرفی شده‌اند و در دهه‌های اخیر به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

سازه‌های تکراری با توجه به روند تولید آن در گروه سازه‌های منظم و متقارن قرار می‌گیرند. تقارن و انواع آن به طور وسیع در مکانیک سازه‌ها و سایر علوم مورد استفاده قرار گرفته است. ماتریس‌های حاصل از انواع سیستم‌های تکراری، که در بررسی این نوع سیستم‌های سازه‌ای ساخته می‌شوند، در زیر مجموعه‌ای از گروه فرم‌های کانونیکال جای می‌گیرد.

1- Repeated structure
2- Sub-structure

مطالعه و بررسی سازه‌ها - از جمله سازه‌های تکراری - در نهایت به مطالعه‌ی خواص ماتریس‌های حاصل از مدل‌سازی ریاضی سازه‌های مورد بحث خلاصه می‌شود که مقادیر و بردارهای ویژه‌ی این ماتریس‌ها، ارتباط تنگاتنگی با خواص مکانیکی و دینامیکی سازه‌های مورد بحث دارند. ماتریس‌هایی که از مطالعه‌ی سازه‌های تکراری بدست می‌آیند عمدتاً^۱ در دو گروه کلی ماتریس‌های سه قطری^۱ بلوکی و ماتریس‌های سیرکولانت^۲ قرار می‌گیرند و مطالعات گسترده‌ای پیرامون آنها توسط محققین انجام شده است.

با توجه به طبیعت سازه‌های تکراری، ماتریس‌های حاصل از مدل‌سازی ریاضی آنها، دارای خواص و ویژگی‌هایی است که با در نظر گرفتن آن ویژگی‌ها، می‌توان حل ویژه‌ی^۳ این نوع مسائل را با سرعت و دقت بیشتری بدست آورد.

در ادامه‌ی فصل حاضر به بررسی پیشینه و منابع مرتبط خواهیم پرداخت. در فصل دوم به اهم کارهای انجام یافته پرداخته می‌شود که در سه بخش زیر تنظیم شده است:

- ۱- گسترش ضرب گراف‌ها به ضرب گراف‌های وزندار و فرمول‌بندی جبری توپولوژیک سازه‌ها،
- ۲- حل مسئله‌ی مقدار ویژه‌ی ماتریس‌های مجاورت و لاپلاسیان مدل‌های سازه‌ای تکراری بزرگ مقیاس،
- ۳- بررسی ارتعاش آزاد سازه‌های تکراری بزرگ مقیاس.

در فصول ۳ و ۴ به ترتیب نتیجه‌گیری و پیشنهادات مرتبط با بحث ارائه می‌شود.

1- Tri-diagonal matrix
2- Circulant matrix
3- Eigensolution

۱-۲- تاشه پردازی سازه‌ها

کاربردهای عملی روش‌های کلی تحلیل سازه‌ها، نیازمند به تشکیل اطلاعات و مشخصات هندسی، مکانیکی و ... سازه مورد مطالعه می‌باشد. بنابراین اولین مرحله برای تحلیل و طراحی سازه‌ها، تاشه پردازی، مدل سازی و همچنین تهیه‌ی مدل ریاضی آنها می‌باشد.

تاشه پردازی سازه‌های بزرگ و تهیه‌ی مشخصات هندسی آن، یکی از مراحل وقت گیر در مدل سازی و طراحی این گونه سازه‌ها می‌باشد، که می‌تواند همراه با خطا نیز باشد. مطالعاتی در خصوص چگونگی مدل سازی این نوع سازه‌ها در دهه‌های اخیر انجام یافته است. تولید اتوماتیک حلقه^۱ در روش المان محدود مد نظر پژوهشگران بوده است. از این گروه می‌توان به مطالعات انجام یافته به وسیله‌ی لmafuko^۲ و همکاران [۱]، قاسمی^۳ [۲] و بری^۴ [۳]، اشاره کرد، که کارهای آنها بیشتر شامل تولید اتوماتیک المان‌های مورد استفاده در روش اجزای محدود تک بعدی، دو بعدی و سه بعدی می‌باشد.

تولید داده‌ها با استفاده از جبر فرمکس‌ها^۵ از جمله روش‌هایی می‌باشد که برای تولید تاشه سازه‌های فضایی، توسط دکتر نوشین معرفی شده است، [۶-۴] و در چند دهه‌ی اخیر به طور گسترده توسط محققین مورد استفاده قرار گرفته است. جبر فرمکس‌ها شامل توابعی است که باعث ایجاد تاشه‌های سازه‌ای منظم با استفاده از توابع دوران^۶، انتقال^۷، عملگر آینه‌ای^۸ و ... می‌شود، [۷].

تئوری مجموعه‌ها^۹، برای تولید تاشه‌های سازه‌ای، به وسیله‌ی بهروش و همکاران مورد استفاده استفاده قرار گرفته است. در این روش به وسیله‌ی تئوری‌های مقدماتی مجموعه‌ها، روابطی منطقی برای تولید اتوماتیک ارتباطات داخلی^{۱۰} بین گره‌ها و المان‌های یک سازه، ایجاد شده است، [۸]. روش مذکور روشی جبری را برای تولید مدل‌های سازه‌ای معرفی می‌کند و همچنین می‌تواند برای ایجاد مدل‌های سازه‌های فضایی نیز بکار رود.

1- Mesh generation
2- Lmafuku
3- Ghassemi
4- Berry
5- Formex algebra

6-Rotation
7-Translation
8-Reflection
9- Set theory
10- Interconnection

گراف تئوری دارای کاربرد فراوان در مکانیک سازه‌ها می‌باشد و برای تاشه پردازی سازه‌ها نیز مورد استفاده قرار گرفته است. تاشه پردازی سازه‌ها توسط روش گراف تئوریک به وسیله‌ی کاوه^۱، برای تولید مدل‌های سازه‌ای مورد استفاده قرار گرفته است. توابع تعریف شده بدون هیچ محدودیتی قادر به تولید اتوماتیک مدل‌های سازه‌ای می‌باشند، [۹ و ۱۰].

استفاده از ضرب گراف‌ها نیز برای تاشه پردازی^۲ سازه‌های منظم، در سال‌های اخیر مورد توجه توجه محققین بوده است، [۱۱]. گسترش ضرب گراف‌ها به ضرب گراف‌های جهت‌دار به عنوان روش دیگری برای تولید مدل‌های سازه‌ای توسط کاوه و کوهستانی انجام شده است، [۱۲]. این روش برای تولید سازه‌های فضایی تک لایه و دو لایه بکار رفته است.

گراف‌های وزندار برای ایجاد مدل‌های سازه‌های فضاکار به وسیله‌ی کاوه و همکاران مورد مطالعه قرار گرفته است. گراف‌های وزندار در حالت کلی دارای اطلاعات بیشتری نسبت به گراف‌های ساده هستند و این امر باعث شده است که دامنه‌ی تولید تاشه‌های سازه‌ای توسط ضرب گراف‌ها افزایش یابد. نشان داده شده است که تمامی ضرب گراف‌های تعریف شده برای تاشه پردازی سازه‌ها را می‌توان توسط یک ضرب واحد گراف‌های وزندار بیان کرد. ضرب‌های تعریف شده می‌تواند در روش المانهای محدود نیز بکار رود، [۱۳].

در تمامی روش‌های اشاره شده ابتدا تاشه سازه ایجاد و سپس از تبدیلات هندسی مناسب، برای ایجاد شکل دلخواه، استفاده شده است.

1- Kaveh
2- Configuration

۱-۳- سازه‌های با تقارن سیکلی

مدل سازه‌های با تقارن سیکلی^۱ از دوران مدل یک پاره سازه حول یک محور دوران به وجود می‌آیند و با توجه به چگونگی شکل‌گیری آن در گروه سازه‌های منظم و متقارن قرار می‌گیرند. تاشه بسیاری از سازه‌ها دارای الگوی منظمی هستند که می‌توان تاشه آنها را توسط ضرب دو یا چند گراف ساده بیان کرد. این زیر گراف‌ها، که در شکل‌گیری مدل سازه‌ای استفاده می‌شوند، مولد^۲ آن مدل سازه‌ای نامیده می‌شوند.

تقارن و انواع آن به طور وسیع، در مکانیک سازه‌ها و سایر علوم مورد استفاده قرار گرفته است، [۱۴]. ماتریس‌های حاصل از مطالعه‌ی این نوع سیستم‌های تکراری دوار، که در بررسی سیستم‌های سازه‌ای ظاهر می‌شوند، در زیر مجموعه‌ای از گروه فرم‌های کانونیکال قرار می‌گیرند، [۱۵]. با توجه به طبیعت سازه‌های تکراری با تقارن سیکلی، ماتریس‌های حاصل از مدل‌سازی ریاضی آنها، دارای خواص و ویژگی‌هایی است که با در نظر گرفتن آن ویژگی‌ها، می‌توان حل ویژه‌ی این نوع مسائل را با سرعت و دقت بیشتری بدست آورد. سازه‌های تکراری سیکلی و سازه‌های حاصل از ضرب چند مولد در هم (مشابه الگوهای ایجاد شده توسط ضرب گراف‌ها)، از جمله گنبدها، پوسته‌ها و رویه‌های دوار، سازه‌های فضایی تک‌لایه و دولایه‌ی گنبدی و ... از گروه این نوع مسائل می‌باشند.

ماتریس‌های حاصل از مدل‌سازی ریاضی، سازه‌های با تقارن سیکلی، از جمله مجاورت و لاپلاسیان، سختی و جرم، همگی دارای الگوی^۳ مشابهی هستند که پروسه‌ی حل عددی و تحلیلی آنها را آسان می‌کند. مطالعات وسیعی توسط پژوهشگران در خصوص ماتریس‌های حاصل از چنین سازه‌هایی انجام یافته است. این ماتریس‌ها خانواده‌ای از ماتریس‌ها را تشکیل می‌دهند که به ماتریس‌های سیرکولانت^۴ معروف می‌باشند، [۱۶].

روش‌های متنوعی برای حل ماتریس‌های سیرکولانت ارائه شده است. این روش‌ها بیشتر روش‌های مستقیم جبری هستند، که مبتنی بر تجزیه‌ی ماتریس‌های سیرکولانت به زیر ماتریس‌های کوچکتر می‌باشند. از این گروه می‌توان به تجزیه‌ی LU اشاره کرد که مورد توجه محققینی از جمله

1- Cyclic symmetric structures

2- Generator

3- Pattern

4- Circulant matrices

صلاح^۱ و همکاران بوده است. تجزیه‌ی LU ی ماتریس سیرکولانت منجر به حل معادله‌ی غیر خطی ماتریسی درجه دوم می‌شود، [۱۷].

الگوریتم‌هایی برای حل عددی، تحلیلی و تکراری^۲ معادله‌ی مذکور، به وسیله‌ی برسیلاو^۳ ارائه شده است، [۱۸].

از دیگر روش‌های حل دستگاه معادلات روش‌های تکراری هستند که سرعت همگرایی این روش‌ها بستگی به شعاع طیفی ماتریس مورد مطالعه دارد و اغلب با ضرب ماتریس‌های پیش حالت ساز^۴ همگرایی بهبود می‌یابد. ماتریس بلوکی موثر پیش حالت ساز برای تسریع در همگرایی حل تکراری ماتریس‌های سیرکولانت توسط پژوهشگرانی چون کومار^۵ و همکاران مورد توجه بوده است، [۱۹].

ماتریس‌های مجاورت و لاپلاسین سازه‌های دوار نیز به فرم سه قطری بلوکی با بلوک‌هایی در دو انتهای قطر فرعی است که پروسه‌ی حل این فرم کانونیکال را برای دستیابی به مقادیر و بردارهای ویژه‌ی آن به سهولت امکان پذیر می‌نماید، این نوع ماتریس‌های سیرکولانت نیز توسط کاوه و کوهستانی مورد بررسی قرار گرفته است، [۱۲].

صلبیت سازه‌های فضایی با تقارن سیکلی با اتصالات مفصلی به وسیله‌ی بررسی ماتریس ضرایب حاصل از معادلات تعادل آن توسط ترنای^۶ مورد بررسی قرار گرفته است و نشان داده شده است که صلبیت و درجه‌ی نامعینی چنین سیستمی به تعداد سیکل‌های تشکیل دهنده‌ی آن بستگی ندارد، [۲۰]. در ضرب گراف‌ها اگر حداقل یکی از مولدها سیکل باشد با شماره‌گذاری^۷ مناسب گرهی، ماتریس‌های مجاورت و لاپلاسین حاصل نیز به فرم ماتریس سیرکولانت خواهد بود. روابطی برای ایجاد ارتباط بین مقادیر ویژه‌ی مولدها و کل سیستم توسط کاوه و همکاران ایجاد شده و برای شماره‌گذاری بهینه‌ی گره‌ها مورد استفاده قرار گرفته است، [۲۱].

1- Salah & El-Sayed

2- Iterative

3- Borislav

4- Preconditioner

5- Kumar

6- Tarnai

7- Ordering

ارتعاش سازه‌های با تقارن سیکلی به وسیله‌ی شن^۱ و همچنین تحلیل دینامیکی سازه‌های فضایی بزرگ مقیاس توسط مک دانیل^۲ مورد مطالعه قرار گرفته است، که استفاده از خواص تقارن سیکلی با کاهش زیادی در زمان حل مسئله و همچنین باعث افزایش دقت محاسباتی شده است، [۲۲ و ۲۳].

تحلیل مدال سازه‌های با تقارن سیکلی و همچنین تحلیل دینامیکی غیرخطی این نوع سازه‌ها به نقل از منبع، [۲۴] بررسی شده است، که با توجه به تقارن موجود در سیستم همراه با دقت بالا و کاهش قابل توجه در حجم عملیات محاسباتی بوده است، [۲۵].

مسائل تعمیم یافته مقدار ویژه برای بررسی ارتعاش آزاد سازه‌های با تقارن سیکلی توسط تجزیه ماتریسی، توسط کوهستانی^۳ مورد مطالعه قرار گرفته است. در این روش معادله‌ی دینامیکی متناظر با سیستم، توسط تجزیه‌ی ماتریسی به وسیله‌ی انطباق ماتریس حاصل با کانونیکال فرم‌ها، به زیر ماتریس‌های کوچک‌تر تجزیه شده و مقادیر و بردارهای ویژه به سهولت و دقت بالایی محاسبه شده‌اند، [۲۶].

محاسبه‌ی مقادیر ویژه‌ی ضرب کارتزین، مستقیم، کارتزین قوی و ... گراف‌ها توسط کاوه و همکاران بررسی شده است، که روش آنها مبتنی بر تجزیه‌ی ضرب گراف‌ها و بدست آوردن مقادیر ویژه‌ی کل سیستم با استفاده از مقادیر ویژه‌های زیر گراف‌های وزن‌دار اصلاح شده، می‌باشد. ماتریس مجاورت و لاپلاسیان چنین ضرب‌هایی به کمک ضرب کرونکر تشکیل، و نحوه‌ی محاسبه‌ی مقادیر ویژه‌ی آنها مورد مطالعه قرار گرفته است، [۲۷].

اخیراً روش‌هایی برای تحلیل سازه‌های تکراری منظم، با تقارن سیکلی به کمک مقادیر و بردارهای ویژه‌ی آن به وسیله‌ی کاوه و رحامی^۴ ارائه شده است. در این روش معکوس ماتریس سختی با استفاده از مقادیر و بردارهای ویژه مستقیماً بدست می‌آید. جایجایی‌های گرهی و همچنین نیروهای داخلی المان‌های سازه با استفاده از مقادیر و بردارهای ویژه محاسبه شده است، [۲۸].

بارهای کمانشی سازه‌های تکراری با تقارن سیکلی توسط کاوه و همکاران مورد مطالعه قرار گرفته است. محاسبه بارهای کمانشی توسط کانونیکال فرم منطبق بر شرایط مسئله به سهولت انجام

1- Shen

2- Mc Daniel & Chang Rahami

3- Koohestani

4- Rahami

یافته است. نتایج بدست آمده حاکی از این است که سرعت و دقت محاسباتی تواما^۱ افزایش یافته است، [۲۹].

ارتعاش آزاد رویه‌ها و پوسته‌های با تقارن سیکلی بوسیله‌ی فرم‌های کانونیکال ماتریسی محاسبه شده است. تمامی مدهای ارتعاشی این سازه‌ها به وسیله‌ی محاسبه‌ی مدهای ارتعاشی یک قطاع از سازه بدست آمده است، [۳۰].

تحلیل کمانشی سازه‌های تکراری پوسته‌ای با تقارن سیکلی نیز به وسیله‌ی سن^۱ و همکاران مورد مطالعه قرار گرفته است. با بررسی تغییر شکل‌های آن، کل سازه به زیر سازه‌هایی تقسیم شده است و برای محاسبه بارهای کمانشی کل سیستم مورد استفاده قرار گرفته است، [۳۱].

بررسی بارهای کمانشی پوسته‌ها به روش المانهای محدود، [۳۲] و همچنین مقایسه‌ای بین روش‌های مختلف حل ارتعاش آزاد با بارگذاری کلی سازه‌های با تقارن سیکلی به نقل از منبع، [۳۳] مورد بررسی قرار گرفته است.