





دانشگاه یزد  
دانشکده فیزیک

پایان نامه  
برای دریافت درجه کارشناسی ارشد  
فیزیک حالت جامد

بررسی نظری شاره فوتونی در میکروکاوک نوری از منظر چگالش بوز-  
اینشتین

استاد راهنما  
دکتر محمد اعتصامی

استاد مشاور  
دکتر محسن خواجه امینیان

پژوهش و نگارش  
نجمه دشتی رحمت آبادی

اسفند ماه 1391





تقدیم به :

پدر که عالمانه به من آموخت تا چگونه در عرصه زندگی،

ایستادگی را تجربه نمایم

و به مادرم، دریای بی کران فداکاری و عشق که وجودم برایش

همه رنج بود و وجودش برایم همه مهر

و به:

همسرم، اسطوره زندگیم، پناه خستگیم و امید بودنم



تقدیر و تشکر از

استاتید گرانقدر جناب آقای دکتر محمد اعتصامی و دکتر  
محسن خواجه امینیان که با راهنمایی های خویش مرا در  
انجام این پژوهش یاری داده اند و سایر اساتید ارجمندم که در  
مکتب آنان نه تنها علم و دانش را بلکه درس عشق و ایمان و  
سخاوت آموختم امید که بتوانم روزی سپاسگذارم زحمات بی  
دریغشان باشم.



## چکیده

چگالش بوز- اینشتین (BEC)، تجمع ماکروسکوپی ذرات اسپین درست (بوزونها) در حالت پایه انرژی زیر دمای بحرانی  $T_{crit}$  است، که در چندین دستگاه فیزیکی از جمله گازهای اتمی فوق سرد رقیق مثل سدیم و شبنم‌ها حالت جامد مشاهده شده است. تابش جسم سیاه تابشی که در ترازمندی گرمایی با دیواره‌های کاواک یلکت گاز بوزونی است که این گذار فاز را نشان نمی‌دهد. زیرا در این دستگاه، فوتون‌دارای پتانسیل شیمیایی ناچیزی هستند، بدین معنا که تعداد آن‌ها با تغییر دمای گاز فوتونی، ثابت باقی نمی‌ماند و در دماهای پایین به جای اشغال حالت پایه، جذب دیواره‌های کاواک می‌شوند. کلارز و همکارانش (2010) وقوع چگالش بوز-اینشتین فوتونها، در یک میکروکاواک نوری حاوی رنگینه که مانند جعبه‌ای با دیواره‌های سفید عمل می‌کند، را گزارش کرده‌اند. در کار تجربی مورد نظر، آینه‌های کاواک هم پتانسیل محصور کننده و هم جرم فوتونی مؤثر ناچیزی را ایجاد می‌کنند، به گونه‌ای که دستگاه برابری گاز دو بعدی به تله افتاده از بوزون‌های جرم‌دار را تشکیل می‌دهد. فوتونها به واسطه پراکندگی مکرر از مولکول‌های رنگینه به ترازمندی گرمایی با حلال رنگینه در دمای اتاق، می‌رسند. با افزایش چگالی فوتون BEC در دمای اتاق رخ می‌دهد. نتایج تجربی، با فیزیک آماری و مدل معادلات آهنگ توافق خوبی دارد، و خواص گاز فوتونی در ترازمندی گرمایی را توصیف می‌کند.



## فهرست مطالب

### فصل اول : چگالش بوز اینشتین

- 1-1 مقدمه ..... 2
- 2-1 گاز بوز ایده آل تحت پتانسیل هماهنگ ..... 3
- 1-2-1 دمای گذار ..... 6
- 2-2-1 کسر چگاله ..... 7
- 3-2-1 پتانسیل شیمیایی ..... 7
- 4-2-1 گرمای ویژه ..... 8
- 3-1 BEC در یک و دو بعد تحت پتانسیل سهمی وار ..... 9
- 1-3-1 چگالی حالت ها ..... 9
- 2-3-1 دمای گذار ..... 10
- 3-3-1 کسر چگاله ..... 11
- 4-1 تابع توزیع نیمه کلاسیکی ..... 12
- 5-1 معادله گروس-پیتاوسکی ..... 14
- 6-1 تقریب توماس فرمی ..... 15

### فصل دوم: مشاهده BEC فوتون ها در میکروکاواک حاوی محلول رنگینه

- 1-2 مقدمه ..... 21
- 2-2 ترتیب آزمایش ..... 23
- 3-2 طیف های گرمایی ..... 25
- 4-2 توزیع فضایی و طیفی فوتون های گرمایی ..... 26
- 1-4-2 توزیع مجدد فوتون ها ..... 31
- 5-2 توزیع فضایی و طیفی فوتون ها چگالیده (چگالش بوز-اینشتین) ..... 33
- 1-5-2 وابستگی توان بحرانی پمپ لیزری به هندسه کاواک ..... 36
- 2-5-2 چگالش با واهلش فضایی ..... 38

39 ..... 2-5-3 چرخه‌های باز جذب

41 ..... 2-5-4 خود تعاملی چگاله نور

### فصل سوم: فیزیک آماری چگالش بوز-اینشتین فوتون‌ها

47 ..... 3-1 مقدمه

47 ..... 3-2 رابطه پاشندگی فوتون‌ها درون کاواک

49 ..... 3-3 ترازمندی گرمایی

49 ..... 3-4 رابطه استپانو-کنارد طیف رنگینه

51 ..... 3-5 ترازمندی شیمیایی بین فوتون‌ها و مولکول‌های رنگینه

52 ..... 3-7 نظری آماری گاز فوتون دو بعدی

54 ..... 3-8 معادلات آهنگ در میکروکاواک

58 ..... 3-8-1 معادله اصلی و جواب آن

59 ..... 3-8-2 محاسبه عددی  $P_n$

61 ..... 3-8-2 توزیع‌های مجانبی تعداد فوتون‌ها

61 ..... 3-8-3 توزیع بوز-اینشتین

62 ..... 3-8-4 توزیع پواسون

63 ..... 3-8-5 در آمار فوتونی

67 ..... 3-9 تابع همبستگی مرتبه دوم و افت و خیزهای چگاله

### فصل چهارم: الکترو دینامیک چگالش بوز-اینشتین در میکروکاواک نوری

73 ..... 4-1 مقدمه

73 ..... 4-2 معادلات ماکسول در ماده

74 ..... 4-3 مسئله مقدار مرزی

76 ..... 4-4 مختصات کروی پخت

77 ..... 4-5 معادله هلمهولتز اسکالر در مختصات پخت

78 ..... 4-5-1 مدهای عرضی



80.....	2-5-4 مدهای طولی
81.....	6-4 جواب اسکالر
81.....	7-4 جواب برداری
84.....	8-4 مقدارهای مرزی و ویژه مقدارها
85.....	9-4 بردارهای قطبش
89.....	10-4 کوانتتس میدان
91.....	11-4 هامیلتونی فوتون‌ها در میکروکاوک
94.....	12-4 $N_{crit}$ برای گاز فوتونی بدون برهمکنش

### فصل پنجم: ابرمتراکم‌ساز

99.....	1-5 مقدمه
101.....	2-5 تابش خورشیدی و ظرفیت‌های ممکن در ابرمتراکم‌سازی احتمالی آن
104.....	3-5 فیزیک آماری فوتون‌های تابش خورشیدی محصور شده چگالیده
111.....	منابع

### فهرست اشکال

- شکل 2-1: طرحواره ترتیب آزمایش، میکروکاوک با لیزری پمپاژ می‌شود..... 22
- شکل 2-2: شدت نسبی جذب  $\alpha(\lambda)/\alpha_{\max}$  و تابش  $f(\lambda)/f_{\max}$  برای رنگینه‌های (الف) پرپلین‌دی‌آمید و (ب) رودامین 6G را نشان داده شده است..... 23
- شکل 2-3: طیف مدهای کاواک و ضریب جذب  $\alpha(\nu)$  و تابندگی  $f(\nu)$  رودامین..... 26
- شکل 2-4: توزیع طیفی تابش گسیل شده از میکروکاوک برای فاصله‌های مختلف بین آینه‌ها. 27
- شکل 2-5: انتقال باریکه پمپاژ (مربع‌ها) برحسب عدد مد طولی  $q$  را نشان می‌دهد. خط پر مربوط به قانون لمبرت-بیر  $I(q)/I_0 = \exp(-\alpha(q - q_0)\lambda_0/2n_0)$  با پارامتر  $q_0 = 4.68 \pm 0.17$  است. این اندازه‌گیری نشان می‌دهد که گره‌های مؤثر انتهایی تشدید نوری درون آینه‌ها قرار دارند. ( برای رودامین 6G درون متانول، با غلظت  $\rho \approx 2 \times 10^{-2} \text{ mol/l}$  و انحنای آینه‌ها  $(R_1 = R_2 = 1 \text{ m})$ ..... 27
- شکل 2-6: توزیع طیفی تابش گسیل شده از میکروکاوک در شرایطی که تعداد فوتونها خیلی کمتر از تعداد بحرانی است در دمای  $T = 300 \text{ K}$  و  $T = 365 \text{ K}$  (دایره‌ها)، این اندازه‌گیری‌ها تطابق خوبی با توزیع بولتزمن انرژی فوتونها (خطوط) دارد  $\rho \approx 2 \times 10^{-2} \text{ mol/l}$ ,  $R_1 = R_2 = 1 \text{ m}$ . [5]. 29
- شکل 2-7: توزیع طیفی بهنجار شده تابش گسیل شده از میکروکاوک (دایره‌ها) برای 4 طول موج قطع مختلف  $\lambda_e \{570, 590, 615, 625\} \text{ nm}$  را نشان می‌دهد. خطوط پر توزیع بولتزمن انرژی فوتونها در دمای  $T = 300 \text{ K}$  است [5]. 30
- شکل 2-8: (الف) تصویری از گاز فوتونی (تصویر حقیقی روی حسگر دوربین CCD رنگی) را نشان می‌دهد. فوتون‌های کم انرژی (زرد) از مجاور مرکز تله و فوتون‌های پر انرژی (سبز) از بیرون از تله گسیل شده‌اند. (ب) توزیع فوتونی در امتداد محوری که از مرکز تله می‌گذرد (دایره‌ها). تابع توزیع نظری (خط) بر پایه میانگینگیری گرمایی روی همه مدهای تشدیدکننده و متناظر با توزیع گوسی است  $R_1 = R_2 = 1 \text{ m}$ ,  $\rho \approx 2 \times 10^{-2} \text{ mol/l}$ . [5]. 31
- شکل 2-9: فاصله بیشینه شدت تابش گسیل شده از مرکز تله  $|x_{\max}|$  برحسب مکان نقطه برانگیختگی  $x_{exc}$ ، در طول موج قطع  $\lambda_e = 620 \text{ nm}$  متناظر با باز جذب ضعیف، تشعشع دقیقاً نقطه پمپاژ را دنبال می‌کند (دایره‌ها)، و در طول موج قطع  $\lambda_e = 580 \text{ nm}$  متناظر با باز جذب قوی، فوتونها در مرکز تله متراکم می‌شوند و مشروط به آن که نقطه پمپاژ را از  $60 \mu\text{m}$  از مرکز تله بیشتر جابه‌جا شود (مربع‌ها). (پرپلین‌دی‌آمید محلول در استون، با غلظت  $\rho = 0.75 \text{ g/l}$ ،

- 32.....[5] ( $q = 7$  و  $R_1 = R_2 = 1$  m  
 شکل 2-10: توزیع طیفی فوتون‌ها (دایره‌ها) و تغییرات آن در اثر افزایش توان وارد بر کاواک را نشان می‌دهد. توان‌های نوری به توان بحرانی تجربی  $P_{c,exp} = (1.55 \pm 0.60) W$  بهنجار شده است. این متناظر با تعدد بحرانی فوتون‌ها یعنی  $N_c = (6.3 \pm 2.4) \times 10^4$  است. (رودامین 6G در متانول،  $\rho = 1.5 \times 10^{-3} \text{ mol/l}$ ،  $q=7$ ،  $R_1 = R_2 = 1$  m، و مدت هر پالس  $0.5 \mu\text{m}$ ). نمودار بالایی طیف نظری بر مبنای توزیع بوز-اینشتین برانگیختگی‌های عرضی را نشان می‌دهد [5]..... 33  
 شکل 2-12: الف پایینی، توان درونی کاواک در نقطه بحرانی بر حسب عدد مدهای طولی نشان داده شده است. شکل بالایی توان پمپ نوری مورد نیاز را نشان می‌دهد که از رابطه  $P_{pump} \propto (q - q_0)^{-1}$  با  $q_0 = 4.77 \pm 0.25$  تبعیت می‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، توان، رابطه معکوسی با طول جذب در  $(q - q_0)$  دارد که  $q_0$  عمق نفوذ مؤثر در آینه کاواک است. ب. توان درون کاواک در نقطه بحرانی و برای انحنای مؤثر آینه کاواک. [5]..... 37  
 شکل 2-13: توزیع شدت فوتون‌ها در طول محور متقاطع مرکز تله برای طول موج‌های قطع متفاوت رسم شده است. برای طول موج قطع 610 nm بازجذب ضعیف است. هنگامی که به سمت طول موج‌های قطع کمتر می‌رویم، جذب افزایش می‌یابد و توزیع نور به سمت مرکز تله متمایل می‌شود. داده‌های ثبت شده برای طول موج قطع 570 nm، به صورت قله‌ای مطابق با حالت چگاله‌ای با سهم چگالش 1%  $N_0/N$  ظاهر می‌شود [5]..... 38  
 شکل 3-1: رابطه پاشندگی فوتون‌ها در کاواک (خطوط پر) با عدد مد طولی ثابت ( $q = 7$ )، و پاشندگی فوتون‌های آزاد (نقطه چین) را نمایش می‌دهد [3]..... 48  
 شکل 2-3: نمودار جابلونسکی مولکول رنگینه شامل دو تراز الکترونی به فاصله  $\hbar\omega_0 = 1.41 \text{ eV}$ ، یک مجموعه از ترازهای ارتعاشی - چرخشی با فواصل میلی‌الکترون‌ولتی در بالا و پایین  $S_0, S_1$  وجود دارد [7]..... 49  
 شکل 3-3: در شکل کسر چگاله  $\bar{n}_0/\bar{N}$  و کسر برانگیختگی فوتون‌ها  $\bar{n}_0/X$  بر حسب دمای کاهش یافته  $T/T_c$ ، برای  $\bar{N} = 10^4$  فوتونها، به ازای شش تعداد مولکول‌های رنگینه متناظر با  $M_1 = 10^8$  یافته شده است [6]..... 60  
 شکل 3-5: افت و خیزهای بهنجار شده چگاله  $g^{(2)}(0) = \langle n_0(n_0 - 1) \rangle / \bar{n}_0^2$  بر حسب  $T/T_c$  برای منبع ذخیره‌های مختلف، زیر دمای بحرانی  $T_c$  نشان داده شده است [6]..... 69  
 شکل 4-1: هندسه میکروکاواک از دو سر برآمده را نشان می‌دهد. این دستگاه تحت چرخش حول محور Z ثابت است. زاویه قطبی  $\theta$  نشان داده شده هیچ نقشی در مختصات استوانه‌ای ندارد، اما به

- مختصات خطوط منحنی که صفحات آینه‌ها را توصیف می‌کنند مربوط است (خطوط مشکی پررنگ).  $R$  شعاع انحنای آینه‌ها و  $L$  فاصله بین دو آینه است [8]. 75.....
- شکل 4-2: الف) سطوح مختصات در  $\mu$  ثابت بیضی‌ها هستند. نصف محور کوچکتر با  $\mu$  و دو کانون با  $a$  تعریف می‌شوند. ب) مختصات کروی پخت. یک برش از صفحه  $xz$  برای  $\phi = 0$  نشان داده شده است. [8]. 76.....
- شکل 4-3: الف) طرحی برای انحراف برداری مربوط به بردار یکه متغیر  $n$ ، و ب) میدان برداری  $\mathbf{A}_{00}^n$  در  $z = 0.25L$  [8]. 86.....
- 4-5: الف) نمودار شدت حالت پایه در جهت شعاعی برای  $z = 0.25L$ . ب) نمودار پربندی شدت برای حالت پایه در صفحه  $xy$  برای  $z = 0.25L$  [8]. 88.....
- 4-5: الف) نمودار شدت حالت پایه در جهت شعاعی برای  $z = 0.25L$ . ب) نمودار شدت برای حالت پایه در صفحه  $xy$  برای  $z = 0.25L$  [8]. 89.....
- شکل 5-1: ابرمتراکم‌ساز تابش خورشیدی ..... 101.....
- شکل 5-2: برخورد یک زوج فوتون و جفت‌شدگی با  $\mathbf{k} = 0$  [29]. 104.....

## فصل اول

### چگالش بوز-اینشتین



## 1-1 مقدمه

برخلاف گاز ایده‌آل کلاسیک یا گاز ایده‌آل فرمی-دیراک، گاز بوز-اینشتین یک‌گذار فاز ترمودینامیکی از خود نشان می‌دهد که به چگالش بوز-اینشتین (BEC) مرسوم است. یلن‌گذار فاز برای ذرات بدون برهمکنش اتفاق می‌افتد و ناشی از آمار ذرات است نه برهمکنش بین آن‌ها. در این‌گذار فاز، تمام مشاهده‌پذیرهای ترمودینامیکی دچار تغییر ناگهانی در رفتار خود می‌شوند. در این‌جا کلمه «چگالش» فقط از روی مشابهت صوری با گذار فلین‌گاز و مایع معمولی به کار می‌رود. سرد کردن گازهای نادر در اثر نیروی واندروالس بین اتم‌ها، گاز به صورت چگالیده درآمده، به‌طوریکه قطرات مایع-بخار اشباع شده تشکیل می‌شود. به همین طریق، پایین‌تر از دمای بحرانی  $T_c$  در چگالش بوز-اینشتین، ذرات «گاز نرمال» حال تعادل با ذرات «چگالیده» قرار دارند. اما برخلاف قطرات مایع درون یک گاز، در این‌جا ذرات «چگالیده» در فضای حقیقی از ذرات نرمال جدا نشده‌اند، بلکه در فضای تکانه از یکدیگر جدا هستند. ذرات چگالیده همگی یک حالت تک‌ذره‌ای با تکانه صفر را اشغال می‌کنند، در حالی‌که ذرات نرمال همگی دارای تکانه متنه‌ای هستند. چگالش بوز-اینشتین در ابتدا برای فوتون‌های درون همسپاه غیر خطی ارائه شد، اما چگالش را نمی‌توان برای دستگاه سه بعدی جرم‌دار و یا هلیوم 4 بکار برد، زیرا در دماهای پایین برهمکنش قوی بین ذرات به وجود می‌آید در حالی‌که در چگالش مطرح شده توسط بوز-اینشتین برهمکنش، در نظر گرفته نشده است. در مورد هلیوم 4 از آن‌جایی‌که برهمکنشها قوی هستند و نمی‌توان از آن‌ها صرف‌نظر کرد، بوگولیوبوف معادلاتی را بکار برد که موفقیت چندانی نداشت زیرا معادلات بوگولیوبوف در مورد برهمکنشهای ضعیف صادق است. در نتیجه معادلات خودسازگار گروس-پیتاوسکی در مورد هلیوم 4 به کار برده شد. در این فصل به معرفی برخی مشاهده‌پذیرهایی که در نتیجه چگالش بوز-اینشتین دچار تغییر می‌شوند می‌پردازیم [1,2].

## 1-2 گاز بوز ایده‌آل تحت پتانسیل هماهنگ

همیلتونی دستگاهی با  $N$  ذره بدون برهمکنش به جرم  $M$  تحت پتانسیل هماهنگ

به صورت زیر است

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2M} (p_{xi}^2 + p_{yi}^2 + p_{zi}^2) + \sum_{i=1}^N \frac{M}{2} (\omega_x^2 x_i^2 + \omega_y^2 y_i^2 + \omega_z^2 z_i^2), \quad (1-1)$$

با توجه به تبدیلات کانونی

$$[x_i, p_{xj}] = [y_i, p_{yj}] = [z_i, p_{zj}] = i\hbar\delta_{ij}, \quad (2-1)$$

طیف انرژی دستگاه با رابطه زیر داده می شود

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \hbar(\omega_x n_x + \omega_y n_y + \omega_z n_z) + E_{0,0,0}, \quad (3-1)$$

که در آن  $n_{x,y,z} = 0, 1, 2, \dots$  و  $E_{0,0,0}$  پایین ترین حالت انرژی است

$$E_{0,0,0} = \frac{\hbar}{2}(\omega_x + \omega_y + \omega_z), \quad (4-1)$$

در ترازمندی گرمایی، توزیع بوزون ها روی تراز انرژی رابطه (3-1) بصورت توزیع بوز -

اینشتین زیر است

$$N_{n_x, n_y, n_z} = \frac{1}{\exp[\beta(E_{n_x, n_y, n_z} - \mu)] - 1},$$

$\mu$  و  $\beta \equiv 1/k_B T$  پتانسیل شیمیایی است. تعداد متوسط کل ذرات برابر است با  $N$

$$N = \sum_{n_x, n_y, n_z=0}^{\infty} \frac{1}{\exp[\beta(E_{n_x, n_y, n_z} - \mu)] - 1}, \quad (5-1)$$

هنگامی که  $k_B T$  بیش تر از فاصله بین ترازهای انرژی باشد، در رابطه (5-1) سیگما با

انتگرال جایگزین می شود.

$$\sum_{n_x, n_y, n_z} \dots \rightarrow N_0 + \int_0^{\infty} dE D(E) \dots, \quad (6-1)$$

که  $D(E)$  چگالی حالت ها و  $N_0$  تعداد بوزون ها در پایین ترین حالت انرژی است. چون این

تعداد زیر دمای گذار چگالش بلوتشتین، با نزدیک شدن پتانسیل شیمیایی  $\mu$  به  $E_{0,0,0}$

ماکروسکوپی می شود، جدا نوشته شده است.

$$N_0 = \frac{1}{\exp[\beta(E_{0,0,0} - \mu)] - 1}, \quad (7-1)$$

$D(E)\hbar\omega$ ، تعداد نقاط شبکه  $(n_x, n_y, n_z)$  مشخص می کند که در این بازه انرژی

$E - \hbar\omega < \hbar(\omega_x n_x + \omega_y n_y + \omega_z n_z) \leq E$  قرار دارند. فرض می کنیم که پتانسیل همسانگرد

است، و بیشینه تعداد  $n$ ، از  $E/\hbar\omega$  تجاوز نمی کند. در این صورت  $D(E)\hbar\omega$ ،

تعداد نقاط شبکه  $(n_x, n_y, n_z)$  که رابطه زیر را برآورده می کنند، مشخص می نماید.