بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده علوم پایه

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد فیزیک اتمی و مولکولی

موضوع:

شبیه سازی شکل گیری شبکه های کریستالی ناهمسانگرد و انتشار امواج شبکه غباری در پلاسمای غباری

استاد راهنما:

دکتر سعید میرزانژاد

استاد مشاور:

دکتر فرشاد صحبت زاده

نام دانشجو:

جواد بابایی

شهریور ۱۳۸۹

سپاسگزاری

از زحمات استادان عزیزم جناب آقای « دکتر سعید میرزانژاد » و جناب آقای « دکترفرشاد صحبت زاده »
که با تلاشی شبانه روزی مرا در تدوین برگ برگ این پایان نامه یاری نموده اند
کمال سپاسگزاری را دارم.

تقدیم به:

پدر و مادر عزیزم ...

چکیده

پلاسمای غباری علاه بر یون، الکترون و اتم خنثی که در پلاسماهای معمولی وجود دارند شامل میکرو ذرات کوچکی به نام غبار میباشد . این ذرات غبار که دارای بازه اندازه ای از نانومتر تا چند صد میکرومتر می باشند ، باردار میشوند وبار آنها بر خلاف الکترون ویون ثابت نمی باشد . این ذرات دارای خواص تجمعی هستند و می توانند داخل محیط پلاسما به طور قوی یا ضعیف با یکدیگر جفت شوند.حالت جفت شدگی قوی می تواند باعث ایجاد شبکه ای منظم از غبارها شود . با تفریب خوبی پتانسیل اندرکنشی بین ذرات داخل محیط پلاسما از نوع پتانسیل اندرکنشی یوکاوا می باشد. وقتی تعدادی ذره به داخل محیط پلاسما تزریق می شوند برای آن که بتوان آرایه ای منظم از ذرات ایجاد کرد باید آن ها را به روش های خاصی در ناحیه ی کوچکی از پلاسما محبوس کرد. در محبوس سازی ذرات غبار در پلاسما از پتانسیل الکترواستاتیکی متقارن و نامتقارن استفاده می شود . در این پروژه با استفاده از روش دینامیک ملکولی شبکه ی کریستالی ناهمسانگرد را در پلاسمای غباری با پتانسیل الکترواستاتیکی نامتقارن شبیه سازی نموده ایم . ذرات داخل پلاسما می توانند در ساختارهای یک بعدی ، دوبعدی و سه بعدی بسته به نوع پتانسیل و تعداد ذرات ایجاد شوند . با اعمال شرایط مختلف بر پلاسما ابتدا شبیه سازی را در یک بعد انجام می دهیم و سپس شبیه سازی را به دو و سه بعد گسترش می دهیم . برخی از نتایج با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده اند . شبیه سازی ها به خوبی با مشاهدات در آزمایشات پلاسمای غباری تجربی مطابقت دارند . در پایان نیز تولید و انتشار امواج شبکه غباری برشی و فشاری رادر شبکه های نا همسانگرد مورد بررسی قرار دادیم.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول- پلاسمای غباری ۱

۱-۱- مقدمه ۲

۱-۲- باردار شدن ذره ۴

۱-۲-۱- نظریه مدل اوربیتالی محدود ۶

۱-۲-۲- کاهش بار به علت چگالی بالای ذره ۱۰

۱-۲-۳- گسیل الکترونی ۱۳

۱-۲-۳-۱- تابش الکترون ثانویه ۱۴

۱-۲-۳-۲- تابش فوتوالکتریک ۱۵

۱-۲-۴- به دام اندازی یون ۱۶

۱-۲-۵- نوسانات بار ۱۷

۱-۳- نیروهای وارد بر ذرات ۱۸

۱-۳-۱- نیروی میدان الکتریکی ۱۹

۱-۳-۲- گرانش ۱۹

۱-۳-۳- نیروی کشش یونی ۱۹

۱-۳-۴- نیروی ترموفورتیک ۲۲

۱-۳-۵- نیروی کشش طبیعی ۲۲

۱-۳-۶- نیروهای فشار تابشی ۲۳

۱-۳-۷- پتانسیل برهم کنشی ذره ۲۴

۱-۳-۷-۱- ذرات در پلاسماهای همسانگرد ۲۴

۱-۴- روش های آزمایشگاهی ۲۷

۱-۴-۱- محصور سازی و شناور سازی ذره ۲۸

۱ـ۴ـ۱ـ۱ تخلیه الکتریکی RF ۲۸
۱-۴-۱-۲- تخلیه الکتریکی DC ۳۱
۱-۴-۱-۳- تخلیه الکتریکی با نانو ذرّات ۳۳
۱-۴-۲- روش های اندازه گیری بار ۳۴
۱-۴-۲-۱- چاه پتانسیل ۳۴
فصل دوم- امواج در پلاسمای غباری ۳۶
۲ـ۱ـ سیستم های با جفت شدگی قوی و کریستالی شدن پلاسما ۳۷
۲ـ۱ـ۱ـ نمودار فازی سیستم های ذرات باردار ۳۷
۲-۱-۲-تابع همبستگی ۳۹
۲-۱-۳-تحول فازی ۴۰
۲-۱-۴- مقایسه با کلوئید ها ۴۲
۲-۲- امواج در پلاسمای غباری ۴۵
۲-۲-۱- امواج در پلاسماهای باکوپل شدگی ضعیف ۴۶
۲-۲-۲- خوشه های متناهی و مد های نرمال ۴۹
۲-۲-۲-۱- خوشه های دو بعدی ۴۹
۲-۲-۲-۲- خوشه های سه بعدی : توپ های کولنی ۵۳
فصل سوم- پاشندگی در امواج شبکه غباری ۵۶
۳-۱- مقدمه ۵۶
۳-۲- امواج در کریستال پلاسما ۵۷
۳-۲-۱ امواج در پلاسما های غباری با جفت شدگی قوی ۵۸
۳-۳- روابط پاشندگی مد های برشی و طولی در دو بعد ۵۹
۳-۴- اندازه گیری امواج شبکه غباری برشی و فشاری ۶۱

۳-۵- مخروط ماخ ۶۴
۳-۶- امواج شبکه غباری عرضی ۶۶
۳-۷- فونون های ذاتی ۶۷
فصل چهارم- شبیه سازی دینامیک مولکولی ۷۰
۴-۱- مقدمه ۷۱
۴-۲- شبیه سازی ۷۱
۴-۳- روش های حل معادلات حرکت ۷۳
۴-۳-۱- روش پرش قورباغه ای ۷۳
۴-۳-۲- روش ورلت ۷۴
۴-۴- بی بعد سازی ۷۵
۴-۴-۱- بی بعد سازی به λd ۷۵
۴-۴-۲- بی بعد سازی به ℓ ۷۷
۴-۵- مقادیر اولیه ۷۸
۴-۵-۱- مکان وسرعت اولیه ذرات ۷۸
۴-۵-۲- سرد کردن ۷۸
۴-۵-۳- گام زمانی ۷۹
۴-۵-۵- پتانسیل اندر کنشی بین ذرات ۸۱
۴-۵-۶- پتانسیل محبوس سازی ۸۱
۴-۶- نتایج عددی و مقایسه با آزمایشات ۸۳
۴-۶-۱- زنجیره ی یک بعدی ۸۳
۴-۶-۲- کریستال های دوبعدی ۸۶
۴-۶-۲-۱ خوشه های کولنی دو بعدی نامتقارن ۹۲
۴-۶-۳- خوشه های کولنی سه بعدی ۹۵

۴-۶-۴- اعمال اختلال بر زنجیره خطی از ذرات ۹۷
۴-۶-۵- اعمال اختلال بر بلوردوبعدی همسانگرد ونا همسانگرد ۱۰۰
۴-۷- نتیجه گیری و پیشنهاد ۱۰۶
منابع و ماخذ ۱۰۷

فهرست شکل ها

عنوان **صفحه**

شکل ۱-۱ پتانسیل الکتریکی یک ذره ی غبار **۱۳**

شکل ۱-۲ ذرات به داخل یک ظرف استوانه ای از تخلیه الکتریکی پلاسما رها میشوند **۲۱**

شکل ۱-۳ پتانسیل برهم کنش افقی اندازه گیری شده از برخوردهای دو ذره غبار **۲۵**

شکل ۱-٤ شبیه سازی توزیع دانسیته یونی حول ذره غبار در غلاف پلاسما **۲۷**

شکل ۱-٥ طرحی از ابزار آزمایشگاهی در آزمایشات پلاسمای پیچیده **۳۰**

شکل ۱-٦ الف) کریستال تک لایه با تقارن شش گوشه ای ب) کریستال پلاسمای دو لایه **۳۰**

شکل ۱-۷ ذرات در تخلیه RF با تشکیل محصور سازی **۳۱**

شکل ۱-۸ در پلاسما که شامل ذرات غبار در حجم پلاسما است، معمولاً حفره تشکیل می شود **۳۳**

شکل ۲-۱ سیستم های با جفت شدگی قوی و کریستالی شدن پلاسما **۳۷**

شکل ۲-۲ مسیر ذرات غبار، دمای ذرات غبار،همبستگی جفتی،تابع همبستگی جهتی **۴۱**

شکل ۲-۳ رابطه پاشندگی DAW بدون میرایی **۴۸**

شکل ۲-٤ مشاهده DAW درتخلیه الکتریکی dc **۴۸**

شکل ۲-٥ شکل آزمایشگاهی خوشه های محدود با $N = 3,7,19,20,34,140$ ذره **۵۲**

شکل ۲-٦ 6 ویژه مد از یک خوشه با $N = 3$ با فرکانس های مد متناظر ω^2 ..... **۵۲**

شکل۲-۷ خوشه سه بعدی در آزمایشی با $N = 190$ ذره **۵۴**

شکل ۳-۱ رابطه پاشندگی یک موج شبکه غباری دو بعدی بدون میرایی **۶۰**

شکل ۳-۲ طرحی از ابزار آزمایشگاهی برای ایجاد موج شبکه ای غباری دو بعدی **۶۲**

شکل ۳-۳ رابطه پاشندگی **۶۳**

شکل ۳-٤ مخروط ماخ در پلاسمای غباری **۶۵**

شکل ۳-۵ فنون ها در منطقه اول بریلوئن، یک کریستال تک لایه ای ۶۸

شکل ۳-٦ منحنی های پاشندگی برای فونون های ذاتی ۶۹

شکل ٤-۱ طرحواره الگوریتم روش پرش غورباقه ای..... ۷۴

شکل ٤-۲ شبیه سازی زنجیره کولنی ۱ بعدی به روش دینامیک مولکولی..... ۸۵

شکل ٤-۳ مشاهدات تجربی در آزمایشگاه ۸۵

شکل ٤-٤ شبیه سازی ساختارهای دو بعدی با $N=3-8$ ۸۷

شکل ۴-۵ مکان ذرات در لحظه ۰= t..... ۸۸

شکل ٤-٦ مکان ذرات در لحظه ۳۳۴۰۰ = t..... ۸۸

شکل ٤-۷ مکان ذرات در لحظه ۹۸۳۰۰ = t..... ۸۹

شکل ٤-۸ مکان ذرات در لحظه ۱۲۳۳۰۰= t..... ۸۹

شکل ٤-۹ مکان ذرات در لحظه ۲۲۵۱۰۰= t..... ۹۰

شکل ٤-۱۰ مکان ذرات در لحظه ۲۵۷۰۰۰= t..... ۹۰

شکل ٤-۱۱ مکان ذرات در لحظه ۲۷۵۱۰۰= t..... ۹۱

شکل ٤-۱۲ مکان ذرات در لحظه ۲۸۰۲۰۰= t ۹۱

شکل ٤-۱۳ انرژی کل سیستم و گاما بر حسب زمان..... ۹۲

شکل ٤-۱٤ پیکربندی ذرات در پتانسیل نا متقارن با $n=488\ ,\ \alpha^{-1}=0.01\ ,\ \beta=50$ ۹۳

شکل ٤-۱۵ پیکربندی ذرات در پتانسیل نا متقارن با $n=488\ ,\ \alpha^{-1}=0.01\ ,\ \beta=30$..... ۹۴

شکل ٤-۱٦ پیکربندی خوشه کولنی با $n=26\ ,\ \alpha^{-1}=3.5$..... ۹۵

شکل ٤-۱۷ پیکربندی خوشه کولنی با $n=10\ ,\ \alpha^{-1}=1.5$ ۹۶

شکل ٤-۱۸ پیکربندی خوشه کولنی با $n=38\ ,\ \alpha^{-1}=2.5$ ۹۶

شکل ٤-۱۹ اعمال اختلال بر زنجیره خطی ۲۴ تایی از ذرات..... ۹۷

شکل ٤-۲۰ نمودار $y\propto t$ برای زنجیره۲۴ تایی از ذرات با ضریب اصطکاک بزرگ..... ۹۸

شکل ۴-۲۱ نمودار $y \propto t$ برای زنجیره۲۴ تایی از ذرات با ضریب اصطکاک کوچک ۹۹

شکل ٤-۲۲ تبدیل فوریه از $y \propto t$ و به دست آوردن $A \propto \omega$ ۱۰۰

شکل ٤-۲۳ ایجاد امواج برشی و فشاری در بلور کولنی دو بعدی همسانگرد با اعمال اختلال ۱۰۱

شکل ٤-۲٤ ایجاد امواج برشی و فشاری در بلور کولنی دو بعدی نا همسانگرد با اعمال اختلال ۱۰۲

شکل ٤-۲۵ طرحواره شکل گیری امواج برشی و فشاری با اعمال اختلال ۱۰۲

شکل ٤-۲٦ نمودار $v_x \propto t$ برای بلور کولنی دو بعدی ناهمسانگرد با ۴۸۸ ذره ۱۰۴

شکل ٤-۲۷ تبدیل فوریه از $v \propto t$ و به دست آوردن $A \propto \omega$ درموج فشاری بلور دو بعدی ناهمسانگرد ۱۰۴

شکل ٤-۲۸ نمودار $v_y \propto t$ برای بلور کولنی دو بعدی ناهمسانگرد با ۴۸۸ ذره ۱۰۵

شکل ٤-۲۹ تبدیل فوریه از $v \propto t$ و به دست آوردن $A \propto \omega$ درموج برشی بلور دو بعدی ناهمسانگرد..... ۱۰۵

فهرست جدولها

عنوان **صفحه**

جدول ۱-۱ ..... ۱۰

فصل اول :

پلاسمای غباری

۱-۱- مقدمه

سال ها قبل ستاره شناسان دریافته بودند که در نواحی زیادی از فضا، میکروذرات جامد فراوانی به نام غبار[۱] وجود دارند به طوری که در پلاسمای فضایی جای گرفته اند و اندازه هایی متفاوت از مقیاس نانومتر تا چند صد کیلومتر دارند و فرایندهای شیمیایی روی سطح این ذرات نقشی مهم در فضا بازی می کند. ذرات

[۱] - dust

غبار دارای بار نسبتاً بزرگی هستند و تابش فراسرخ[۱] فضا به حضوراین غبار مربوط است. این نوع از پلاسمارا اغلب پلاسمای غباری[۲] می نامند.

تحقیقات اولیه درباره ی پلاسمای غباری در اوایل سال ۱۹۵۰ شروع شد و پیشرفت در این شاخه تا کنون ادامه پیدا کرده است. امروزه پلاسمای غباری به عنوان شاخه ای کاملاً جدید، از تحقیقات در زمینه ی فیزیک پلاسما ظهور یافته است. علاوه بر الکترون ها، یون ها و اتم های خنثی در پلاسماهای معمولی، پلاسمای غباری شامل ذراتی بزرگ در اندازه هایی از نانومتر تا میکرومتر می باشد. پلاسماهای غباری در موقعیت های نجومی، مثلاً در حلقه های زحل، دم ستاره های دنباله دار، یا در ابرهای بین ستاره ای موجود می باشند[۱]. در فرآیند تولید پلاسماهای آزمایشگاهی، ذرات غبار از ذراتی ریز تا ذراتی با سایز نانومتر در گاز بر هم کنشی رشد می کنند[۲]. خارج کردن این چنین ذراتی که در داخل پلاسما رشد می کنند بحثی ضروری در ساخت تراشه های کامپیوتری می باشد. در مقابل، برای ساخت مواد با خواص جدید، از قبیل سلول های خورشیدی با راندمان بهبود یافته، می توان از لایه های نازکی که ذرات غبار در ترکیب آن ها قرار داده می شوند، استفاده کرد.

در مطالعات ابتدایی میکرو ذرات جامد به شکل ایزوله توصیف می شدند و به ندرت بر هم کنش قابل توجهی بین آن ها در نظر گرفته می شد. در اوایل سال ۱۹۹۰ کشفیاتی چند این وضعیت را دچار تغییر ساخت؛ این کشفیات مربوط به وضعیتی بودند که بر هم کنش ذرات غبار با یکدیگر و با دیگر اجزای پلاسما قابل توجه و حتی بسیار قوی بودند. یک خاصیت سحرآمیز پلاسماهای غباری این است که ذرات می توانند در ساختارهای منظم شبکه ای قرار بگیرند، این چنین ساختارهایی «شبکه پلاسما»[۳] نامیده می شوند[۳]. در پلاسما، ذرات غبار به واسطه ی شار الکترونی و یونی روی آن ها بار منفی بزرگی از صدها تا هزاران برابر بار الکترون

---

۱ - infrared
۲ - dusty plasma
۳ - crystal plasma

به دست می آورند. آنگاه،انرژی بر هم کنش کولنی ذرات غبار به مراتب بر انرژی گرمایی شان فزونی می گیرد، این چنین سیستمی را سیستم با جفت شدگی قوی می گویند. در این حالت ذره بینی ویدئوئی اجازه ی مشاهده ی آسان گام های زمانی و مکانی حرکت ذره را به ما می دهد، و میرایی اصطکاکی تضمین می کند که دینامیک تک ذرات قابل مشاهده خواهند بود. بنابراین، پلاسماهای غباری برای بررسی ساختارهای شبکه ای، پلاسماهای غباری مایع و جامد، گذار فازی، امواج و بسیاری پدیده های دیگر در سطح جنبشی ذره دارای توانایی و قابلیت می باشند.

پلاسماهای غباری همچنین مجموعه ای از مفاهیم فیزیکی و تشابهاتی مشترک با پلاسماهای غیر خنثی مانند پلاسماهای کاملاً یونی در تله های پل و پنینگ [۴]، و سوسپانسیون های کلوئیدی [۵] که ذرات پلاستیکی باردار، در محلولی آبی غوطه ور هستند را نیز دارا می باشد.

۱-۲- باردار شدن ذره

هنگامی که ذره ای از ماده ی جامد در پلاسما شناور می شود، بار الکتریکی به دست می آورد. دلیل علاقه به این ذره در بسیاری از حالات، همین بار الکتریکی می باشد. بنابراین دانستن این مطلب که بار این ذره چه مقدار است، بسیار مورد توجه می باشد.

پلاسماهای معمولی شامل الکترون و یون به اندازه ی کافی پیچیده می باشند، اما حداقل می توان اطمینان داشت که بار اجزای سازنده ی پلاسما مشخص است. برای یک پلاسمای غباری، شخص در این باره نیز نمی تواند مطمئن باشد. به طور کلی، بار روی ذره ی غوطه ور در پلاسما نامعلوم است و به سایز ذره و وضعیت پلاسما بستگی دارد. بار ثابت نیست، بلکه به عنوان مثال می تواند به شکل کاتوره ای به عنوان مثال در پاسخ به نوسانات پارامترهای پلاسما از قبیل چگالی الکترون نوسان کند.

برای محاسبه ی بار یک ذره چندین مدل نظری و چندین روش آزمایشگاهی وجود دارد. ولی عموماً، هیچ یک از آن ها نتیجه ای با دقت کامل نخواهند داشت. اینجا ما مدل های نظری باردار شدن ذره را مورد مطالعه قرار میدهیم. این مدل ها همچنین درکی مفهومی را از این که بار چگونه با پارامترهای پلاسما و زمان تغییر می کند، ایجاد می کنند.

متداول ترین مدل، نظریه «حرکت مداری محدود»[۱] نامیده می شود که یون ها را غیر برخوردی فرض می کند و این مدل اینجا مورد بازبینی قرار می گیرد. مانند دیگر تئوری های باردار شدن، این مدل همچنین برای محاسبه ی بار و پتانسیل اجسام بزرگ تر در پلاسما، مانند فضاپیما و یا میله ی پتانسیل لانگمور قابل استفاده است.

مدل دیگر که برای پلاسماهای با یون های غیربرخوردی طراحی شده است، روش ABR[۲] [۶] می باشد . از آنجایی که غبار اغلب به طور عادی در پلاسماهایی با دمای الکترونی T_e زیر $10\,eV$ وجود دارد، در این شرایط پلاسما معمولاً کاملاً یونیزه نیست، به طوری که یون ها با مولکول های گاز خنثی برخورد می کنند. اگر مسیر آزاد میانگین برای برخوردهای یون- خنثی خیلی بزرگ تر از طول دبای برای الکترون ها و یون ها در پلاسما باشد، آن گاه منطقی است که از برخورد های یون- خنثی در به دست آوردن بار صرف نظر کنیم. در شرایط آزمایشگاهی که طول حفاظ نوعاً $1mm$ یا کمتر است، برخورد در فشارهای بزرگتر از تقریباً $100\ pa$ می تواند قابل ملاحظه باشد.

مدل های دیگری نیز وجود دارند که برای محاسبه ی عددی کاربرد دارند که در انتهای این قسمت به طور خلاصه ذکر می شوند.

---

۱ - Orbital-motion limited theory

۲ – Allen-Boyd-Reynolds

۱-۲-۱- نظریه حرکت مداری محدود

بیشتر نظریه ها ، برای پیشگویی بار ذره ی غبار در یک پلاسما، ابتدا برای مدل سازی میله ی الکترواستاتیکی، در پلاسما ایجاد شده بودند. ذره ی غبار تنها یک جسم جامد شناور در پلاسماست. شخص می تواند ذره ی غبار را به عنوان میله ای[۱] کوچک در نظر بگیرد، به جز اینکه سیمی به آن وصل نیست. نقطه ی شروع این تئوری ها محاسبه ی جریان الکترونی و یونی بر میله است. هنگامی که شرط $a \langle\langle \lambda_d \langle\langle \lambda_{mfp}$ اعمال می شود، جریان ها راجریان «مدار- محدود» می نامند. که a شعاع ذره، λ_d طول حفاظ یا طول دبای و λ_{mfp} مسافت آزاد میانگین برخوردی بین اتم های گاز خنثی و الکترون ها و یون های دیگر است. در این حالت، جریان ها با این فرض محاسبه می شوند که اگر الکترون ها و یون ها مدار غیر برخوردی شان سطح میله راقطع کند گردآوری می شوند.علاوه بر این فرض می شود که جریان ها به طور نامحدود قابل تقسیم هستند؛ یعنی از طبیعت گسسته ی بار الکترونی صرف نظر می شود.

مدل های تحلیلی شامل مدل OML معمولاً فرض می کنند که ذرات کروی هستند و دارای سطح هم پتانسیل می باشند. در این حالت حتی اگر ذرات از مواد غیر رسانا ساخته شده باشند، می توانند به عنوان یک خازن مدل سازی شوند. آن گاه بارذره غبار Q_d به پتانسیل سطح ذره φ_S(نسبت به پتانسیل پلاسما از صفر) به وسیله ی رابطه ی زیر ارتباط پیدا می کند:

$$Q_d = C\phi_s \qquad (۱-۱)$$

که C ظرفیت ذره ی داخل پلاسما می باشد. برای یک ذره ی کروی که شرط $a \langle\langle \lambda_d$ را برآورده می کند ظرفیت چنین خواهد بود [۷]:

$$c = 4\pi\varepsilon_{\cdot} a \qquad (۲-۱)$$

[۱] - probe

اگر ذره از ماده ای رسانا ساخته نشده باشد و اگر در یک پلاسمای ناهمسان گرد، به طور مثال پلاسمایی با شار یونی قرار گیرد، آن گاه سطح آن ممکن است هم پتانسیل نباشد و معادلات بالا در محاسبه ی دقیق بار ذره کارایی نداشته باشند. برای وضعیت هایی با ذرات دی الکتریک شناور در پلاسمای با شار یونی به جای استفاده از مدل OML، می توان از شبیه سازی عددی بهره گرفت . اینجا ما تنها روش OML را بررسی می کنیم.

برای مجموعه ای از الکترون ها و یون ها با توزیع حرارت ماکسولی دردمای تعادل T_e و T_i جریان های مدار محدود برای یک ذره ی کروی مجزا چنین می باشند [۷] :

$$I_e = I_{0e}\exp(e\phi_s / kT_e) \qquad \phi_s \langle 0 \quad , \tag{۳-۱}$$

$$I_e = I_{0e}(1 + e\phi_s / kT_e) \qquad \phi_s \rangle 0$$

$$I_i = I_{0i}\ \exp(-q_i\phi_s / kT_i) \qquad \phi_s \rangle 0$$

$$I_i = I_{0i}(1 - q_i\phi_s / kT_i) \qquad \phi_s \langle 0$$

که اینجا $q_i = z_i e$ بار الکتریکی یون ها می باشد. ضرایب I_{0e} و I_{0i} جریانی که برای $\phi_s = 0$ جمع می شود را نشان می دهد که به وسیله ی فرمول زیر داده می شود:

$$I_{0\alpha} = n_\alpha q_\alpha \sqrt{\frac{kT_\alpha}{m_\alpha}}\pi a^2 f_\alpha(u, \upsilon_{th}) \quad , \tag{۴-۱}$$

که n_α چگالی عددی جزء α پلاسما می باشد. و $f_\alpha(u, \upsilon_{th})$ تابعی نسبتاً پیچیده از سرعت حرارتی $\upsilon_{th} = (2kT_\alpha / m_\alpha)^{1/2}$ و سرعت سوق u بین پلاسما و ذرات است که می تواند از معادله ی۴-۴ مرجع ۱۶ به دست آید. در شرایط حدی سرعت های سوق کوچک و بزرگ عبارتی ساده برای f_α پیشنهاد شده است که به مقادیر زیر برای $I_{0\alpha}$ منجر می شود:

$$I_{0\alpha} = 4\pi a^2 n_\alpha q_\alpha \sqrt{\frac{kT_\alpha}{2\pi m_\alpha}} \qquad u/\upsilon_{th} \langle\langle 1 \quad , \tag{۵-۱}$$

$$I_{0\alpha} = \pi a^2 n_\alpha q_\alpha u(1-\frac{2q_\alpha \phi_s}{m_\alpha u^2}) \qquad \frac{u}{\upsilon_{th}} \rangle\rangle 1 \quad , \tag{۶-۱}$$

اکنون ما به محاسبه ی Q بر پایه ی این جریان ها نیاز داریم. با صرف نظر کردن از طبیعت گسسته بار الکترون، جریان ها کمیت هایی پیوسته هستند و بار Q ذرات غبار می تواند به جای این که با مضاربی صحیح از بار الکترونی تغییر کند، دارای تغییرات ملایمی باشد. ذره ای با بار صفر که در پلاسما شناور است، به تدریج با جمع کردن جریان های الکترونی و یونی بر طبق رابطه ی زیر شروع به افزایش بار می کند:

$$\frac{dQ_d}{dt} = \sum_\alpha I_\alpha \quad , \tag{۷-۱}$$

برای یافتن وضعیت تعادل، می توان سمت چپ معادله (۱-۷) رامساوی صفر قرار داد این عمل پتانسیل حالت پایا ϕ_{fl} و بار حالت پایا $\langle Q_d \rangle$ را به ما می دهد،

$$\phi_{fl} = \langle \phi_s \rangle = K_\phi T_e \quad , \tag{۸-۱}$$

$$\langle Q_d \rangle / e = K_Q a k T_e \quad , \tag{۹-۱}$$

که ضرایب K_ϕ و K_Q توابعی از T_i/T_e و m_i/m_e و سرعت شار یونی هستند که باید به شکل عددی محاسبه شوند.برخی مقادیر مورد استفاده برای این ضرایب در جدول ۱-۱، برای حالتی که هیچ جریان یونی ای نداریم لیست شده اند.

اگر ذرات الکترون ساطع نکنند قطبش بار ذرات غبار و پتانسیل سطحی، منفی خواهد بود. چرا که الکترون ها سرعت گرمایی بزرگتری از یون ها دارند. از طرف دیگر، اگر ذره غبار به علت برخورد الکترون های پر انرژی و فوتون های فرا بنفش الکترون ساطع کند(یعنی گسیل ثانویه یا فوتوالکتریک) ، ذره می تواند دارای بار مثبت شود. این حالت معمولاً در پلاسماهای فضایی و نجومی رخ می دهد که چگالی الکترون و