بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده علوم – بخش فیزیک

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد فیزیک

تحت عنوان:

بررسی خواص تابشی اتم در کاواک فابری پرو

استاد راهنما:

دکتر محمدرضا مطلوب

مؤلف:

مریم السادات لاجوردی

آذر ماه ۱۳۸۱

بسمه تعالی

این پایان نامه
به عنوان یکی از شرایط احرازدرجه کارشناسی ارشد
به

بخش فیزیک
دانشکده علوم،دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچ گونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبورشناخته نمی شود.

دانشجو : مریم السادات لاجوردی

استاد راهنما : دکتر محمد رضا مطلوب

داور ۱ : دکتر جعفر جهانپناه

داور ۲ : دکتر مجید رهنما

داور ۳ :

داور ۴ :

تقدیم به

فرشتگان آسمان زندگیم

پدر و مادر مهربانم

آنها که زندگیم برایشان همه رنج بود

و وجودشان برایم همه مهر

تشکر و قدردانی

سپاس خداوند متعال را که توفیق به اتمام رساندن این پایان نامه را نصیب اینجانب گردانید. برخود لازم می دانم از جناب آقای دکتر محمدرضا مطلوب که در کلیهٔ مراحل انجام این کار از راهنمائیهای ارزشمندشان بهره گرفتم تشکر و قدردانی نمایم. امید است که این رهنمون ها همچنان در آینده شامل حال من باشد. از خداوند متعال توفیق روزافزون ایشان را مسئلت دارم.

همچنین از جناب آقای دکتر جعفر جهانپناه و جناب آقای دکتر مجید رهنما که داوری این پایان نامه را بر عهده داشتند کمال تشکر و قدردانی را می نمایم.

از خانواده عزیزم که همواره با حمایتهای بی دریغشان زمینه ساز پیشرفت و موفقیت من در تمام مراحل زندگی بوده اند تشکر نموده و از خداوند بزرگ سلامتی و بهروزی آنها را خواستارم.

از همهٔ دوستان عزیزی که در مراحل انجام کار این پایان نامه از راهنمائیهایشان استفاده کرده ام تشکر نموده و امیدوارم همواره موفق و سربلند باشند.

لاجوردی

آذر ماه ۱۳۸۱

چکیده:

در این پایان نامه قصد داریم خواص تابشی اتم در کاواک فابری پرو را بررسی کنیم. برای این منظور آهنگ گسیل خود به خود اتم برانگیخته و جابجایی لمب اتم را به روش تابع گرین محاسبه خواهیم کرد.

آهنگ گذار اتم برانگیخته را قاعده طلایی فرمی توصیف می کند. جابجایی لمب اتم به کمک تفسیر ولتون با اضافه کردن ثابت میرایی در معادله حرکت هایزنبرگ مربوط به افت و خیز مکان الکترون قابل محاسبه می باشد. خواص تابشی اتم را می توان از ترکیب قضیه اتلاف - افت و خیز و فرمول کیوبو با قسمت موهومی تابع گرین پتانسیل برداری مربوط کرد. با محاسبه شکل تابع گرین در کاواک به بررسی این خواص برای اتم در کاواک فابری پرو می پردازیم.

فهرست مطالب

عنوان	صفحه

فصل اول

مقدمه

از آنجایی که الکترودینامیک کوانتمی نظریه موفقی در توجیه بسیاری از پدیده ها می-باشد و حالت خلأ کوانتمی کلیدی برای درک بیشتر این پدیده ها است، بنابراین لازم است که نگاهی دقیق به ایده های فیزیکی پیرامون خلأ کوانتمی در الکترودینامیک داشته باشیم. در این چارچوب پدیده هایی نظیر گسیل خود به خود،[1] نیروی واندروالس،[2] پهنای خط لیزر،[3] جابجایی لمب[4] و نیروی کازیمیر[5] قابل بررسی می باشند.

با مطرح شدن مسئله تابش جسم سیاه، نظریه کوانتیزه کردن میدانهای الکترومغناطیسی توسط پلانک و انیشتین عنوان شد. از کوانتش میدان الکترومغناطیسی درفضای تهی[۱] در می-یابیم که انرژی میدان الکترومغناطیسی در حالت خلأ صفر نیست. انرژی نقطه صفر تصویر جدیدی از خلأ را در ذهن ایجاد می کند. حقیقت غیر قابل انکار میدان نقطه صفر در پدیده های ماکروسکوپی نظیر نیروی کازیمیر و در سیستم های میکروسکوپی مانند خواص تابشی اتم یا مولکول کاملاً مشخص است.[۲]

ترازهای انرژی اتم در فضای تهی بواسطه برهم کنش با میدانهای کوانتمی خلأ دچار اختلال می شوند. این جفت شدگی، خواص تابشی اتم از جمله جابجایی لمب [۳،٤] و گسیل خود به خود اتم یا مولکول برانگیخته [۱] را توجیه می کند.خواص تابشی اتم با دقت بالایی توسط الکترودینامیک کوانتمی قابل محاسبه است. برای حالتی که اتم در فضای تهی است بین نتایج تجربی و نظری توافق خوبی وجود دارد. اما واقعیت امر این است که اتم هرگز به صورت

۱-Spontaneous emission
۲- Van der waals force
۳- Linewidth of a laser
٤ Lamb shift
٥- Casimir effect

منفرد در فضای تهی قرار نمی گیرد. معمولاً اتمها در فاصله محدودی از سطوح رسانا یا نارسانا قرار می گیرند. وجود سطح یا سطوح مرزی اساساً ساختار میدانهای افت وخیزکننده خلأ را تغییر می دهند. این امر نشان می دهد که خواص تابشی اتم ها یا مولکول ها جزء خواص ذاتی آنها نیستند. شاخه ای از فیزیک که امواج الکترومغناطیسی در حضور مرز و خواص تابشی اتم در این میدانها را بررسی می کند الکترودینامیک کوانتمی در کاواک نامیده می شود. محاسبات گوناگونی برای بررسی جابجایی لمب و آهنگ گذار اتم برانگیخته جلو آینه، داخل کاواک فابری پرو، مقابل سطح دی الکتریک وسایر هندسه ها انجام شده است.[۷-۵]

در این پایان نامه قصد داریم خواص تابشی اتم در کاواک فابری پرو را بررسی کنیم. برای این منظور در ابتدای فصل دوم روش کوانتیزه کردن میدان الکترومغناطیسی بر حسب توابع مد عنوان شده است. در این روش می توان میدان الکترومغناطیسی را با وابسته کردن نوسانگرهای هماهنگ ساده کوانتمی بجای نوسانگرهای کلاسیک به هر مد تابش به آسانی کوانتیزه کرد. از معایب این روش این است که به سادگی قابل تعمیم به مسائل با هندسه های مختلف نمی باشد. سپس خواص تابشی اتم در فضای تهی را بررسی می کنیم. در این راستا محاسبات مربوط به آهنگ گسیل خود به خود اتم برانگیخته [۱] و جابجایی لمب اتم به روش بت[1] [۳] و ولتون[2] [٤] را مطرح می کنیم.

در فصل سوم به محاسبه آهنگ گذار و جابجایی لمب اتم به روش تابع گرین می پردازیم. روش تابع گرین یکی از روشهای کوانتش میدان الکترومغناطیسی است و در آن از معادلات ماکروسکوپی ماکسول استفاده می شود. از مزایای این روش قابلیت تعمیم آن برای هندسه های

۱-H. A. Bethe
۲- T. A. Welton

مختلف از قبیل فضای همگن، نیم فضا، تیغه و کاواک است. از ترکیب قضیه اتلاف- افت و خیز [1] و فرمول کیوبو [2] [۸] با قسمت موهومی تابع گرین پتانسیل برداری، آهنگ گسیل خود به خود و جابجایی سطوح انرژی را محاسبه می کنیم [۹]. مزیت استفاده از روش تابع گرین در محاسبه خواص تابشی اتم این است که نیازی به معلوم بودن شکل صریح پتانسیل برداری برای هندسه های متفاوت نیست.تنها با در دست داشتن شکل تابع گرین برای هندسه مورد نظر می توان خواص تابشی را محاسبه کرد.

در فصل چهارم به محاسبه خواص تابشی اتم در کاواک فابری پرو [3] به روش تابع گرین می پردازیم. برای این منظور ابتدا شکل تابع گرین در کاواک را بدست می آوریم و سپس آهنگ گذار و جابجایی لمب اتم را بکمک روش تابع گرین محاسبه می کنیم.

۱- Fluctuation dissipation theorem

۲- Kubo's formula

۳- Fabry-perot cavity

فصل دوم

بررسی خواص تابشی اتم
در فضای تهی

۲-۱ کوانتش میدان الکترومغناطیسی در فضای تهی به روش توابع مد

در اِین روش ابتدا از معادلات ماکسول، در غیاب منبع خارجی شروع می کنیم و معادله موج حاکم بر پتانسیل برداری را بدست می آوریم. سپس جواب این معادله دیفرانسیل را بر حسب توابع مد یک مکعب به ابعاد L بسط می دهیم و جواب بدست آمده را به حالت کوانتمی تبدیل می کنیم. به کمک پتانسیل برداری کوانتیزه شده می توانیم عملگرهای میدانهای الکتریکی و مغناطیسی را محاسبه کنیم.

معادلات ماکسول برای میدانهای الکترومغناطیسی در محیطی غیر مغناطیسی و در غیاب چشمه عبارتند از :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{۲-۱}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 0 \tag{۲-۲}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{۲-۳}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \tag{۲-٤}$$

چنانچه میدانها و معادلات ماکسول را بر حسب پتانسیل اسکالری ϕ و پتانسیل برداری $\boldsymbol{A}$ بنویسیم، کوانتش میدان الکترومغناطیسی ساده خواهد بود.

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A} \tag{۲-۵}$$

$$\boldsymbol{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \tag{۲-٦}$$

از آنجایی که ϕ و A موجود در دو معادله بالا کمیتهای منحصر بفرد نیستند، بنابراین در انتخاب پتانسیل اسکالری و پتانسیل برداری اختیاراتی داریم. لذا ضمن انتخاب پیمانه کولن $\nabla \cdot \boldsymbol{A} = 0$ و $\phi = 0$ در غیاب چشمه، معادله (۲-٦) به صورت زیر خواهد بود.

$$\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \tag{۲-۷}$$

با قرار دادن رابطه های (۲-۵) و (۲-۷) در رابطه (۲-٤) و در نظر گرفتن پیمانه کولن، داریم:

$$\nabla^2 \boldsymbol{A} - \frac{1}{c^2}\ \frac{\partial^2 \boldsymbol{A}}{\partial t^2} = 0 \qquad (۲-۸)$$

در اینجا سعی می کنیم که این معادله را به شکلی حل کنیم که گذار به محدوده کوانتمی را ساده تر کند. برای این منظور ناحیه مکعب شکلی به ضلع L و حجم $V = L^3$ در نظر می گیریم. در این ناحیه می توان پتانسیل برداری را بر حسب توابع مد این جعبه فرضی، که یک مجموعه کامل متعامدند، بسط داد. توابع مد جعبه فرضی بایستی در شرایط مرزی دوره ای صدق کند.

$$A(x+L, y+L, z+L, t) = A(x=0\ , y=0\ , z=0\ , t) \qquad (۲-۹)$$

لذا مولفه های بردار موج $\boldsymbol{k}$ مقادیر گسسته

$$(k_x\ , k_y\ , k_z\ ) = \frac{2\pi}{L}(n_x\ , n_y , n_z\ ) \qquad (۲-۱۰)$$

را بخود می گیرند که n مقدار صحیحی است. جواب معادلهٔ (۲-۸) عبارتست از:

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k(t) e^{i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{r}} \qquad (۲-۱۱)$$

شرط پیمانه کولن در صورتی صادق است که:

$$\boldsymbol{k}.\boldsymbol{a}_k(t) = 0 \qquad (۲-۱۲)$$

بنابراین به ازاء هر $\boldsymbol{k}$ مفروض دو جهت مستقل برای $a_k(t)$ وجود دارد که می توانیم جواب (۲-۱۱) را به صورت کلی تر بازنویسی کنیم.

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) = \sum_{\lambda=1,2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \boldsymbol{e}_{k\lambda}\, a_{k\lambda}(t) e^{i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{r}} \qquad (۲-۱۳)$$

$\mathbf{e}_{k\lambda}$ بردار یکه در جهت بردار قطبش می باشد. با اعمال شرایط مرزی مناسب [۱] بر روی این جواب، به عبارت زیر می رسیم.

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\lambda=1,2} \left(\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 L^3 \omega_k}\right)^{1/2} \boldsymbol{e}_{k\lambda} \left[a_{k\lambda}(t) e^{i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{r}} + a^{*}_{k\lambda}(t) e^{-i\boldsymbol{k}.\boldsymbol{r}}\right] \qquad (۲-۱٤)$$

عبارت داخل پرانتز ضریب بهنجارش و $\omega_k = c|\boldsymbol{k}|$ می باشد. در نوشتن پتانسیل برداری، آن را به