

**بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ**



دانشگاه مازندران  
دانشکده فنی و مهندسی

016180

موضوع:

**استفاده از طرح اقلاب مصنوعی ماتریسی در حل معادلات  
اویلر تراکم پذیر حول برآمدگی ها**

**جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد  
رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی**

استاد راهنما:

آقای دکتر مفید گرجی

نگارش: کاظم جواهری

خرداد ۱۳۸۰

۳۹۲.۱



دانشگاه مازندران  
دانشکده فنی و مهندسی

موضوع:

## استفاده از طرح ائتلاف مصنوعی ماتریسی در حل معادلات اویلر تراکم پذیر حول برآمدگی ها

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد  
رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی

استاد راهنما:

آقای دکتر مفید گرجی

استاد مشاور:

آقای دکتر صدیقی

نگارش: کاظم جواهری

خرداد ۱۳۸۰

کتابخانه  
دانشگاه مازندران  
فصل ۱۳۸۰

باسمه تعالی



دانشگاه مازندران  
معاونت آموزشی  
تحصیلات تکمیلی

## ارزشیابی پایان نامه در جلسه دفاعیه

دانشگاه مازندران

شماره دانشجویی : ۷۷۴۷۰۲

نام و نام خانوادگی دانشجو : کاظم جواهری

مقطع : کارشناسی ارشد

رشته تحصیلی : مهندسی مکانیک - تبدیل انرژی

سال تحصیلی : نیمسال دوم ۸۰-۱۳۷۹

عنوان پایان نامه :

استفاده از طرح اتلاف مصنوعی ماتریسی در حل معادلات اویلر تراکم پذیر حول

برآمدگی ها

تاریخ دفاع : ۱۳۸۰/۳/۹

نمره پایان نامه (به عدد) : ۱۷/۱۵

نمره پایان نامه (به حروف) : سیزده و یک دهم

هیات داوران :

امضا

استاد راهنما : دکتر مفید گرجی

امضا

استاد مشاور : دکتر کورش صدیقی

امضا

استاد مدعو : دکتر محمد مقیمان

امضا

استاد مدعو : دکتر علی اصغر باستانی

امضا

نماینده کمیته تحصیلات تکمیلی : دکتر علی اکبر رنجبر کنی

گروه آموزشی مکانیک

## تشر و قدردانی

در اینجا از استاد گرامی آقای دکتر مفید گرجی بعنوان یک دوست و یک معلم عزیز که در طی این پایان نامه راهنمایی ها و کمک های ارزنده و بی دریغی را نسبت به اینجانب داشته اند تشکر و قدردانی می نمایم .

از استاد گرامی آقای دکتر محمد مقیمان که در طی این کار پژوهشی بویژه در هنگام مطالعه پایان نامه راهنمایی های مفیدی را داشته اند تشکر می کنم .  
از آقایان مهندس مجید ملک جعفریان و مهندس سعید جاویدی نیرومند و مهندس مرتضی آسیابان عنبرانی و همچنین خانواده عزیزم که در طی این پایان نامه همواره به شکل های مختلفی به بنده کمک نموده اند سپاسگزاری می نمایم .

تقديم به :

مادر صبور و مهربانم و روح بانند پدرم

## چکیده

برای حل جریان های تراکم پذیر در سرعت های حدود صوت ، حول اجسام از معادلات ناویر استوکس و اویلر استفاده می شود . ابتدا معادلات را به فرم انتگرالی نوشته سپس به کمک طرح تفاضل مرکزی آنها را انفصالی کرده ایم . مشکل اساسی در حل معادلات این است که به علت پدیده شوک در جریان ، حل ناپیوسته می گردد . برای رفع این مشکل از طرح های اتلاف مصنوعی استفاده شده است . در کار حاضر طرح اتلاف مصنوعی ماتریسی برای حل حالت پایدار معادلات ناویر استوکس معرفی می گردد . سپس نتایج آن با جواب های حاصله از طرح اتلاف مصنوعی اسکالر مقایسه شده است . نتایج گویای دقیق تر بودن حل جریان با اعمال طرح اتلافی ماتریسی در مقایسه با طرح اتلافی اسکالر ، بخصوص در نزدیکی شوک ها می باشد .

## فهرست عناوین

فصل اول - مقدمه و مروری بر کارهای گذشته.....۱

۱-۱) مقدمه.....۱

۱-۲) ایده های اصلی و روش های عددی.....۲

۱-۳) فلویپارت های عددی گام زمانی.....۲

۱-۴) اتلاف مصنوعی.....۳

فصل دوم - معادلات ماکم و روش حجم محدود.....۴

۲-۱) دیباچه.....۴

۲-۲) معادلات ماکم.....۵



۲-۳) روش حجم ممدود.....۶

فصل سوم - روش مل عددی معادلات ماکم.....۱۰

۱-۳) دیباچه.....۱۰

۲-۳) مروری بر طرح های چند مرحله ای.....۱۲

۳-۳) طرح گام زمانی رانگ کوتا.....۱۳

۳-۴) گام زمانی موضعی.. .....۱۵

۳-۵) متوسط ضمنی مانده ها.....۱۶

فصل چهارم - اتلافات مصنوعی.....۱۸

۱-۴) مقدمه.....۱۸

۲-۴) طرح اتلاف مصنوعی اسکالر.....۲۱

۳-۴) طرح Upwind.....۲۲

۴-۴) طرح اتلاف مصنوعی ماتریسی.....۲۴

فصل پنجم - ارائه نتایج برای ۳ حالت در نظر گرفته شده.....۲۷

۱-۵) معرفی ۳ حالت مورد نظر.....۲۷

۲-۵) ارائه نتایج جهت نمونه حالت شماره ۱.....۳۰

۳-۵) ارائه نتایج جهت نمونه حالت شماره ۲..... ۳۴

۴-۵) ارائه نتایج جهت نمونه حالت شماره ۳..... ۳۴

نتیجه گیری کلی..... ۳۵

پیشنهادهای..... ۳۶

شکل ها..... ۳۷

فلوچارت..... ۵۴

فصل ششم - متن برنامه کامپیوتری..... ۵۶

منابع..... ۸۲

## فهرست علائم

سرعت صوت	$a$
مساحت المان محاسباتی	$A$
ثابت های تابع وزنی طرح شبکه تطبیقی	$A, B$
ماتریس های ژاکوبین در جهات $x$ و $y$	$ A ,  B $
طول وتر در نمونه ها	$C$
سرعت صوت	$C$
عدد کورانت - فردریش - لوی	$CFL$
عدد کورانت مجاز	$CFL^*$
عملگر های تفاضلی	$D_x, D_y$
جملات اتلاف مصنوعی در جهات $x$ و $y$	$D_x(W), D_y(W)$
بردارهای شار جابجایی	$E_i, F_i$
مجموع انرژی داخلی و جنبشی	$e$
جمله چشمه غیر لزج	$H_i$
انتالپی کل	$H$
مقیاس طول	$L$
عدد ماخ جریان آزاد	$M_\infty$
مقدار بی بعد فشار	$P$
عدد پرانتل	$Pr$
شار ( در طرح اتلاف مصنوعی ماتریسی )	$q$

مقدار باقی مانده در المان $(i, j)$ ام	$R_{i,j}$
مقدار متوسط باقی مانده در المان $(i, j)$ ام	$\bar{R}_{i,j}$
عدد رینولدز جریان آزاد	$Re_o$
کل مساحت سطح المان $(i, j)$ ام	$S_{i,j}$
سویچ جمله اتلاف مصنوعی	$S_{i,j}$
بردارهای سطح المان در جهات $x$ و $y$	$S_1, S_2$
بردارهای سطح المان در جهات $x$ و $y$	$S_x, S_y$
زمان	$t$
مقدار مطلق دمای جریان آزاد	$\bar{T}_o$
مقدار بی بعد دما	$T$
ماتریس مقادیر ویژه راست ماتریس های ژاکوبین	$T$
مقادیر بی بعد سرعت در جهات $x$ و $y$	$u, v$
متغیر مستقل جریان	$W$
مقادیر بی بعد طول در جهات افق و قائم	$x, y$
ضریب طرح گام زمانی رانگ کوتاه	$\alpha_q$
جابجایی وجه المان $(i, j)$ ام در جهات $x$ و $y$	$\Delta x, \Delta y$
گام زمانی	$\Delta t$
اپراتور های تفاضلی مرتبه دوم در جهات $x$ و $y$	$\delta_x^2, \delta_y^2$
پارامتر های هموار ساز	$\varepsilon_x, \varepsilon_y$
ضرایب تطبیقی مرتبه دوم و چهارم	$\varepsilon_{i+1/2,j}^2, \varepsilon_{i+1/2,j}^4$
فاکتور وزنی طرح گام زمانی رانگ کوتاه	$\gamma_{nq}$
متوسط شعاع ضمنی ماتریس های ژاکوبین المان $(i, j)$ ام در جهات $x$ و $y$	$\lambda_{i,j}, \eta_{i,j}$
مقادیر ویژه ماتریس های ژاکوبین	$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

ماتریس قطری شامل مقدار مطلق مقادیر ویژه ماتریس های ژاکوبین	$ A $
لزجت فیزیکی	$\mu$
مقدار بی بعد چگالی	$\rho$
حجم المان محاسباتی	$\Omega$



## فصل اول

### مقدمه و مروری بر کارهای گذشته

#### 1-1) مقدمه

کاربرد روشهای عددی در آنالیز مسائل مکانیک، در این زمانه آنقدر گسترده شده است که بی جا نیست اگر بگوییم محاسبات عددی، در نزد متخصصین آن، هم علم است و هم هنر. استفاده از روشهای عددی در محاسبات کامپیوتری از اهمیت زیادی برخوردار بوده و به عنوان ابزار کارآمد در طراحی و مسائل مهندسی مورد استفاده قرار می گیرد. بدون شک، قسمت عمده ای از پیشرفت تکنولوژی و صنعت در سالهای اخیر مدیون کاربرد کامپیوتر و گسترش و تکامل تکنیکهای عددی می باشد. در زمینه انتقال حرارت و مکانیک سیالات نیز محاسبات عددی مورد استفاده بسیاری از محققان و طراحان قرار گرفته و حل بسیاری از مسائل پیچیده بدون استفاده از روشهای عددی و کامپیوتری امکان پذیر نیست.

حال بعضی فکر می کنند که علم و هنر نامیدن محاسبات عددی تنها به خاطر پنهان کردن این حقیقت است که آنالیز عددی رشته ای دقیق نیست که سزاوار علم نامیدن باشد. بعضی دیگر ایراد می کنند که چون در ریاضیات، آنالیز به معنی کلاسیک آن، قابل کاربرد در کارهای عددی نیست بنابراین (( آنالیز عددی )) اسمی بی مسما است.

بعنوان یک هنر، متخصص آنالیز عددی با انتخاب بهترین روش و اجرای مناسب آن، با یک مسئله خاص مواجه است که مستلزم توسعه هر چه بیشتر تجربه و بینش می باشد. یکی از اولین کاربردهای آنالیز عددی، در علم مکانیک است که به علت پیچیده بودن معادلات حاکم بر جریان در این شاخه از علم، نسبت دادن تعبیر علم و هنر با هم دیگر برای دینامیک عددی شاره ها (CFD)<sup>(1)</sup> چندان بیراه نیست. غیر خطی بودن معادلات حرکت و انتقال حرارت سیالات همواره موجب شده

1-Computational Fluid Dynamics



است تا حل تحلیلی این معادلات محدود به مسائلی شود که از هندسه ای ساده برخوردار بوده و حداکثر ساده سازی در اعمال شرایط فیزیکی، به آن منظور شده باشد. مشکلات حل تحلیلی و تجربی باعث شده است تا روشهای عددی با داشتن خصوصیت انطباق پذیری بر شرایط هندسی و فیزیکی مسائل مورد نظر، بعنوان یک ابزار مناسب در حل معادلات حرکت سیال و انتقال حرارت به کار گرفته شوند.

در جریان های مافوق صوت<sup>(۱)</sup> توزیع فشار و محل شوکها به طور قابل ملاحظه ای متاثر از هندسه مساله هستند. در صورتیکه در جریان های گذر صوت<sup>(۲)</sup> خصیصه جریان شدیداً تحت تاثیر توسعه جریان لزج می باشد. بخصوص در جریان های گذر از صوت وقتی که اندر کنش رژیمهای لزج و غیر لزج زیاد باشد، در آن صورت بالا بردن دقت در پیش بینی مشخصات جریان کار مشکلی خواهد بود. هدف عمده کار حاضر بالا بردن دقت نتایج در جریان های زیر صوت و مافوق صوت می باشد. این کار از طریق پیاده نمودن یک طرح اتلاف مصنوعی دقیقتر نسبت به طرح اتلاف مصنوعی اسکالر یعنی طرح اتلاف مصنوعی ماتریسی، نسبت به شبکه اولیه انجام خواهد شد [14].

## ۲-۱) ایده های اصلی و روشهای عددی

فصل دوم بعضی نظرات، پیرامون روابط مورد نظر در مسائل مورد بررسی را بیان می کند. معادلات متوسط گیری شده اوپلر که در این فصل شرح داده می شود به معادلات جریان در نمونه حالتی شماره (۱) و (۲) و (۳) مربوط می شود. همچنین از روش حجم محدود برای حل معادلات بقا استفاده شده است.

## ۳-۱) فلوچارت های عددی گام زمانی

فلوچارت های عددی گام زمانی موضوعی است که در فصل سوم تشریح شده است. تحلیل جریان های لزج به علت گرادیان های شدید در داخل لایه مرزی، پیچیده می شود. در جریان های غیر لزج به علت وجود شوک و هندسه های پیچیده، طراحی یک فلوچارت مناسب بمنظور تحلیل این جریان ها ضروری به نظر می رسد [14]. بنابراین دینامیک سیالات عددی، در تحلیل مسائل مهندسی، با پیشرفت فلوچارت های عددی به طور جدی عجین شده است. انفصال معادلات حاکم ما را به یک دستگاه از معادلات دیفرانسیل معمولی ترکیبی که بایستی تا حالت پایدار جریان حل شوند، راهنمایی می کند. برای حل این معادلات دو راه اساسی موجود است: طرح های صریح و طرح های ضمنی. طرح های ضمنی به کارهایی که Gourlay & Mitchel (1966) برای حل معادلات به طور همزمان، انجام دادند بر می گردد. بعدها Beam & Warming (1976) فلوچارت

1-Supersonic

2-Transonic