بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه الزهراء (س)

دانشکده علوم‌پایه

پایان‌نامه

جهت اخذ درجه کارشناسی‌ارشد

رشته‌ی فیزیک نظری

عنوان

نوسان نوترینو و نقض CP

اساتید راهنما

دکتر محمدرضا ابوالحسنی

دکتر محمد خرمی

دانشجو

منیره کبیرنژاد

مهر ۱۳۸۷

قدردانی و تشکر

در این‌جا لازم می دانم از زحمات بی‌دریغ و راهنمایی‌های ارزشمند اساتید گرامی، جناب آقای دکتر ابوالحسنی، جناب آقای دکتر خرمی و خصوصاً سرکار خانم دکتر فرزان که در تمام مراحل انجام این پروژه مرا یاری کردند، تشکر کنم.

چکیده

داده‌های نوترینوی خورشیدی و اتمسفری به فیزیکِ ورای مدل استانداردِ فیزیک ذرات نیاز دارد. توافقِ عمومی بین فیزیک پیشگان برای تعبیرِ این داده‌ها، پدیده‌ی نوسانِ نوترینوها است.

در این پایان‌نامه، ابتدا به توصیفِ نوسانِ نوترینوها در خلأ و در ماده (پدیده‌ی اِم اِس دابلیو) می‌پردازیم. سپس نتایج آزمایش‌های نوترینو، با استفاده از باریکه‌های نوترینوی خورشیدی، اتمسفری، رآکتوری و شتاب دهنده مرور می‌شوند. در ادامه، مفاهیمِ تقارن‌های CP، T و CPT برای نوسان نوترینو بررسی خواهند شد.

در نهایت، آخرین نتایجِ برازشِ کلیِ[۱] داده‌های نوسانِ سه—نوترینو را مرور می‌کنیم..

[۱] *global fit*

فهرست

۳ آزمایش‌های نوترینو

۴ نوسان نوترینو و نقض CP

مقدمه

مدل استاندارد(SM)، یک نظریه‌ی پیمانه‌ای ِ غیر آبلی، با تقارن ِ پیمانه‌ای ِ

$$G_{SM} = SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

است که شامل سه نسل فرمیونی می‌باشد:

$L_L(1,2,-1)$	$Q_L(3,2,\frac{1}{3})$	$E_R(1,1,-2)$	$U_R(3,1,\frac{4}{3})$	$D_R(3,1,-\frac{2}{3})$
$\begin{pmatrix}\nu_e\\ e\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}u\\ d\end{pmatrix}_L$	e_R	u_R	d_R
$\begin{pmatrix}\nu_\mu\\ \mu\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}c\\ s\end{pmatrix}_L$	μ_R	c_R	s_R
$\begin{pmatrix}\nu_\tau\\ \tau\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}t\\ b\end{pmatrix}_L$	τ_R	t_R	b_R

هر نسل شامل ِ پنج نمایش ِ مختلف از گروه پیمانه‌ای است که عددهای داخل پرانتز، بارِ متناظر تحت گروه G_{SM} است. در این نمادگذاری، بار الکتریکی را به صورت $Q_{em} = T_{L3} + \frac{Y}{2}$ تعریف می‌کنیم.

در مدل استاندارد با این تقارن پیمانه‌ای و محتویات میدانی یک تقارن تصادفی کلی ($global$) ظاهر می‌شود.

$$G_{SM}^{global} = U(1)_B \times U(1)_{Le} \times U(1)_{L\mu} \times U(1)_{L\tau}$$

$U(1)_B$، تقارن عدد باریونی است و $U(1)_{Le,L\mu,L\tau}$، سه تقارن طعم لپتون هستند با عدد لپتونی کل $L = L_e + L_\mu + L_\tau$.

لازم به ذکر است که در این پایان‌نامه، کوارک‌ها مدّ ِ نظرِ ما نیستند و فقط لپتون‌ها را به عنوان فرمیون‌های مدل استاندارد در نظر می‌گیریم.

از آن‌جایی که نوترینوها مؤلفه‌ی راست—دست ندارند، به‌عنوانِ فرمیون‌های بدون جرم معرفی می‌شوند. بنابراین هر گونه شواهدِ آزمایشی مبنی بر جرمِ نوترینو، نشانه‌ی فیزیک جدید خواهد بود.

کشف نظریِ نوترینوها به سالِ 1930 بازمی‌گردد. در آن سال مسئله‌ای در مطالعه‌ی واپاشیِ هسته‌ایِ بتازا به‌وجود آمده بود. در واپاشیِ بتازا، هسته‌ی پرتوزای A (هسته‌ی مادر) با گسیلِ یک الکترون به هسته‌ی B (هسته‌ی دختر)، که اندکی سبک‌تر است تبدیل می‌شود. (در آن هنگام هنوز نوترون کشف نشده بود، ولی اکنون می‌دانیم که فرایندِ اصلی در این واپاشی، تبدیلِ نوترون به پروتون است.) از مشخصه‌ی واپاشی‌های دوجسمی، نظیرِ واپاشیِ فوق آن‌است که در چارچوبِ مرکز جرم، پایستگیِ انرژی ایجاب می‌کند که انرژیِ الکترون برابر مقدارِ زیر باشد:

$$E = \left(\frac{m_A^2 - m_B^2 + m_e^2}{2m_A} \right) \quad (۱)$$

به محضِ آن‌که جرم‌ها مشخص شدند، E تثبیت خواهد شد. اما با انجامِ آزمایش‌ها متوجه شدند که انرژیِ الکترون‌های گسیل شده تفاوتی قابلِ ملاحظه دارند و معادله‌ی (۱) فقط بیشینه انرژیِ الکترون را برای یک فرایندِ واپاشیِ بتازا تعیین می‌کند.

این نتیجه نگران‌کننده بود. نیلز بور آماده بود که از قانونِ پایستگیِ انرژی دست بشوید. خوش‌بختانه پائولی نگرشی معقول‌تر داشت و پیشنهاد کرد که ذره‌ی دیگری باید به همراه الکترون گسیل شود. این ذره باید برای پایسته نگه داشتنِ بار، به لحاظِ الکتریکی خنثی باشد. پائولی نام نوترون را برای آن پیشنهاد کرد. کلِ این ایده با ناباوری مواجه شد و در سال 1932، چادویک دست روی این نام گذاشت. اما در سالِ بعد، فرمی نظریه‌ای برای واپاشیِ بتازا ارائه کرد که در آن نوترینوی پائولی وارد شده بود و به اندازه‌ای موفق بود که ثابت کرد باید پیشنهادِ پائولی جدی گرفته شود. با توجه به این‌که بیشینه انرژیِ الکترونِ مشاهده شده از معادله‌ی (۱) به‌دست می‌آید، نتیجه می‌گیریم که ذره‌ی جدید بینهایت سبک است، تا جایی که در مدل استاندارد جرمِ آن‌را صفر درنظر می‌گیرند. فرمی آن‌را نوترینو نامید.

نظریه‌ی فرمی را، لی و یانگ، فاینمن، گِلمان و دیگران، در دهه‌ی پنجاه اصلاح کردند و سرانجام گلاشو، واینبرگ و سلام، در دهه‌ی شصت آن را به شکلِ حاضر درآوردند. در واقع نیروهای ضعیف و الکترومغناطیسی، توسط نظریه‌ی گلاشو— واینبرگ— سلام (GWS) وحدت می‌یابند و برهم‌کنش‌های الکتروضعیف را تشکیل می‌دهند. (فصلِ اول را به این موضوع اختصاص داده ایم.)

در سالِ 1950، دیگر دلیلِ قانع‌کننده‌ای بر وجودِ نوترینوها وجود داشت، اما هنوز تاییدِ تجربیِ سرراستی موجود نبود. دلیلِ آن این‌است که نوترینوها برهم‌کنش‌های فوق‌العاده ضعیفی با ماده دارند و برای آشکارسازیِ آن‌ها، به‌چشمه‌ای بینهایت قوی نیاز داریم. در اواسطِ دهه‌ی پنجاه، آزمایش‌های تعیین‌کننده‌ای در راکتورِ هسته‌ایِ ساواناریور در کارولینای جنوبی توسط کوان و رینس انجام شد و نتایجِ آن‌ها تاییدِ صریحِ وجود نوترینو بودند.

از نظرِ تاریخی اولین بی‌هنجاریِ نوترینو، در نوترینوهای خورشیدی و در سالِ 1968 آشکار شد. در آن زمان دانشمندان با استفاده از مدل‌های خورشیدی، مقدارِ شارِ ν_e را تخمین زده بودند ولی شارِ ν_e اندازه‌گیری شده، به میزانِ قابلِ توجهی از این مقدار کمتر بود. اما یک سال قبل از انجامِ این آزمایش، پونتِکُروُ، با الهام از پدیده‌ی آشنای $\bar{K}^0 \leftrightarrow K^0$، نوسان‌های $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ را با فرضِ جرم‌دار بودنِ نوترینوها، پیشنهاد کرده بود. به‌هر حال در آن زمان، خطاهای آزمایش بیشتر از آن بود که بتوان نتیجه‌گیریِ قابلِ اعتمادی کرد.

این بی‌هنجاری‌ها در موردِ نوترینوهای اتمسفری هم مشاهده شد. تا این‌که در ژوئن سالِ 1998 یک اتفاقِ مهم در فیزیک نوترینو رخ داد. آن اتفاقِ مهم، آزمایشِ سوپرکامیوکاندِ بود که برای اولین بار، علاوه بر مشاهده‌ی کاهشِ شارِ نوترینو نسبت به مقدارِ انتظاری، نشان دادند که این کاهشِ شار، وابسته به طول مسیر و انرژیِ نوترینوها —همان‌طور که از نوسانِ نوترینو انتظار داشتیم— است. هم‌چنین در سالِ 2001 آزمایشِ اِس اِن اُ، صحتِ پدیده‌ی نوسانِ نوترینوها را تایید کردند. به این موضوعات، در فصلِ دوم و سوم خواهیم پرداخت.

بررسیِ نقضِ CP و تحلیلِ کلیِ پارامترهای نوسان، موضوع‌های فصلِ چهارم را تشکیل می‌دهند.

فصل اول

مدل استاندارد برهم‌کنش‌های الکتروضعیف

در این فصل مدلِ گلاشو—واینبرگ—سلام (GWS)[1] برهم‌کنش‌هایِ الکتروضعیف را مرور می‌کنیم.

این مدل، یک نظریه‌ی پیمانه‌ای غیر آبلی با تقارن پیمانه‌ای $SU(2)_L \times U(1)_Y$، به همراه مکانیزم هیگز است. در این مدل نیروهای الکترومغناطیسی با مبادله‌ی فوتون ـ بدون جرم و نیروهای ضعیف با مبادله‌ی بوزون‌های سنگین ـ $W^{\pm}$ و Z^0 رد و بدل می‌شوند.

پیش‌بینی‌های این مدل، به طرز باور نکردنی با داده‌های آزمایش سازگاری داشت. هم‌چنین کشف بوزون‌های $W^{\pm}$ (در دهه‌ی هشتاد) و Z^0 (در دهه‌ی نود) با نسبتِ جرم ـ پیش‌بینی شده، پیروزی بزرگ این مدل محسوب می‌شد.

در حال حاضر تنها ناسازگاری مدل با داده‌های آزمایش، شواهد مربوط به جرم‌دار بودن نوترینوها است که در آزمایش‌های نوسان نوترینو به اثبات رسیده است.

---

[1] $Glashow - Weinberg - Salam$

۱.۱ معرفی لاگرانژی مدل گلاشو—واینبرگ—سلام

لاگرانژی پیمانه‌ناوردا برای لپتون‌های مدل استاندارد با تقارنِ $SU(2)_L \times U(1)_Y$ به صورت زیر ساخته می‌شود.

$$\mathcal{L}_F = \bar{L}\, i\, \gamma^\mu\, (\partial_\mu - i\, g\, \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu + \frac{i}{2} g'\, B_\mu) L + \bar{R}\, i\, \gamma^\mu (\partial_\mu + i\, g' B_\mu) R \tag{1.1}$$

که در آن $(i = 1, 2, 3)$ A^i_μ و B_μ، میدان بوزون‌های پیمانه‌ای، به ترتیب متناظر با $S\dot{U}(2)_L$ و $U(1)_L$ هستند.

$\mathcal{L}_F$ همان لاگرانژی دیراک است (اسپین الکترون‌ها $\frac{1}{2}$ است)، که در آن برای اعمالِ ناوردایی‌ِ پیمانه‌ای، مشتقِ هم‌وردا را جایگزین مشتقِ معمولی کرده‌ایم. هم‌چنین جمله‌ی جرمی فرمیون‌ها، که میدان‌های ℓ_R و ℓ_L را به هم مربوط می‌کند، در این لاگرانژی حذف شده است؛ زیرا این جمله، تحتِ تقارنِ $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ناوردا نخواهد بود. بنابراین تمام فرمیون‌ها در این مرحله بدون جرم در نظر گرفته می‌شوند. برای کامل شدن لاگرانژی، باید جمله‌ی جنبشیِ مربوط به میدان‌های پیمانه‌ای را به لاگرانژی اضافه کنیم.

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} F^i_{\mu\nu} F^{i\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \tag{1.2}$$

$(i = 1, 2, 3)$ $F^i_{\mu\nu}$ و $B_{\mu\nu}$ تانسور شدت میدان‌های پیمانه، به ترتیب متناظر با $SU(2)_L$ و $U(1)_L$ هستند.

$$F^i_{\mu\,\nu} = \partial_\mu A^i_\nu - \partial_\nu A^i_\mu + g\, \varepsilon_{ijk} A^j_k A^k_\nu \quad , \qquad B_{\mu\,\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \tag{1.3}$$

تمام میدان‌های بوزونی و فرمیونی، تا این مرحله بدون جرم در نظر گرفته شده‌اند؛ ولی می‌دانیم که در طبیعت، این‌ها جرم‌دار هستند. برای جرم‌دار کردن این میدان‌ها از روش شکستِ خود به خودِ تقارن، یعنی مکانیزم هیگز استفاده می‌کنیم [۲].

[۲] مکانیزم هیگز به طور مفصل در مراجع [۱] و [۲] بررسی شده است.

از آن‌جایی که در طبیعت با فوتون بدون جرم و بوزون‌های پیمانه‌ایِ جرم‌دار سر و کار داریم، به شکست زیر نیازمندیم.

$SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow U(1)_{em}$

برای رسیدن به این شکست تقارن، میدان‌های پیمانه‌ای اسکالری، به نام بوزون‌های هیگز را وارد می‌کنیم.

از آن‌جایی که با چهار بوزون پیمانه‌ای (A^i_μ و B_μ) آغاز کردیم و در نهایت می‌خواهیم یک فوتون بدون جرم متناظر با $U(1)_{em}$ داشته باشیم، به اسکالرهایی با حداقل چهار درجه‌ی آزادی نیازمندیم.

ساده‌ترین مثال از چنین اسکالرهایی —که به آن مدل مینیمال گفته می‌شود— یک دوتایه‌ی $SU(2)$، شامل میدان‌های اسکالر مختلط با فوق بار $Y_\phi = +1$ است.

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix}$$

φ^+ و φ^0 میدان‌های اسکالر مختلط، به ترتیب با بار مثبت و خنثی هستند.

لاگرانژیِ پیمانه‌ناوردای مربوط به این اسکالرها به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_s &= (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - V(\phi^\dagger\phi) \\ V(\phi^\dagger\phi) &= m^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \qquad \lambda > 0 \end{aligned} \tag{1.4}$$

برای داشتن یک تئوریِ بازبهنجارش‌پذیر، نمی‌توان جملات از مرتبه‌ی بالاترِ $\phi^\dagger\phi$ را وارد کرد.

می‌توانیم جملاتِ پیمانه‌ناوردایی، به صورت جفت‌شدگیِ بین فرمیون‌ها و اسکالرها را به لاگرانژی اضافه کنیم.

$$\mathcal{L}_Y = -Y_{ij}\, L_{Li}\, \phi\, E_{Rj} + \text{H.c.} \tag{1.5}$$

که به آن برهم‌کنش یوکاوا گفته می‌شود و Y_{ij} ثابت‌های جفت‌شدگی یوکاوا هستند.

این جملات، جرم فرمیون‌ها را بعد از شکستِ خود به خودِ تقارن به ما می‌دهند.

به طور خلاصه، لاگرانژی ِ کامل ِ پیمانه‌ناوردای ِ مدل ِ جی دابلیو اِس ، مجموع لاگرانژی‌های فوق می‌باشد.

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_s + \mathcal{L}_Y \ . \tag{1.6}$$

۲.۱ شکست خود به خود تقارن

پتانسیل ِ $V(\phi^\dagger\phi)$ در $\mathcal{L}_S$ با $\lambda > 0$ و m^2 منفی $(m^2 = -\mu^2 \ , \ \mu^2 > 0)$ مینیمم غیر صفر دارد.

$$\phi^\dagger\phi = |\phi|^2 = \frac{v^2}{2} \ , \qquad v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}.$$

V حالت خلاء یکتایی ندارد؛ به عبارتی، تمام ِ نقاط روی دایره‌ای به شعاع ِ v مینیمم V هستند.

اگر یکی از نقاط را به عنوان خلاء فیزیکی انتخاب کنیم، تقارن ِ سیستم شکسته می‌شود.

مقدار انتظاری ِ خلاء ϕ را به این صورت انتخاب می‌کنیم.

$$\phi_0 = \langle 0|\phi|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}. \tag{1.7}$$

می‌توان دوتایه‌ی اسکالر هیگز (ϕ) را بر حسب چهار میدان حقیقی $\xi_i \ (i = 1,2,3)$ و H به صورت زیر پارامتریزه کرد.

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} = e^{i\frac{\vec{\tau}\cdot\vec{\xi}}{2\,v}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \ , \qquad \langle 0|\xi_i|\rangle 0 = \langle 0|H|0\rangle = 0 \ . \tag{1.8}$$

در این مرحله می‌توان لاگرانژی را در پیمانه‌ی یکانی ِ $U_\xi = e^{-i\frac{\vec{\tau}\cdot\vec{\xi}}{2\,v}}$ بازنویسی کرد. تحت این تبدیل میدان‌های لاگرانژی تغییر خواهند کرد که تغییریافته‌ی آن‌ها را با علامت پریم نشان می‌دهیم. بوزون هیگز تحت این تبدیل به شکل ساده‌ی زیر تبدیل خواهد شد.

$$\phi' = U(\xi)\,\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(v+H)\chi \ , \qquad \chi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \ . \tag{1.9}$$

ولی $\mathcal{L}_{SM}$ تحت این تبدیل ناورداست. حالا هر قسمت از این لاگرانژی را جداگانه توصیف می‌کنیم.

ابتدا $\mathcal{L}_s$ را در این پیمانه‌ی یکانی بررسی می‌کنیم.

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu\phi)'(D^\mu\phi)' - V(\phi'^\dagger\phi') \ , \tag{1.10}$$

$$\begin{aligned} (D_\mu\phi)' &= (\partial_\mu - i\,g\,\frac{\vec{\tau}}{2}\cdot\vec{A}'_\mu - \frac{i}{2}g'\,B'_\mu)\phi' \\ &= (\partial_\mu - i\,g\,\frac{\vec{\tau}}{2}\cdot\vec{A}'_\mu - \frac{i}{2}g'\,B'_\mu)\frac{1}{\sqrt{2}}(v+H)\chi \ . \end{aligned} \tag{1.11}$$

جمله‌ی اول $\mathcal{L}_s$، شامل جمله‌ی مجذور جرمی برای بوزون‌های پیمانه‌ای ضعیف است؛ یعنی جرم آن‌ها تحت مکانیزم هیگز تولید می‌شود.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mass} &= \frac{v^2}{2}\chi^\dagger(g\,\frac{\vec{\tau}}{2}\cdot\vec{A}'_\mu + \frac{g'}{2}\,B'_\mu)(g\,\frac{\vec{\tau}}{2}\cdot\vec{A}'^\mu + \frac{g'}{2}\,B'^\mu)\chi \\ &= \frac{v^2}{8}(g^2\vec{A}'_\mu\cdot\vec{A}'^\mu + g'^2B'_\mu B'^\mu - 2gg'B'_\mu A'^{3\mu}) \\ &= \frac{v^2}{8}(g^2A'^1_\mu\cdot A'^{1\mu} + g^2A'^2_\mu\cdot A'^{2\mu} + (gA'^3_\mu - g'B'_\mu)^2) \ . \end{aligned} \tag{1.12}$$

با تعریف $W^\pm = \frac{A'^1_\mu \mp A'^2_\mu}{\sqrt{2}}$ دو جمله‌ی اول برابر با $\frac{1}{4}g^2v^2W^+_\mu W^{-\mu}$ می‌شود. یعنی بوزون‌های برداری باردار با جرم $m_W = \frac{1}{2}gv$، جرم‌دار می‌شوند.

جملات باقی‌مانده را می‌توان به صورت ماتریسی نوشت

$$\frac{v^2}{8}\begin{pmatrix} A'^3_\mu & B'_\mu \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A'^{3\mu} \\ B'^\mu \end{pmatrix} \ , \tag{1.13}$$

می‌توان این ماتریس را در یک پایه‌ی جدید قطری کرد.

$$\frac{v^2}{8}\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}\begin{pmatrix} g^2+g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} Z^\mu & A^\mu \end{pmatrix} = \frac{v^2}{8}(g^2+g'^2)Z_\mu Z^\mu + 0\cdot A_\mu A^\mu \ , \tag{1.14}$$

این پایه‌ی جدید توسط این تبدیلِ متعامد، به پایه‌ی قدیم مربوط می‌شود:

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'^3_\mu \\ B'_\mu \end{pmatrix} \quad , \tag{1.15}$$

که در آن θ_W را زاویه‌ی واینبرگ می‌نامند. عملِ قطری سازی، ما را به روابطِ زیر می‌رساند.

$$\tan\theta_W = \frac{g'}{g} ,$$
$$\sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}} , \qquad \cos\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}} . \tag{1.16}$$

با این کار بوزونِ Z خنثی، جرمِ $\frac{1}{2}v\sqrt{g^2+g'^2}$ را می‌گیرد و جرم‌دار می‌شود و بوزونِ خنثای A_μ بدون جرم می‌ماند که معرف فوتون واقعی است.

جمله‌ی پتانسیل $\mathcal{L}_s$ بعد از شکستِ خود به خودِ تقارن (به همین روش)، جرم بوزون هیگز را تعیین می‌کند.

$$m_H = \sqrt{2\mu^2} .$$

اکنون جمله‌ی یوکاوا را در نظر بگیرید:

$$\mathcal{L}_Y = -Y_{ij}\ \bar{L}'_{Li}\ \phi'\ E'_{Rj} + H.c. \ \ , \quad (i,j = e,\mu,\tau) \tag{1.17}$$

که بعد از شکستِ خود به خودِ تقارن جرم لپتون‌های باردار را به ما می‌دهد.

$$m_{ij} = Y_{ij}\frac{v}{\sqrt{2}} \tag{1.18}$$

نکته‌ی قابل توجه در این‌جا این است که هیچ جمله‌ی دیگری را با شرط ناوردایی پیمانه‌ای نمی‌توان به $\mathcal{L}_Y$ اضافه کرد تا نوترینو جرم‌دارشود؛ زیرا نوترینوی راست—دستی وجود ندارد تا با لپتون‌های چپ—دست جفت شود.

می‌توان جمله‌ی جرمی حاصل از $\mathcal{L}_Y$ را به صورت ماتریسی نمایش داد.

$$\mathcal{L}^{mass} = -\begin{pmatrix} \bar{e}_L & \bar{\mu}_L & \bar{\tau}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{ee} & m_{e\mu} & m_{e\tau} \\ m_{\mu e} & m_{\mu\mu} & m_{\mu\tau} \\ m_{\tau e} & m_{\tau\mu} & m_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix} + H.c. \tag{1.19}$$

ماتریس جرمی در این پایه (پایه‌ی ضعیف) قطری نیست ولی هر ماتریس $n \times n$ مختلط را می‌توان در حالت کلی توسط دو تبدیل یکانی، به‌صورت زیر قطری کرد.

$$U^\dagger M V = M_d = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\tau & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} \tag{1.20}$$

می‌توان فازهای موجود را جذب میدان‌ها کرد و عناصر ماتریس M_d را حقیقی و مثبت گرفت.

$$\mathcal{L}^{mass} = -\begin{pmatrix} \bar{e}_L & \bar{\mu}_L & \bar{\tau}_L \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix} + H.c. \tag{1.21}$$

$$= -\begin{pmatrix} \bar{e}'_L & \bar{\mu}'_L & \bar{\tau}'_L \end{pmatrix} M_d \begin{pmatrix} e'_R \\ \mu'_R \\ \tau'_R \end{pmatrix} + H.c. \tag{1.22}$$

میدان‌های $\bar{e}'_{L,R}, \bar{\mu}'_{L,R}, \bar{\tau}'_{L,R}$ را ویژه‌پایه‌ی جرمی و میدان های $\bar{e}_{L,R}, \bar{\mu}_{L,R}, \bar{\tau}_{L,R}$ را ویژه‌حالت ضعیف (جریان) می‌نامیم و رابطه‌ی آن‌ها را به این صورت تعریف می‌کنیم:

$$\ell'_L = U^\dagger \ell_L \quad , \quad \ell'_R = V^\dagger \ell_R \tag{1.23}$$

در حالت کلی این دو ویژه‌پایه معادل هم نیستند. ویژه‌حالت سیستم ویژه‌پایه‌ی جرمی است ولی وقتی که برهم‌کنش جریان‌های باردار ضعیف را بر حسب پایه‌ی جرمی بنویسیم، برهم‌کنش دیگر در فضای نسل‌ها قطری نخواهند بود و یک اختلاط[3] بین نسلی خواهیم داشت.

نکته‌ی قابل توجه این است که در مدل استاندارد با نوترینوی بدون جرم می‌توان این زاویه‌ی اختلاط را خارج کرد و بنابر این ویژه‌حالات جرمی لپتون‌ها برابر با ویژه‌حالات ضعیف خواهند شد. در واقع می‌توان نشان داد:

---

[3] *mixing*

$$\bar{L}_i \, i \, \gamma^\alpha \, D_\alpha \, L_i = \bar{L}'_i \, i \, \gamma^\alpha \, D_\alpha \, L'_i \, . \tag{1.24}$$

یعنی تمام برهم‌کنش‌ها در دو پایه یکسان هستند. ولی اگر نوترینو جرم‌دار باشد —همان‌طور که در فصل آینده خواهیم دید— وقتی که برهم‌کنش جریان باردار ضعیف را می‌نویسیم، یک ماتریس اختلاط در پایه‌ی جرمی ظاهر خواهد شد.

۳.۱ جریان‌های باردار و خنثی

لاگرانژی فرمیونی را در نظر بگیرید:

$$\mathcal{L}_F = \bar{L}' \, i \, \gamma^\mu \, (\partial_\mu - i \, g \, \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}'_\mu + \frac{i}{2} g' \, B'_\mu) L' + \bar{R}' \, i \, \gamma^\mu (\partial_\mu + i \, g' B'_\mu) R' \, , \tag{1.25}$$

می‌توان آن را به این صورت هم نوشت:

$$\mathcal{L}_F = \bar{L}' \, i \, \gamma^\mu \, \partial_\mu \, L' + \bar{R}' \, i \, \gamma^\mu \partial_\mu R' + g \vec{J}_\mu \cdot \vec{A}'^\mu + \frac{g'}{2} J^Y_\mu B'^\mu \, , \tag{1.26}$$

$$\vec{J}_\mu = \bar{L}' \, \gamma_\mu \, \frac{\vec{\tau}}{2} \, L' \, , \quad J^Y_\mu = -\bar{L}' \, \gamma_\mu \, L' - 2 \, \bar{R}' \gamma_\mu \, R' \, . \tag{1.27}$$

جمله‌ی اول و دوم در $\mathcal{L}_F$ معرف جمله‌ی جنبشی برای لپتون‌هاست. جمله‌ی سوم و چهارم را می‌توان به این صورت نوشت:

$$g(J^1_\mu A'^{1\mu} + J^2_\mu A'^{2\mu} + J^3_\mu A'^{3\mu}) \quad + \quad \frac{g'}{2} J^Y_\mu B'^\mu = \mathcal{L}_{CC} + \mathcal{L}_{NC} \, . \tag{1.28}$$

$\mathcal{L}_{CC}$ بیان‌گر برهم‌کنش‌های جریان باردار ضعیف بین نوترینوها و لپتون‌های باردار متناظر با آن‌هاست.

$$\mathcal{L}_{CC} = g(J^1_\mu A'^{1\mu} + J^2_\mu A'^{2\mu}) \quad = \quad \frac{g}{\sqrt{2}} (J^-_\mu W^{-\mu} + J^+_\mu W^{+\mu}) \, , \tag{1.29}$$

که در آن شکل صریح جریان‌های باردارِ ضعیف به صورت زیر است:

$$
\begin{aligned}
J_\mu^+ &= J_\mu^1 + i\, J_\mu^2 = \bar{\nu}_{L\ell}\, \gamma_\mu\, \ell_L = \frac{1}{2}\bar{\nu}_\ell\, \gamma_\mu\, (1-\gamma_5)\ell\,, \\
J_\mu^- &= J_\mu^1 - i\, J_\mu^2 = \bar{\ell}_L\, \gamma_\mu\, \nu_{L\ell} = \frac{1}{2}\bar{\ell}\, \gamma_\mu\, (1-\gamma_5)\nu_\ell\,. \qquad (1.30)
\end{aligned}
$$

از رابطه‌های (1.29) و (1.30) عبارتِ زیر برای $\mathcal{L}_{CC}$ به‌دست می آید:

$$
\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}}\sum_\ell \bar{\nu}_{L\ell}\gamma^\mu \ell_L W_\mu^+ + H.c.\ , \quad \ell : (e, \mu, \tau)\,. \qquad (1.31)
$$

از رابطه‌های (1.15) و (1.28) می‌توان $\mathcal{L}_{NC}$ را استخراج کرد.

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{NC} &= gJ_\mu^3 A'^{3\mu} + \frac{1}{2}g' J_\mu^Y B'^\mu \qquad (1.32) \\
&= (g\sin\theta_W J_\mu^3 + g'\cos\theta_W \frac{J_\mu^Y}{2})A^\mu + (g\cos\theta_W J_\mu^3 - g'\sin\theta_W \frac{J_\mu^Y}{2})Z^\mu. \qquad (1.33)
\end{aligned}
$$

در مشابهت با رابطه‌ی بارها $(Q = T^3 + \frac{Y}{2})$ رابطه‌ی جریان‌ها را به دست می آوریم:

$$
J_\mu^{em} = J_\mu^3 + \frac{J_\mu^Y}{2}\,. \qquad (1.34)
$$

جریان جفت شده به A_μ را بر حسب J_μ^{em} و J_μ^3 می‌نویسیم.

$$
g\sin\theta_W J_\mu^3 + g'\cos\theta_W \frac{J_\mu^Y}{2} = g'\cos\theta_W J_\mu^{em} + [g\sin\theta_W - g'\cos\theta_W]J_\mu^3\,. \qquad (1.35)
$$

از رابطه‌ی (1.16)، ضریب J_μ^3 صفر می‌شود و جمله‌ی اول، در واقع، برهم‌کنشِ یک الکترون و فوتون، با ثابت جفت‌شدگی بار الکترون (e) است. یعنی:

$$
e = g'\cos\theta_W = g\sin\theta_W\,. \qquad (1.36)
$$

همین کار را برای جریان جفت شده به Z^μ انجام می‌دهیم.

$$g\cos\theta_W J_\mu^3 - g'\sin\theta_W \frac{J_\mu^Y}{2} = \frac{g}{\cos\theta_w}\left(J_\mu^3 - \sin^2\theta_W J_\mu^{em}\right) , \tag{1.37}$$

با این کار یک جریان خنثای جفت‌شده به Z^μ را تعریف می‌کنیم.

$$J_\mu^Z = J_\mu^3 - \sin^2\theta_W J_\mu^{em} . \tag{1.38}$$