بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

دانشکده مهندسی هسته ای و فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

مرور نظریه ریسمان بوزونی

نگارش:

سید سینا شهیدزاده موسوی

استاد راهنما:

دکتر داود کمانی

اسفند 87

دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی‌تکنیک تهران)	**بسمه تعالی** **فرم اطلاعات پایان‌نامه** **کارشناسی- ارشد و دکترا**	تاریخ:۸۸/۰۱/۲۵ شماره: **معاونت پژوهشی** **فرم پروژه تحصیلات تکمیلی ۷**

مشخصات دانشجو:

نام و نام خانوادگی: سید سینا شهیدزاده موسوی دانشجوی آزاد ● بورسیه ○ معادل ○

شماره دانشجوئی:۸۵۱۱۱۰۰۴ دانشکده:فیزیک و مهندسی هسته ای رشته تحصیلی: فیزیک گروه:

مشخصات استاد راهنما:

نام و نام خانوادگی: داود کمانی درجه و رتبه: دانشیار

نام و نام خانوادگی: درجه و رتبه:

مشخصات استاد مشاور:

نام و نام خانوادگی: درجه و رتبه:

نام و نام خانوادگی: درجه و رتبه:

عنوان پایان‌نامه به فارسی : مرور نظریه ریسمان بوزونی

عنوان پایان‌نامه به انگلیسی:Bosonic String Theory

نوع پروژه: کارشناسی○ ارشد ● دکترا ○ سال تحصیلی:

کاربردی ○ بنیادی ● توسعه‌ای ○ نظری ○

تاریخ شروع :مهر ۸۵ تاریخ خاتمه :اسفند۸۷ تعداد واحد :۶ سازمان تأمین کننده اعتبار :-

واژه‌های کلیدی به فارسی:ریسمان-ابرتقارن-ابر ریسمان

واژه‌های کلیدی به انگلیسی :String-Superstring-Supersymmetry

مشخصات ظاهری	تعداد صفحات ۱۱۲	تصویر ● جدول ● نمودار ○ نقشه ○ واژه‌نامه ●		تعداد مراجع ۲۲	تعداد صفحات ضمائم
زبان متن	فارسی ●	انگلیسی ○	چکیده	فارسی ●	انگلیسی ●
یادداشت					

نظرها و پیشنهادها به منظور بهبود فعالیت‌های پژوهشی دانشگاه

استاد:

دانشجو:

امضاء استاد راهنما: **تاریخ:**

فهرست مطالب

چکیده

ناسازگاری معادلات ماکسول و ناوردایی گالیله منجر شد که انیشتین تئوری نسبیت خاص را معرفی کند و ناسازگاری همه اینها با گرانش نیوتنی منجر به معرفی تئوری نسبیت عام شد. توافق بین نسبیت خاص ومکانیک کوانتومی هم منجر به توسعه میدان کوانتومی شد. ناسازگاری دیگری بین نسبیت عام و تئوری میدانهای کوانتومی دیده می شود.

تئوری ریسمان هنوز در حال پیشرفت می باشد. تصویرهای بسیار مهمی تئوری ریسمان به ما می دهد: اولین و مهمترین آنها این می باشد که نسبیت عام را به ما می دهد، در حالیکه تئوری میدان کوانتومی معمول ، گرانی را مجاز نمی داند ولی تئوری ریسمان آن را مجاز می شمارد. دومین واقعیت این می باشد که پیمانه یانگ میلز به طور طبیعی در تئوری ریسمان می باشد. پس از مختصری توضیح در رابطه با روند طی شده تا به حال، به معرفی فصل های ارایه شده در این پایان نامه می پردازیم.

در فصل اول که عنوان آن ذرات نسبیتی می باشد، پس از معرفی کنش مربوط به این ذرات و معادلات حرکت آنها ، رهیافتی برای رسیدن به تئوری ریسمان معرفی می کنیم. برای نوشتن این فصل از مرجع [1] استفاده شده است.

فصل دوم با عنوان ریسمان بوزونی به بررسی ریسمانهای بوزونی پرداخته و روابط آنها را معرفی می کنیم، مانند جبر ویراسورو، معادلات حرکت، قیود، تانسور تنش و مومنتم ، هامیلتنی و ... در واقع ما پس از بررسی ریسمانهای بوزونی در دیگر انواع ریسمان کار راحت تری داریم. از مراجع [1]و[2]و[3]و[4]و[5]و[6]و[7]و[8]و[9] استفاده شده است.

فصل سوم با عنوان نظریه ریسمان بوزونی از روش میدان همدیس است که در حقیقت در این فصل، مطالب گفته شده در فصل دوم را به زبانی دیگر بیان می کنیم و از مراجع[2]و[3]و[4, 5]و[6, 7]و[12] استفاده شده است.

فصل چهارم با توجه به مشکلاتی که در فصل دوم یعنی، وجود تاکیون و نبود فرمیون ها در نظریه ریسمان بوزونی وجود دارد، معرفی می شود. در این فصل می خواهیم به حل این مشکلات بپردازیم، که در واقع فرمیون را به تئوری ریسمان اضافه می کنیم، که این باعث بوجود آمدن چندین نوع تئوری با نام ابرریسمان می شود که بین این تئوری ها دوگانی هایی وجود دارد که به توضیح آنها می پردازیم و در این راه از مراجع [22]و[4]و[3]و[12]و[2] استفاده گردیده است.

فصل پنجم فضای فاز محلی ریسمان را ناجابجا گرفته ایم، ما در این فصل به نتایج جدیدی برای این فضا می رسیم که توصیه می شود، این فصل بعد از فصل دوم مطالعه شود. برای نوشتن این فصل از مراجع [13]و[14]و[15]و[16, 17]و[18]و[19]و[20, 21] استفاده شده است.

فصل اول

ذرات نسبیتی

1-1 مقدمه

در این فصل ما به بحث در رابطه با ذرات نسبیتی می پردازیم، سپس کنش آن را می نویسیم. پس از آن معادله حرکت آن را بدست آورده و نشان می دهیم این کنش تحت بازپارامتریزه کردن ناوردا می باشد و سپس به بررسی دو کنش نامبو-گوتو و پولیاکف برای ذرات نقطه ای نسبیتی می پردازیم و نشان می دهیم این دو کنش در حد کلاسیکی معادل می باشند. در این فصل از مرجع[1] بهره جسته ایم که به طور بسیار مقدماتی و ساده به توضیح این مباحث پرداخته است. توصیه می شود به کسانی که برای اولین بار می خواهند تئوری ریسمان را مرور کنند، این کتاب را مطالعه کنند.

1-2 ذرات نقطه ای نسبیتی

می خواهیم به توصیف ذرات نقطه ای آزاد با جرم سکون m بپردازیم. به طور کلاسیکی، یک ذره نقطه ای یک خط سیر در فضا-زمان دارد که به آن جهان-خط گویند و کنش آن به صورت زیر است

$$S = -mc \int_p \ ds. \tag{1-1}$$

متریک آن به صورت زیر تعریف می شود

$$-ds^2 = -C^2 dt^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2. \tag{1-2}$$

نشان دهنده این می باشد که 3 مختصه فضایی و یک زمان داریم. بنابراین

$$ds = Cdt\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}} \tag{1-3}$$

با جایگذاری معادله (1-1) در (1-3) بدست می آوریم

$$S = -mc^2 \int_{t_i}^{t_f} dt\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}. \tag{1-4}$$

با توجه به این کنش لاگرانژین نسبیتی برای ذرات نقطه ای به فرم

$$L = -mC^2\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}} \qquad (1\text{-}5)$$

می باشد. برای حالتی که V<<C (کلاسیکی) داریم

$$L \approx -mC^2\left(1-\frac{V^2}{2C^2}\right) = -mC^2 + \frac{1}{2}mV^2, \qquad (1\text{-}6)$$

در واقع همان لاگرانژین غیر نسبیتی است. برای بدست آوردن مومنتم کانونی باید از لاگرانژین نسبت به سرعت مشتق بگیریم

$$\vec{P} = \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \vec{\mathrm{V}}} = -\mathrm{m}\mathrm{C}^2\left(-\frac{\vec{\mathrm{V}}}{\mathrm{C}^2}\right)\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{C}^2}}} = \frac{\mathrm{m}\vec{\mathrm{V}}}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{C}^2}}} \qquad (1\text{-}7)$$

در واقع مومنتم نسبیتی ذرات نقطه ای می باشد و برای بدست آوردن هامیلتونی به صورت زیر عمل می کنیم

$$H = \vec{P}.\vec{V} - L = \frac{\mathrm{m}\mathrm{V}^2}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{C}^2}}} + mC^2\sqrt{1-\frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{C}^2}} = \frac{mC^2}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{C}^2}}} \qquad (1\text{-}8)$$

1-3 ناوردایی تحت باز پارامتریزه کردن

با تقسیم کردن مسیر به بخشهای کوچکتر کنش را حساب می کنیم. حال مختصات را به صورت زیر می نویسیم

$$X^{\mu} = \mathrm{X}^{\mu}(\tau). \qquad (1\text{-}9)$$

و همچنین برای مختصات ابتدا و انتهای مسیر داریم

$$\mathrm{X}_i^{\mu} = \mathrm{X}^{\mu}(\tau_\mathrm{i}) \qquad \mathrm{X}_f^{\mu} = \mathrm{X}^{\mu}(\tau_\mathrm{f}) \qquad (1\text{-}10)$$

حال با توجه به اینکه متریک ما به فرم $ds^2 = -\eta_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu}$ می باشد، به سادگی بدست می آید

$$ds^2 = -\eta_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{d\tau}\frac{dx^{\nu}}{d\tau}(d\tau)^2. \qquad (1\text{-}11)$$

با جایگذاری معادله (1-11) در (1-1) بدست می آوریم

$$S = -m\mathrm{C}\int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau\sqrt{-\eta_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{d\tau}\frac{dx^{\nu}}{d\tau}} \qquad (1\text{-}12)$$

این شکل صریح کنش می باشد، که توصیف کننده حرکت یک ذره می باشد. هنگامی که مسیر توسط $X^{\mu}(\tau)$ با پارامتر τ پارامتریزه شده باشد و این کنش با تغییر پارامتر τ به τ' تغییر نمی کند

$$\frac{dx^{\mu}}{d\tau} = \frac{dx^{\mu}}{d\tau'}\frac{d\tau'}{d\tau} \tag{1-13}$$

با جانشینی آن در (1-12) داریم

$$S = -mC\int_{\tau_i}^{\tau_f}\sqrt{-\eta_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{d\tau'}\frac{dx^{\nu}}{d\tau'}}\frac{d\tau'}{d\tau}\,d\tau = -mC\int_{\tau'_i}^{\tau'_f} d\tau\sqrt{-\eta_{\mu\nu}\frac{dx^{\mu}}{d\tau'}\frac{dx^{\nu}}{d\tau'}}\ d\tau' = S' \tag{1-14}$$

بنابراین ما نشان دادیم، کنش ذره ما تحت تغییر پارامتر ناوردا مانده است.

1-4 معادله حرکت

برای بدست آوردن معادله حرکت باید از کنش وردش بگیریم

$$\delta S = -mC\int \delta\,(ds), \tag{1-15}$$

برای بدست آوردن وردش ds از وردش ds^2 استفاده می کنیم

$$(ds)^2 = ds^2 = -\eta_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu}, \tag{1-16}$$

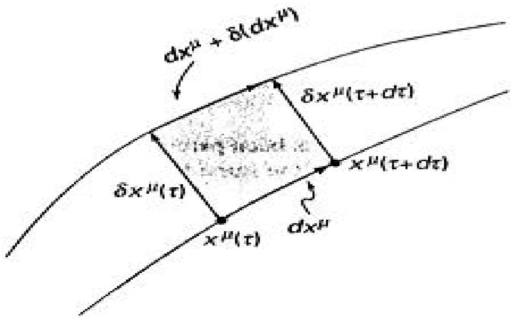
$$\delta(ds)^2 = 2ds\delta(ds) = -\eta_{\mu\nu}\delta(dx^{\mu}dx^{\nu}) = -2\eta_{\mu\nu}\delta(dx^{\mu})dx^{\nu}, \tag{1-17}$$

فاکتور 2 از تقارن وردش روی dx^{ν} و dx^{μ} ناشی می شود .

$$\delta(\mathrm{ds}) = -2\eta_{\mu\nu}\delta(dx^{\mu})\frac{dx^{\nu}}{\mathrm{ds}} \tag{1-18}$$

از تساوی زیر می خواهیم استفاده کنیم. بنابراین ابتدا علت این تساوی را توضیح می دهیم

$$\delta(dx^{\mu}) = d(\delta x^{\mu}). \tag{1-19}$$



با توجه به اینکه $dA = A(\tau + d\tau) - A(\tau)$ داریم

$$\delta(\mathrm{d}x^{\mu}) = \delta[x^{\mu}(\tau + d\tau) - x^{\mu}(\tau)] = \delta x^{\mu}(\tau + d\tau) - \delta x^{\mu}(\tau), \tag{1-20}$$

در نتیجه با جایگذاری (19–1)در (18–1)

$$\delta(ds) == -\eta_{\mu\nu}\frac{d(\delta x^{\mu})}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds}ds \qquad (1\text{-}21)$$

حال با برگشت به کنش (15–1)

$$\delta S = mC\int_{s_i}^{s_f}\eta_{\mu\nu}\frac{d(\delta x^{\mu})}{ds}\frac{dx^{\nu}}{ds}ds \qquad (1\text{-}22)$$

ما باید کنش را به صورت مشتق کامل در آوریم، بنابراین

$$\delta S = mc\int_{s_i}^{s_f}ds\frac{d}{ds}\left(\eta_{\mu\nu}\delta x^{\mu}\frac{dx^{\nu}}{ds}\right) - \int_{s_i}^{s_f}ds\delta x^{\mu}\left(mc\eta_{\mu\nu}\frac{d^2x^{\nu}}{ds^2}\right), \qquad (1\text{-}23)$$

قسمت اول انتگرال روی مرزهاست و از آنجایی که ما مختصات را روی مرزها ثابت کرده ایم بنابراین جمله اول از بین می رود، بنابراین وردش کنش به صورت زیر کاهش می یابد

$$\delta S = \int_{s_i}^{s_f}ds\delta x^{\mu}(s)\left(mc\eta_{\mu\nu}\frac{d^2x^{\nu}}{ds^2}\right), \qquad (1\text{-}24)$$

$\delta x^{\mu}(s)$ اختیاری می باشد و ما ضریب $\delta x^{\mu}(s)$ را به عنوان معادله حرکت انتخاب می کنیم

$$mc\eta_{\mu\nu}\frac{d^2x^{\nu}}{ds^2} = 0, \qquad (1\text{-}25)$$

بنابراین معادله حرکت به صورت زیر در می آید

$$\frac{d^2x^{\mu}}{ds^2} = 0. \qquad (1\text{-}26)$$

که معادله حرکت برای یک ذره آزاد می باشد، این معادله حرکت بوسیله وردش گرفتن از کنش نسبیتی برای ذره نقطه ای بدست آمد. U^{μ} را به صورت زیر تعریف می کنیم، که 4–بردار U^{μ} در طول جهان–خط ثابت است

$$U^{\mu} \equiv c\frac{dx^{\mu}}{ds} \Longrightarrow \frac{dU^{\mu}}{ds} = 0 \qquad (1\text{-}27)$$

و می توانیم بنویسیم

$$mc\frac{dx^{\upsilon}}{ds} = mU^{\upsilon} = P^{\upsilon} \qquad (1\text{-}28)$$

با جایگذاری در(24–1) بدست می آید

$$\delta S = -\int_{s_i}^{s_f}ds\delta x^{\mu}(\tau)\eta_{\mu\nu}\frac{dP^{\upsilon}}{d\tau} = -\int_{s_i}^{s_f}ds\delta x^{\mu}(\tau)\frac{dP_{\mu}}{d\tau} \qquad (1\text{-}29)$$

بنابراین

$$\frac{dP_{\mu}}{d\tau} = 0. \qquad (1\text{-}30)$$

پس از بدست آوردن معادله حرکت توانستیم از آن بدست آوریم که مومنتم (P^{μ})یا P_{μ} ذرات نقطه ای در طول جهان-خط ثابت است.

1-5 کنش پولیاکف برای ذره نسبیتی

حال کنش (1-12) را به فرم زیر می نویسیم

$$S = m\int ds = m\int \sqrt{-\eta_{\mu\nu}\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu}}\, d\tau, \tag{1-31}$$

در واقع کنش بالا، کنش نامبو-گوتو نام دارد، مومنتم به صورت زیر نوشته می شود

$$\mathrm{P}_{\mu} = -\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^{\mu}} = -\frac{\partial}{\partial \dot{x}^{\mu}}\left(m\sqrt{-\dot{x}^{\mu}\dot{x}_{\mu}}\right) = \frac{m\dot{x}_{\mu}}{\sqrt{-\dot{x}^{\mu}\dot{x}_{\mu}}} \tag{1-32}$$

معادله بالا به ما قید پوسته-جرم را می دهد

$$p^{2} = -\mathrm{m}^{2}. \tag{1-33}$$

حال کنش پولیاکف یک ذره نقطه ای را نوشته و به بررسی آن می پردازیم

$$S = -\frac{1}{2}\int\left[\eta_{\mu\nu}\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu}h^{-1}(\tau) - m^{2}h(\tau)\right] d\tau, \tag{1-34}$$

که در آن$h(\tau)$ میدان دینامیکی نمی باشد. حال اگر از معادله (1-34) نسبت به $h(\tau)$ وردش بگیریم، داریم

$$\begin{aligned}\delta S &= -\frac{1}{2}\int\left[\eta_{\mu\nu}\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu}\frac{(-\delta h(\tau))}{h^{2}(\tau)} - m^{2}\delta\big(h(\tau)\big)\right] d\tau \\ &= \frac{1}{2}\int\left[\eta_{\mu\nu}\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu}h^{-2}(\tau) + m^{2}\right]\delta h(\tau) d\tau,\end{aligned} \tag{1-35}$$

با صفر قراردادن ضریب $\delta h(\tau)$ به دست می آید

$$\eta_{\mu\nu}\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu}h^{-2}(\tau) + m^{2} = 0, \tag{1-36}$$

از معادله بالا $h(\tau)$ را بدست آوریم

$$h(\tau) = \frac{1}{m}\sqrt{-\eta_{\mu\nu}\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu}}\,, \tag{1-37}$$

حال با جایگذاری $h(\tau)$ از رابطه (1-37) در رابطه(1-34) داریم

$$S = -\frac{1}{2}\int\left[\eta_{\mu\nu}\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu}\left(\frac{1}{m}\sqrt{-\eta_{\mu\nu}\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu}}\right)^{-1} - m^{2}\left(\frac{1}{m}\sqrt{-\eta_{\mu\nu}\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu}}\right)\right] d\tau \tag{1-38}$$

و در نهایت به کنش زیر می رسیم

$$S = m\int \sqrt{-\eta_{\mu\nu}\dot{x}^{\mu}\dot{x}^{\nu}}\, d\tau\,, \tag{1-39}$$

که همان کنش نامبو-گوتو می باشد. پس کنش پولیاکف و نامبوگوتو به صورت کلاسیکی معادلند، ولی کار کردن با کنش پولیاکف بدلیل نداشتن مجذور ریشه راحت تر می باشد. حال برای بدست آوردن معادله حرکت در کنش پولیاکف نسبت به $X^\mu(\tau)$ وردش می گیریم

$$\delta S = -\frac{1}{2}\int [2\dot{x}^\mu h^{-1}(\tau)]\, \delta(\dot{x}^\mu) d\tau, \tag{1-40}$$

با انتگرال گیری جز به جز

$$\delta S = -[\dot{x}^\mu h^{-1}(\tau)]\delta(x^\mu) + \int \partial_\tau[\dot{x}^\mu h^{-1}(\tau)]\, \delta(x^\mu) d\tau \tag{1-41}$$

وردش در دو انتها صفر می باشد، با مساوی صفر قرار دادن ضریب $\delta(x^\mu)$

$$\partial_\tau[\dot{x}^\mu h^{-1}(\tau)] = 0 \tag{1-42}$$

و با جانشینی $h(\tau)$ از معادله (1-37) داریم

$$\partial_\tau \left[\dot{x}^\mu \left(\frac{1}{m}\sqrt{-\eta_{\mu\nu}\dot{x}^\mu \dot{x}^\nu}\right)^{-1}\right] = 0 \Longrightarrow \partial_\tau \left[\frac{m\dot{x}^\mu}{\sqrt{-\eta_{\mu\nu}\dot{x}^\mu \dot{x}^\nu}}\right] = 0. \tag{1-43}$$

این همان معادله حرکت (1-30) می باشد. مشاهده شد که کنش برای یک ذره نقطه ای متناسب با طول جهان-خط[1] بود، بنابراین می توانیم از این رهیافت استفاده کنیم و برای ریسمانها از کنش متناسب با سطح ناحیه جهان-رویه[2] استفاده کنیم، که در فصل بعد به بررسی آن می پردازیم.

---

[1] World-line
[2] World-sheet

فصل دوم

ریسمان بوزونی

2-1 مقدمه

بهترین شروع بحث در نظریه ریسمان، ریسمانهای بوزونی می باشند. این به ما اجازه می دهد تا مفاهیم اساسی تئوری ریسمان را بدون پرداختن به مفاهیم پیچیده ابرریسمان مطالعه کنیم. بنابراین ما در این فصل اصول اولیه ریسمان بوزونی را معرفی می کنیم. معادلات حرکت و کلیترین جواب این معادلات و همچنین در رابطه با مدهای نوسانی نوسانگرها در تئوری ریسمان بحث می کنیم. سپس در دنباله به معرفی جبری با نام جبر ویراسورو و رابطه نزدیک آن با هامیلتونی می پردازیم و در ادامه مشکلاتی که در این فرمالیزم وجود دارد را بیان می کنیم. برای این فصل از مرجع[2] استفاده شده است، در این کتاب به کلیات پرداخته شده است و خواننده در صورت نیاز به جزئیات بیشتر می تواند به مراجع[1]و[3]و[4]و[5]و[6]و[7]و[8]و[9] مراجعه کند. از اینجا به بعد از یکایی که با $\hbar = c = 1$ داده می شوند استفاده می کنیم، بنابراین

$$[M] = [L^{-1}] = [T]$$

2-2 کنش جهان-حجم

در فصل قبل دیدیم که کنش برای یک ذره نقطه ای متناسب با طول جهان-خط می باشد. برای ریسمانها، کنش متناسب با سطح ناحیه جهان-رویه خواهد بود و در کل برای یک p-برین[1] کنش شامل حجم (p+1) بعدی است

[1] P-brane

$$S = -T_P \int d\,\mu_{p+1} \qquad (2\text{-}1)$$

به طوریکه ثابت T_P کنش را بدون بعد می سازد، بنابراین دارای بعد $\left[\text{جرم}\right]^{(p+1)}$ می باشد یا $\left[\text{طول}\right]^{-(p+1)}$ ، که مربوط به تنش p-برین است و برای یک 0-برین(ذره نقطه ای) فقط جرم است.

فرض کنید $\xi^{\alpha}(\alpha = 0, 1, 2, \ldots, p+1)$ مختصات در جهان-حجم p-برین و $g_{\mu\nu}(\mu,\nu = 0,1,2,\ldots, d-1)$ متریک فضا-زمان d بعدی است. پس $g_{\mu\nu}$ یک متریک در جهان-حجم القا می کند

$$ds^2 = -g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} = -g_{\mu\nu} \frac{\partial x^{\mu}}{\partial \xi^{\alpha}} \frac{\partial x^{\nu}}{\partial \xi^{\beta}} d\xi^{\alpha} d\xi^{\beta} = G_{\alpha\beta} d\xi^{\alpha} d\xi^{\beta} \qquad (2\text{-}2)$$

بنابراین عنصر ناوردای حجم به صورت زیر در می آید

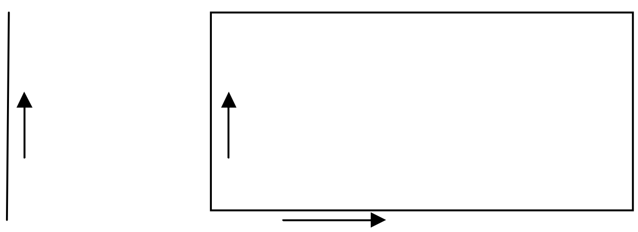
$$d\mu_{p+1} = \sqrt{-detG_{\alpha\beta}}\, d^{p+1}\xi. \qquad (2\text{-}3)$$

2-3 تئوری کلاسیکی ریسمانهای بوزونی

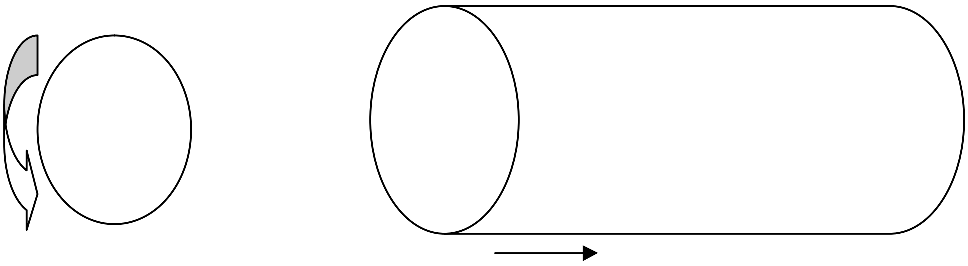
یک ریسمان یک جسم یک بعدی می باشد که در فضا-زمان d-بعدی حرکت می کند. (d-1-بعد فضا و 1-بعد زمان) چنانچه یک ریسمان در زمان حرکت کند، یک ناحیه 2-بعدی در فضا-زمان d-بعدی را جاروب می کند، که به آن جهان-رویه یک ریسمان گویند. (قابل قیاس با جهان-خط یک ذره).

ریسمان بوسیله پارامتر σ پارامتریزه شده است $0 \leq \sigma < l$. چنانچه ریسمان در زمان حرکت کند، هر نقطه روی ریسمان یک خط سیر در فضا-زمان را توصیف می کند. این خط سیر می تواند بوسیله یک متغیر τ پارامتریزه شود و در محدوده $-\infty < \tau < +\infty$ تعریف شود. از این رو هر نقطه روی جهان رویه بوسیله جفت (σ, τ) پارامتریزه می شود. ریسمانها می توانند به دو صورت باز یا بسته تعریف شوند.

ریسمان باز



ریسمان بسته



فضا-زمان d-بعدی $X^{\mu}(\mu = 0,1,2,\dots,d-1)$

این توابع جهان-رویه را در فضا-زمان جا می دهد. σ,τ پارامترهای ریاضی اند و مفهوم فیزیکی ندارند، به ما می گویند که ریسمان حرکت می کند و از این رو متغیرهای دینامیکی می باشند.

2-4 کنش نامبو-گوتو

در مورد 1-برین یعنی ریسمانها، کنش جهان-حجم (2-1) به صورت زیر در می آید

$$S = -T\int\sqrt{-\det G_{\alpha\beta}}\,d^2\xi. \tag{2-4}$$

اگر فضا-زمان را مینکوفسکی تخت در نظر بگیریم یعنی $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ و با تعریف $\xi^0 = \tau \quad \xi^1 = \sigma$ بدست می آوریم

$$\sqrt{-\det G_{\alpha\beta}} = \sqrt{-\det\left(-\eta_{\mu\nu}\frac{\partial x^{\mu}}{\partial\xi^{\alpha}}\frac{\partial x^{\nu}}{\partial\xi^{\beta}}\right)} = \sqrt{(\dot{x}.x')^2 - \dot{x}^2 x'^2} \tag{2-5}$$

بنابراین کنش نامبو-گوتو برای فضا-زمان تخت به صورت زیر در می آید

$$S_{NG} = -T\int\sqrt{(\dot{x}.x')^2 - \dot{x}^2 x'^2}\,d\sigma d\tau \tag{2-6}$$

تذکر: کنش کلاین-گردن برای n میدان اسکالردر d-بعد به صورت زیر است

$$S = \int d^d X\,\eta^{\mu\upsilon}\left(\sum_{i=1}^{n}\partial_{\mu}\varphi^{i}\,\partial_{\upsilon}\varphi^{i} - m^2\varphi^{i}\varphi^{i}\right) \tag{2-7}$$

حال اگر از جرم صرفنظر کنیم و کنش را بدون جرم بنویسیم، داریم

$$S = \int d\sigma d\tau\left(\eta^{\alpha\beta}\sum_{i=1}^{n}\partial_{\alpha}\varphi^{i}\,\partial_{\beta}\varphi^{i}\right) \tag{2-8}$$

با تبدیل φ^{i} به $X^{\mu}(\sigma,\tau)$داریم

$$S = \int d\sigma d\tau\left(\eta^{\alpha\beta}\sum_{i=1}^{d}\partial_{\alpha}X^{\mu}(\sigma,\tau)\,\partial_{\beta}X^{\upsilon}(\sigma,\tau)\right)\eta_{\mu\upsilon} \tag{2-9}$$

مشاهده می شود کنش بالا کنش کلاین گردن در دو بعد و بدون جرم می باشد، معادل با کنش نامبوگوتو برای ریسمان است.

2-5 کنش پولیاکف

در مورد ذرات نقطه ای، مجذور ریشه در کنش نامبو-گوتو رفتار پیچیده کوانتومی می دهد که کار کردن با آن مشکل می باشد. بنابراین یک کنش معادل معرفی می کنیم. کنش پولیاکف را در حالت کلی بررسی می کنیم. می خواهیم یک ریسمان بوزونی که در میدانهای زمینه بدون جرم $\varphi, B_{\mu\upsilon}, G_{\mu\upsilon}$ منتشر می شود را بررسی کنیم که در واقع بررسی ریسمان در یک فضا-زمان منحنی می باشد

$$S_1 = -\frac{T}{2}\int \sqrt{-deth_{\alpha\beta}}\, h^{\alpha\beta} \mathrm{G}_{\mu\upsilon}(\mathrm{x})\partial_\alpha x^\mu \partial_\beta x^\upsilon d\sigma d\tau, \qquad (2\text{-}10)$$

$$S_2 = -\frac{T}{2}\int d\sigma d\tau\, \varepsilon^{\alpha\beta} \mathrm{B}_{\mu\upsilon}(\mathrm{x})\partial_\alpha x^\mu \partial_\beta x^\upsilon, \qquad (2\text{-}11)$$

$$S_3 = \frac{T}{2}\int d\sigma d\tau \sqrt{-deth_{\alpha\beta}} R^{(2)} \varphi(\mathrm{x})\alpha', \qquad (2\text{-}12)$$

کنش نهایی، مجموع این کنش ها می باشد

$$S = S_1 + S_2 + S_3. \qquad (2\text{-}13)$$

معادله حرکت آن به فرم زیر می شود

$$-\mathrm{g}_{\mathrm{LK}}\left[\partial_\alpha\left(\sqrt{-deth_{\alpha\beta}} h^{\alpha\beta}\partial_\beta X^K\right) + \sqrt{-deth_{\alpha\beta}} h^{\alpha\beta}\Gamma^{\mathrm{K}}_{\mathrm{MN}}\,\partial_\alpha \mathrm{X}^{\mathrm{M}}\,\partial_\beta \mathrm{X}^{\mathrm{N}}\right]$$
$$= \frac{1}{2} H_{LMN}\varepsilon^{\alpha\beta}\,\partial_\alpha \mathrm{X}^{\mathrm{M}}\,\partial_\beta \mathrm{X}^{\mathrm{N}} \qquad (2\text{-}14)$$

با توجه به این که $\Gamma^{\mathrm{K}}_{\mathrm{MN}}$ H_{LMN}را این گونه تعریف کرده ایم

$$\Gamma_{\mathrm{L,MN}} = g_{LK}\Gamma^{\mathrm{K}}_{\mathrm{MN}} = \frac{1}{2}\left(\partial_{\mathrm{M}} g_{NL} + \partial_{\mathrm{N}} g_{ML} + \partial_{\mathrm{L}} g_{MN}\right) \qquad (2\text{-}15)$$

$$H_{LMN} = \partial_{\mathrm{M}} b_{NL} + \partial_{\mathrm{N}} b_{ML} + \partial_{\mathrm{L}} b_{MN} \qquad (2\text{-}16)$$

حال اگر $\varphi(\mathrm{x})$ و $\mathrm{B}_{\mu\nu}(\mathrm{x})$را برابر صفر قرار دهیم به کنش زیر می رسیم

$$S_P = -\frac{T}{2}\int \sqrt{-deth_{\alpha\beta}}\, h^{\alpha\beta} \mathrm{G}_{\mu\nu}\partial_\alpha x^\mu \partial_\beta x^\upsilon d\sigma d\tau \qquad (2\text{-}17)$$

این یک تئوری آزاد نیست زیرا $\mathrm{G}_{\mu\nu}$ با X ها برهمکنش دارند، برای اینکه کنش آزاد شود باید $\mathrm{G}_{\mu\nu}$ را یک پیش زمینه مستقل از مختصات بگیریم، بنابراین

$$S_P = -\frac{T}{2}\int \sqrt{-deth_{\alpha\beta}}\, h^{\alpha\beta} \eta_{\mu\nu}\partial_\alpha x^\mu \partial_\beta x^\upsilon d\sigma d\tau \qquad (2\text{-}18)$$