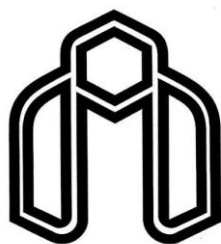


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد طراحی کاربردی

# آنالیز مودال غیر خطی برای تیر میکرو با میرایی ترموالاستیک

دانشجو:

رامتین حدادزاده هندو

استاد راهنما:

دکتر اردشیر کرمی محمدی

شهریور ۱۳۹۲



دانشگاه صنعتی شاهرود

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۶)

بسمه تعالی

شماره :

تاریخ :

ویرایش :

فرم صورتجلسه دفاع پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای رامتین حدادزاده هندو رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی تحت عنوان آنالیز مودال غیر خطی برای تیر میکرو با میرایی ترموالاستیک که در تاریخ ۹۲/۶/۲۵ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح زیر است :

قبول ( با درجه بسیار خوب - امتیاز ۱۸/۹۹ )   دفاع مجدد  مردود

۱- عالی ( ۲۰ - ۱۹ )

۲- بسیار خوب ( ۱۸/۹۹ - ۱۸ )

۳- خوب ( ۱۷/۹۹ - ۱۶ )

۴- قابل قبول ( ۱۵/۹۹ - ۱۴ )

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

امضاء	مرتبه علمی	نام و نام خانوادگی	اعضای هیأت داوران
	استاد یار	امیر کرمی کهن	۱- استاد راهنما
			۲- استاد مشاور
	استاد	رضا طاهرانی	۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی
		اسد محمدی	۴- استاد ممتحن
	استاد	امیر حبیبی	۵- استاد ممتحن

تأیید رئیس دانشکده



سرشت استاد زندگی است

همه است و همه او نیستند

اندوه و شادی، پس و پیش، درون و برون

حکلی افزار پرورش اویند  
خرد و دانش، بیچ اند

مگر میانجی در رهی تاریک به سوی تهی

ارجمند جهان... سپاس گزارم

# تعهد نامه

اینجانب رامتین حدادزاده هندو دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه آنالیز مودال غیر خطی برای تیر میکرو با میرایی ترموالاستیک تحت راهنمایی دکتر اردشیر کرمی محمدی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند ، در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده ( یا بافتهای آنها ) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

۹۲،۶،۲۰  


امضای دانشجو

## مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است ) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

## چکیده

هدف در این پایان نامه بررسی ارتعاشات غیر خطی گذرای تیر میکرو با میرایی ترموالاستیک است. پس از مرور تاریخچه ی پژوهش های مهم و کلیدی انجام شده ، معادله ی انتقال حرارت برای رابطه کرنش - جابجایی غیر خطی حل و سپس معادله حرکت تیر اویلر - برنولی با جابجایی عرضی بزرگ و میرایی ترموالاستیک استخراج شده است. سیستم مورد بحث به کمک تئوری مود های طبیعی غیر خطی ، بررسی و توابع مود بر حسب بیشینه دامنه ی سیستم ارائه شده و سپس با استفاده از مود های غیر خطی ، سیستم یک درجه آزادی معادل در حرکت تک مودی محاسبه شده است. پاسخ گذرای سیستم برای ابعاد و دماهای متفاوت با استفاده از روش بالانس هارمونیکی و سیگنال تحلیلی بدست آمده از تبدیل هیلبرت ، محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده است. ارتباط دامنه ی سیستم در ارتعاش غیر خطی با میرایی ترموالاستیک ، نحوه ی اثر گذاری این مکانیزم میرایی بر پارامتر های پاسخ و همچنین اتلاف انرژی سیستم به واسطه کاهش فرکانس در شرایط متفاوت مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. نشان داده شده است که رابطه حاکم بر سیستم معادل تیر میکرو در آنالیز مودال غیر خطی ، از نظر ساختاری متفاوت با دیگر روش های معمول همانند گلرکین بوده و این موضوع سبب وجود نقاط کمینه در پارامتر های پاسخ می گردد.

کلید واژه : مود غیر خطی ، تیر میکرو ، میرایی ترموالاستیک ، سیگنال تحلیلی

## فهرست مطالب

فصل اول : مقدمه	۱
۱-۱. پیشگفتار	۲
۲-۱. سیستم های میکرو الکترو مکانیکی	۲
۳-۱. تاریخچه	۳
۱-۳-۱. میرایی ترموالاستیک	۳
۲-۳-۱. مود غیر خطی	۴
۳-۳-۱. تبدیل هیلبرت	۵
فصل دوم : استخراج معادله حرکت	۶
۱-۲. کلیات	۷
۲-۲. هندسه تیر صفحه ای	۷
۳-۲. تحلیل انتقال حرارت	۱۰
۴-۲. معادله حرکت و شرایط مرزی	۱۳
فصل سوم : آنالیز مودال غیر خطی	۱۵
۱-۳. مود طبیعی غیر خطی	۱۶
۲-۳. آنالیز مودال تیر اوپلر برنولی با جابجایی عرضی بزرگ	۱۸
۱-۲-۳. تحلیل درجه اول	۲۱
۲-۲-۳. تحلیل درجه دوم	۲۳
۳-۲-۳. تحلیل درجه سوم	۲۳
۳-۳. شکل مود و دینامیک مود	۲۶
فصل چهارم : بررسی پاسخ گذرا	۳۳
۱-۴. کلیات	۳۴

۳۴	..... روش بالانس هارمونیکی
۳۵	..... ۱-۲-۴. نوع اول
۳۷	..... ۲-۲-۴. نوع دوم
۳۸	..... ۳-۲-۴. محاسبه پاسخ ضمنی
۳۹	..... ۳-۴. سیگنال تحلیلی
۳۹	..... ۱-۳-۴. تبدیل هیلبرت و سیگنال تحلیلی
۴۱	..... ۲-۳-۴. دامنه و فرکانس لحظه ای
۴۳	..... ۳-۳-۴. بررسی پاسخ با استفاده از سیگنال تحلیلی
۴۵	..... ۴-۳-۴. فرکانس نامیرا
۴۵	..... ۵-۳-۴. میرایی معادل
۴۶	..... ۴-۴. پاسخ گذرا
۴۸	..... ۱-۴-۴. میرایی خطی
۶۹	..... ۲-۴-۴. میرایی غیر خطی
۹۰	..... فصل پنجم: نتیجه گیری
۹۱	..... ۱-۵. خلاصه نتایج
۹۱	..... ۲-۵. پیشنهاد برای پژوهش های آینده
۹۳	..... مراجع و منابع:



## فهرست اشکال

- ۱-۲..... ۷
- ۱-۳ (الف) مود اول خطی و غیر خطی  $\delta = 0.7$  ..... ۲۸
- ۱-۳ (ب) مود اول خطی و غیر خطی  $\delta = 1.2$  ..... ۲۸
- ۲-۳ (الف) مود دوم خطی و غیر خطی  $\delta = 0.7$  ..... ۲۹
- ۲-۳ (ب) مود دوم خطی و غیر خطی  $\delta = 1.2$  ..... ۲۹
- ۳-۳ (الف) مود سوم خطی و غیر خطی  $\delta = 0.7$  ..... ۳۰
- ۳-۳ (ب) مود سوم خطی و غیر خطی  $\delta = 1.2$  ..... ۳۰
- ۴-۳ (الف) مود چهارم خطی و غیر خطی  $\delta = 0.7$  ..... ۳۱
- ۴-۳ (ب) مود چهارم خطی و غیر خطی  $\delta = 1.2$  ..... ۳۱
- ۱-۴ (الف) دامنه نرمال  $T = 300 K$  ،  $L = 50 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۴۹
- ۱-۴ (ب) دامنه نرمال  $T = 300 K$  ،  $L = 70 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۴۹
- ۱-۴ (ج) دامنه نرمال  $T = 300 K$  ،  $L = 90 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۰
- ۲-۴ (الف) مشتق دامنه نرمال نسبت به زمان  $T = 300 K$  ،  $L = 50 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۰
- ۲-۴ (ب) مشتق دامنه نرمال نسبت به زمان  $T = 300 K$  ،  $L = 70 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۱
- ۲-۴ (ج) مشتق دامنه نرمال نسبت به زمان  $T = 300 K$  ،  $L = 90 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۱
- ۳-۴ (الف) فرکانس میرا  $T = 300 K$  ،  $L = 50 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۲
- ۳-۴ (ب) فرکانس میرا  $T = 300 K$  ،  $L = 70 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۳
- ۳-۴ (ج) فرکانس میرا  $T = 300 K$  ،  $L = 90 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۳
- ۴-۴ (الف) فرکانس موهومی معادل  $T = 300 K$  ،  $L = 50 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۴
- ۴-۴ (ب) فرکانس موهومی معادل  $T = 300 K$  ،  $L = 70 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۴
- ۴-۴ (ج) فرکانس موهومی معادل  $T = 300 K$  ،  $L = 90 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۵
- ۵-۴ (الف) تغییر نرمال فرکانس  $T = 300 K$  ،  $L = 50 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۶
- ۵-۴ (ب) تغییر نرمال فرکانس  $T = 300 K$  ،  $L = 70 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۶
- ۵-۴ (ج) تغییر نرمال فرکانس  $T = 300 K$  ،  $L = 90 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۷
- ۶-۴ (الف) معکوس ضریب کیفیت  $T = 300 K$  ،  $L = 50 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۸
- ۶-۴ (ب) معکوس ضریب کیفیت  $T = 300 K$  ،  $L = 70 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۸
- ۶-۴ (ج) معکوس ضریب کیفیت  $T = 300 K$  ،  $L = 90 \mu m$  ،  $L/h = 15$  ..... ۵۹

- ۶۰ .....  $T = 200 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  دامنه نرمال (الف ۷-۴)
- ۶۰ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  دامنه نرمال (ب ۷-۴)
- ۶۱ .....  $T = 400 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  دامنه نرمال (ج ۷-۴)
- ۶۱ .....  $T = 200 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  مشتق دامنه نرمال نسبت به زمان (الف ۸-۴)
- ۶۲ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  مشتق دامنه نرمال نسبت به زمان (ب ۸-۴)
- ۶۲ .....  $T = 400 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  مشتق دامنه نرمال نسبت به زمان (ج ۸-۴)
- ۶۳ .....  $T = 200 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  فرکانس میرا (الف ۹-۴)
- ۶۳ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  فرکانس میرا (ب ۹-۴)
- ۶۴ .....  $T = 400 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  فرکانس میرا (ج ۹-۴)
- ۶۴ .....  $T = 200 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  فرکانس موهومی معادل (الف ۱۰-۴)
- ۶۵ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  فرکانس موهومی معادل (ب ۱۰-۴)
- ۶۵ .....  $T = 400 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  فرکانس موهومی معادل (ج ۱۰-۴)
- ۶۶ .....  $T = 200 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  تغییر نرمال فرکانس (الف ۱۱-۴)
- ۶۶ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  تغییر نرمال فرکانس (ب ۱۱-۴)
- ۶۷ .....  $T = 400 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  تغییر نرمال فرکانس (ج ۱۱-۴)
- ۶۷ .....  $T = 200 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  معکوس ضریب کیفیت (الف ۱۲-۴)
- ۶۸ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  معکوس ضریب کیفیت (ب ۱۲-۴)
- ۶۸ .....  $T = 400 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  معکوس ضریب کیفیت (ج ۱۲-۴)
- ۷۰ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 50 \mu m$  ،  $L/h = 15$  دامنه نرمال (الف ۱۳-۴)
- ۷۰ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 70 \mu m$  ،  $L/h = 15$  دامنه نرمال (ب ۱۲-۴)
- ۷۱ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 90 \mu m$  ،  $L/h = 15$  دامنه نرمال (ج ۱۳-۴)
- ۷۱ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 50 \mu m$  ،  $L/h = 15$  مشتق دامنه نرمال نسبت به زمان (الف ۱۴-۴)
- ۷۲ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 70 \mu m$  ،  $L/h = 15$  مشتق دامنه نرمال نسبت به زمان (ب ۱۴-۴)
- ۷۲ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 90 \mu m$  ،  $L/h = 15$  مشتق دامنه نرمال نسبت به زمان (ج ۱۴-۴)
- ۷۳ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 50 \mu m$  ،  $L/h = 15$  فرکانس میرا (الف ۱۵-۴)
- ۷۴ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 70 \mu m$  ،  $L/h = 15$  فرکانس میرا (ب ۱۵-۴)
- ۷۴ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 90 \mu m$  ،  $L/h = 15$  فرکانس میرا (ج ۱۵-۴)
- ۷۵ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 50 \mu m$  ،  $L/h = 15$  فرکانس موهومی معادل (الف ۱۶-۴)
- ۷۵ .....  $T = 300 K$  ،  $L = 70 \mu m$  ،  $L/h = 15$  فرکانس موهومی معادل (ب ۱۶-۴)

- ۷۶..... $T = 300 K$  ،  $L = 90 \mu m$  ،  $L/h = 15$  معادل فرکانس موهومی (ج ۱۶-۴)
- ۷۷..... $T = 300 K$  ،  $L = 50 \mu m$  ،  $L/h = 15$  تغییر نرمال فرکانس (الف ۱۷-۴)
- ۷۷..... $T = 300 K$  ،  $L = 70 \mu m$  ،  $L/h = 15$  تغییر نرمال فرکانس (ب ۱۷-۴)
- ۷۸..... $T = 300 K$  ،  $L = 90 \mu m$  ،  $L/h = 15$  تغییر نرمال فرکانس (ج ۱۷-۴)
- ۷۸..... $T = 300 K$  ،  $L = 50 \mu m$  ،  $L/h = 15$  معکوس ضریب کیفیت (الف ۱۸-۴)
- ۷۹..... $T = 300 K$  ،  $L = 70 \mu m$  ،  $L/h = 15$  معکوس ضریب کیفیت (ب ۱۸-۴)
- ۷۹..... $T = 300 K$  ،  $L = 90 \mu m$  ،  $L/h = 15$  معکوس ضریب کیفیت (ج ۱۸-۴)
- ۸۰..... $T = 200 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  دامنه نرمال (الف ۱۹-۴)
- ۸۱..... $T = 300 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  دامنه نرمال (ب ۱۹-۴)
- ۸۱..... $T = 400 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  دامنه نرمال (ج ۱۹-۴)
- ۸۲..... $T = 200 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  مشتق دامنه نرمال نسبت به زمان (الف ۲۰-۴)
- ۸۲..... $T = 300 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  مشتق دامنه نرمال نسبت به زمان (ب ۲۰-۴)
- ۸۳..... $T = 400 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  مشتق دامنه نرمال نسبت به زمان (ج ۲۰-۴)
- ۸۳..... $T = 200 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  فرکانس میرا (الف ۲۱-۴)
- ۸۴..... $T = 300 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  فرکانس میرا (ب ۲۱-۴)
- ۸۴..... $T = 400 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  فرکانس میرا (ج ۲۱-۴)
- ۸۵..... $T = 200 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  معادل فرکانس موهومی (الف ۲۲-۴)
- ۸۵..... $T = 300 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  معادل فرکانس موهومی (ب ۲۲-۴)
- ۸۶..... $T = 400 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  معادل فرکانس موهومی (ج ۲۲-۴)
- ۸۶..... $T = 200 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  تغییر نرمال فرکانس (الف ۲۳-۴)
- ۸۷..... $T = 300 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  تغییر نرمال فرکانس (ب ۲۳-۴)
- ۸۷..... $T = 400 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  تغییر نرمال فرکانس (ج ۲۳-۴)
- ۸۸..... $T = 200 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  معکوس ضریب کیفیت (الف ۲۴-۴)
- ۸۸..... $T = 300 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  معکوس ضریب کیفیت (ب ۲۴-۴)
- ۸۹..... $T = 400 K$  ،  $L = 80 \mu m$  ،  $L/h = 20$  معکوس ضریب کیفیت (ج ۲۴-۴)

# فصل اول

## مقدمه

## ۱-۱. پیشگفتار

هدف در این پایان نامه بررسی ارتعاشات آزاد تیر میکرو با میرایی ترموالاستیک است که به دلیل جابجایی عرضی بزرگ، رفتار غیر خطی دارد. در فصل اول پس از معرفی بعضی کاربردهای سیستم میکرو الکترو مکانیکی، تاریخچه پژوهش‌های مهم و کلیدی انجام شده در این زمینه ارائه شده است.

در فصل دوم پس از بررسی هندسه تیر و استخراج رابطه‌ی کرنش - جابجایی، به حل معادله انتقال حرارت پرداخته و ارتباط گرادیان دما با جابجایی و نحوه‌ی اثر گذاری میرایی ترموالاستیک بر سیستم بررسی شده و سپس معادله ارتعاش غیر خطی تیر اویلر - برنولی با میرایی ترموالاستیک به کمک اصل تعمیم یافته هامیلتون استخراج شده است.

در فصل سوم پس از معرفی تعریف مودهای طبیعی غیر خطی در خمینه‌ی ناوردای فضای فاز سیستم و نحوه‌ی بررسی آن‌ها، شکل مودهای غیر خطی برای سیستم مورد بحث تا درجه‌ی سوم محاسبه و تفاوت آن‌ها با شکل مود خطی برای دامنه‌های متفاوت بررسی شده است. سپس به کمک توابع مود غیر خطی، معادله‌ی دینامیک مود یا سیستم یک درجه آزادی معادل بدست آمده است.

در فصل چهارم در ابتدا به معرفی اجمالی بالانس هارمونیک به عنوان یکی از روش‌های متداول جهت بررسی ارتعاشات غیر خطی پرداخته، سپس با معرفی تبدیل انتگرالی هیلبرت و خواص آن، نحوه‌ی محاسبه‌ی سیگنال تحلیلی به کمک تبدیل هیلبرت شرح داده شده است. پس از بررسی مفهومی پارامترهای سیگنال تحلیلی هم چون فرکانس لحظه‌ای و دامنه لحظه‌ای، روشی جهت کوتاه نمودن روند حل عددی و بالا بردن دقت دامنه و فرکانس بدست آمده از آن ارائه شده است. در آخر پاسخ‌های بدست آمده از دو روش فوق برای ارتعاش گذرای تیر میکرو با یکدیگر در شرایط متفاوت از نظر ابعاد و دما برای دو حالت میرایی خطی و غیر خطی مقایسه شده و دلیل اختلاف بین پاسخ این دو روش شرح داده شده است.

در فصل پنجم خلاصه‌ی نتایج و چند پیشنهاد برای پژوهش‌های آینده ارائه شده است.

## ۱-۲. سیستم‌های میکرو الکترو مکانیکی<sup>۱</sup>

سیستم‌های الکترو مکانیکی در ابعاد میکرون، در حوزه‌های متفاوت صنعتی و زندگی روزمره حضور دارند. روند ساخت و توسعه‌ی این سیستم‌ها از سال ۱۹۵۸ میلادی با اختراع آی سی شروع شد و پس از آن با پیشرفت تکنولوژی میکرو الکترونیک و تولید انبوه در ابعاد کوچک، استفاده از آن‌ها بسیار گسترش یافت. از جمله این سیستم‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره نمود.

---

<sup>1</sup> Micro Electro Mechanical System (MEMS)

## ۱- سنسور فشار

معمولاً این سنسور ها تشکیل شده از یک دیافراگم سیلیکونی بوده که مواد با خاصیت پیزو مقاومتی<sup>۱</sup> در دهانه ی آن کار گذاشته شده است. در صورت وجود اختلاف فشار بین دو طرف ، دیافراگم تغییر شکل داده که منجر به تغییر مقاومت الکتریکی پیزو می گردد. این تغییر مقاومت توسط چیپ الکترونیکی دستگاه قابل اندازه گیری بوده و با استفاده از آن سیگنال خروجی سنسور ساخته می شود.

## ۲- سنسور اینرسی

این سنسور ها به دو دسته ی شتاب سنج و ژيروسکوپ تقسیم بندی شده که به ترتیب تغییرات سرعت خطی و سرعت زاویه ای را شناسایی می کنند. جابجایی قسمت الاستیک آنها توسط پیزو اندازه گیری شده و ابعاد کوچک آنها ، امکان استفاده در اکثر سیستم ها را فراهم می کند.

## ۳- سویچ های RF

این سویچ ها برای سالیان زیادی تحت بررسی و توسعه بوده اند. ولی بنا به دلایلی همچون رسیدن به بازدهی مناسب ، تولید انبوه و قابلیت اطمینان ، به تازگی وارد بازار تجاری شده اند. سویچ های RF در سیستم هایی که ابعاد کوچک و توان مصرفی کم برای آن ها حائز اهمیت است ، نسبت به دیگر سویچ ها الکترونیکی برتری دارند و امروزه در بسیاری از بخش های رایانه ، سیستم های مخابراتی و سیستم های امنیتی استفاده می شوند.

از دیگر سیستم های میکرو الکترو مکانیکی می توان به میکرو آینه ها ، سیستم های مهندسی پزشکی ، ابزار آزمایشگاهی بیوشیمی و میکرو ماهواره ها اشاره نمود.

## ۳-۱. تاریخچه

### ۱-۳-۱. میرایی ترموالاستیک

یکی از عوامل موثر در بررسی سیستم های میکرو ، انرژی اتلافی آن در ارتعاش است. ضریب کیفیت بزرگ منجر به پایداری فرکانسی و عملکرد بهتر خواهد بود [۱،۲]. انواع مختلف میرایی همچون میرایی آبرودینامیکی ، میرایی تکیه گاهی و میرایی داخلی وجود دارد. اما مکانیزم میرایی غالب در سیستم های میکرو مکانیکی که در حلال نسبی کار می کنند ، میرایی ترموالاستیک است [۳]. این میرایی در واقع کوپلینگ بین میدان های مکانیکی و حرارتی است. میرایی ترموالاستیک در سیستم های ارتعاشی با بار خمشی بوجود می آید. در خمش ، یک سمت تحت کشش بوده و سرد شده در حالی که سمت دیگر تحت فشار بوده و گرم می شود. این اختلاف دما منجر به ایجاد گرادیان دما و در نهایت باعث تولید حرارت برگشت ناپذیر شده که انتروپی سیستم را افزایش داده و سبب از دست رفتن انرژی می گردد. مبدا شناسایی میرایی

<sup>1</sup> Piezoresistive effect

ترموالاستیک ، کار های آزمایشگاهی بنویتر<sup>۱</sup> در سال ۱۹۲۴ است [۴]. برای اولین بار زئر<sup>۲</sup> در سال ۱۹۳۷ این مکانیزم میرایی را در رزوناتور های خمشی بررسی نمود و رابطه ای تقریبی برای آن ارائه داد [۵،۶]. بری<sup>۳</sup> به صورت آزمایشگاهی میرایی ترموالاستیک را به صورت تابعی از فرکانس محاسبه نمود که نتایج او تئوری زئر را تایید می کرد [۷]. لاندو و لیفشیتز<sup>۴</sup> معادله ی دقیق میرایی ترموالاستیک را برای تیر میکرو ارائه کرده در حالی که پاسخ قابل قبول برای معادله ی مذکور وجود نداشت [۸]. روزهارت<sup>۵</sup> اثر میرایی ترموالاستیک را در تک کریستال سیلیکون به صورت آزمایشگاهی بدست آورد [۳]. لیفشیتز و روکس<sup>۶</sup> میرایی ترموالاستیک را به صورت تحلیلی بررسی کرده و رابطه ی ضریب کیفیت را برای تیر با سطح مقطع مربعی بدست آوردند [۹]. نایفه و یونیس<sup>۷</sup> با استفاده از تکنیک اغتشاشات ، رابطه ای برای ضریب کیفیت در ورق میکرو ارائه کردند [۱۰]. سیلور و پترسون<sup>۸</sup> [۱۱] با روش المان محدود و سان<sup>۹</sup> [۱۲] با استفاده از تبدیل فوریه سینوسی محدود ، اثر میرایی ترموالاستیک را محاسبه کردند. یی<sup>۱۰</sup> اثر شکل هندسی را بر روی میرایی ترموالاستیک بررسی نمود [۱۳].

### ۱-۳-۲. مود غیر خطی

مود طبیعی یک مفهوم کاملا شناخته شده در سیستم های ارتعاشی است که معمولا با کمک معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت که حاصل خطی سازی معادله حرکت حول نقطه ی تعادل سیستم است ، تعریف می شوند. مود های طبیعی بیان گر گونه ی خاصی از حرکت بوده که در آن سیستم همانند سیستمی با مرتبه ی پایین تر رفتار می کند. در سیستم های خطی پایستار و غیر ژيروسکوپیک ، شکل مود به صورت تابع ویژه و فرکانس طبیعی همان مقدار ویژه متناظر است. مود طبیعی برای سیستم های میرا و ژيروسکوپیک نیز وجود دارد ، ولی بررسی به سادگی حالت قبل نیست. زیرا در این شرایط مود های طبیعی به صورت موج در حال حرکت خواهد بود. دینامیک هر مود برای اکثر سیستم های خطی با یک سیستم معادل یک یا چند درجه آزادی قابل توصیف است.

مود غیر خطی اولین بار در دهه ی ۱۹۶۰ میلادی توسط روزنبرگ<sup>۱۱</sup> تحت عنوان ارتعاش متحد تعریف شد [۱۴-۱۶] و کار بر روی آن در دهه ی ۱۹۷۰ توسط رند<sup>۱۲</sup> [۱۷-۱۹] و مانویچ و میکلین<sup>۱۳</sup> [۲۰] ادامه

<sup>1</sup> K. Bennewitz

<sup>2</sup> C. Zenner

<sup>3</sup> B.S. Berry

<sup>4</sup> L.D. Landau, E.M. Lifshitz

<sup>5</sup> R.V. Roszhardt

<sup>6</sup> R. Lifshitz, M. Roukes

<sup>7</sup> A.H. Nayfeh, M.I. Younis

<sup>8</sup> M.J. Silver, L.D. Peterson

<sup>9</sup> Y. Sun

<sup>10</sup> Y.B. Yi

<sup>11</sup> R.M. Rosenberg

<sup>12</sup> R. Rand

<sup>13</sup> L.I. Manevitch, Y.V. Mikhlin

یافت. واکاکیس<sup>۱</sup> تعریف و روش جدیدی جهت محاسبه ی مود های غیر خطی بر مبنای انرژی سیستم ارائه داد [۲۱-۲۶] و شاو و پیر<sup>۲</sup> مود غیر خطی را به صورت حرکتی در خمینه ی ناوردای سیستم تعریف و بررسی نمودند [۲۷-۳۰]. تعریف انرژی واکاکیس و روش ارائه شده توسط شاو و پیر ، دو دیدگاه متفاوت از مود غیر خطی بوده که به جواب های مشابه منتهی می شوند. از این مرحله به بعد ، تحلیلی غیر خطی مودال به سطح قابل اجرا رسید و پژوهشگران به کمک این دو روش ، سیستم های متفاوت غیر خطی را بررسی نمودند. ولی از آن جایی که تعریف واکاکیس از مود غیر خطی بر مبنای انرژی سیستم است ، نمی توان از آن برای بررسی سیستم های میرا استفاده نمود و از این جهت بیان مود غیر خطی به صورت حرکت در خمینه ی ناوردای سیستم به آن ارجعیت دارد. بویوین<sup>۳</sup> ، پیر و شاو نحوه ی آنالیز مودال غیر خطی برای سیستم هایی با رزونانس داخلی را ارائه کردند [۳۱،۳۲]. پشک<sup>۴</sup> ، پیر و شاو با استفاده از روش گلرکین محاسبه ی مود غیر خطی را ساده تر کرده [۳۳] و جیانگ<sup>۵</sup> ، پیر و شاو پژوهش در زمینه ی مود های غیر خطی را ادامه دادند [۳۴-۳۶]. در حال حاضر آنالیز مودال غیر خطی به عنوان یک ابزار قدرتمند و با ارزش در بررسی ارتعاشات غیر خطی شناخته شده است.

### ۱-۳-۳. تبدیل هیلبرت

تبدیل هیلبرت در سال ۱۹۵۳ توسط دیوید هیلبرت<sup>۶</sup> تعریف شد [۳۷]. این تبدیل ، آرگومان بخش های نوسانی هر تابع را به اندازه ی  $\pi/2$  تغییر داده و دامنه ی آن ها را بدون تغییر باقی می گذارد. در سال ۱۹۶۲ بدروسین<sup>۷</sup> قضیه معروف خود را در زمینه ی تبدیل هیلبرت ارائه داد [۳۸] و از آن پس استفاده از تبدیل هیلبرت در حوزه های پردازش سیگنال و مخابرات رشد چشم گیری یافت. در دهه ی ۱۹۹۰ میلادی روش بسیار جالبی در زمینه شناسایی سیستم های ارتعاشی یک درجه آزادی [۳۹،۴۰] و دو درجه آزادی [۴۱] با کمک تبدیل هیلبرت توسط فلدمن<sup>۸</sup> ارائه شد و از آن پس استفاده از تبدیلات انتگرالی در شناسایی سیستم ها گسترش یافت. از دیگر پژوهش های فلدمن در این زمینه می توان به [۴۲-۴۵] اشاره نمود. به دلیل محدودیت های تبدیل هیلبرت در تحلیل سیگنال های چند فرکانسی ، هانگ<sup>۹</sup> در سال ۱۹۹۸ تبدیل هیلبرت - هانگ را ارائه کرد [۴۶]. در شناسایی سیستم ها با داشتن پاسخ ارتعاشی ، پارامتر های سیستم محاسبه می شوند. روند بررسی در این پایان نامه ، معکوس شیوه ی فوق است. با داشتن پارامتر های سیستم که به صورت تحلیلی بدست آمده اند ، پاسخ سیستم محاسبه خواهد شد و از تبدیل هیلبرت جهت سبک نمودن حل عددی و دقیق تر کردن آن استفاده شده است.

<sup>1</sup> A.F. Vakakis

<sup>2</sup> S.W. Shaw, C. Pierre

<sup>3</sup> N. Boivin

<sup>4</sup> E. Pesheck

<sup>5</sup> D. Jiang

<sup>6</sup> D. Hilbert

<sup>7</sup> E. Bedrosian

<sup>8</sup> M. Feldman

<sup>9</sup> N.E. Huang



# فصل دوم

## استخراج معادله حرکت

## ۱-۲. کلیات

در این فصل ابتدا هندسه ی تیر با حرکت صفحه ای مورد بررسی قرار گرفته است. پس از بررسی روابط کرنش - جابجایی و حل معادله ی انتقال حرارت ، مدل اویلر - برنولی با جابجایی عرضی بزرگ برای تیر میکرو با استفاده از اصل تعمیم یافته ی هامیلتون استخراج شده است. پس از بحث در مورد نحوه ی اثر گذاری میرایی ، معادله حرکت و شرایط مرزی محاسبه شده اند.

## ۲-۲. هندسه تیر صفحه ای

در مدل ارتعاشی تیر اویلر - برنولی که به دلیل دامنه ی زیاد رفتار غیر خطی دارد ، کرنش عمودی ایجاد شده را می توان مشابه (۱-۲) در نظر گرفت. تیر مورد نظر به طول  $L$  بوده که  $x$  راستای طولی و  $z$  در جهت ارتفاع سطح مقطع آن است.

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{ben} + \mathcal{E}_{ext} \quad (۱-۲)$$

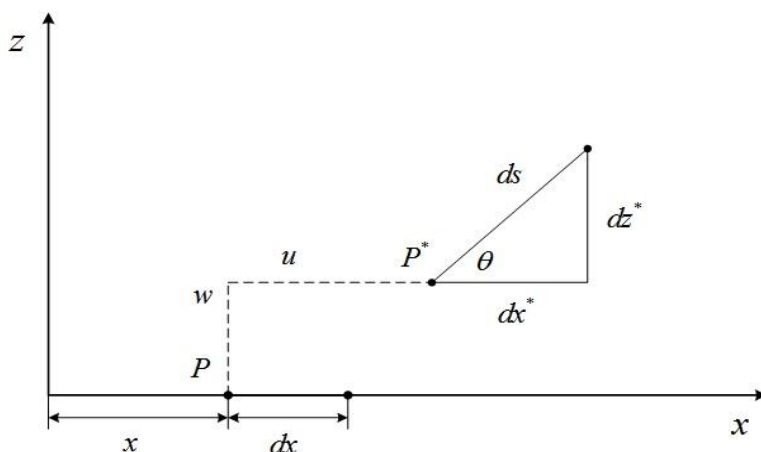
$$\mathcal{E}_{ben} = -zK \quad (۲-۲)$$

$\mathcal{E}_{ben}$  و  $\mathcal{E}_{ext}$  به ترتیب کرنش ناشی از خمش و کرنش تار خنثی به دلیل کشش ایجاد شده هستند. کرنش ناشی از خمش تیر به صورت (۲-۲) بوده که در آن  $K$  انحنای تار خنثی است. جهت محاسبه ی  $K$  و  $\mathcal{E}_{ext}$  مطابق شکل (۱-۲) دو نقطه  $P(x, z)$  و  $P^*(x^*, z^*)$  را در نظر گرفته می شود.

$$x^* = x + u \quad (۳-۲)$$

$$z^* = w$$

$$ds = \sqrt{dx^{*2} + dz^{*2}} \quad (۴-۲)$$



که  $ds$  طول المان تغییر شکل یافته است. (۵-۲) از دیفرانسیل گیری از رابطه ی (۳-۲) نسبت به  $x$  بدست می آید.

$$dx^* = (1 + u_{,x}) dx \quad (۵-۲)$$

$$dz^* = w_{,x} dx$$

بنابر این (۴-۲) را می توان به صورت (۶-۲) بازنویسی کرد. روابط (۷-۲) و (۸-۲) به ترتیب تغییر طول و زاویه چرخش المان را نشان می دهد.

$$ds = \left( \sqrt{(1 + u_{,x})^2 + w_{,x}^2} \right) dx \quad (۶-۲)$$

$$e = ds - dx = \left( \sqrt{(1 + u_{,x})^2 + w_{,x}^2} - 1 \right) dx \quad (۷-۲)$$

$$\sin \theta = \frac{dz^*}{ds} = \frac{w_{,x}}{\lambda} \quad (۸-۲)$$

$$\cos \theta = \frac{dx^*}{ds} = \frac{1 + u_{,x}}{\lambda}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{w_{,x}}{1 + u_{,x}} \right)$$

$$\lambda = \frac{ds}{dx} = \sqrt{(1 + u_{,x})^2 + w_{,x}^2} \quad (۹-۲)$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{(1 + u_{,x})w_{,xx} - u_{,xx}w_{,x}}{\lambda^2} \quad (۱۰-۲)$$

$\varepsilon_{ext} = e/dx$  و انحنای تار خنثی به صورت (۱۱-۲) است که با قرار دادن روابط (۹-۲) و (۱۰-۲) در (۱۱-۲)، به صورت نهایی (۱۲-۲) بدست می آید.

$$\kappa = \frac{d\theta}{ds} = \frac{d\theta}{dx} \frac{dx}{ds} \quad (۱۱-۲)$$

$$\kappa = \frac{(1 + u_{,x})w_{,xx} - u_{,xx}w_{,x}}{\left[ 1 + 2u_{,x} + u_{,x}^2 + w_{,x}^2 \right]^{3/2}} \quad (۱۲-۲)$$

معادلات (۱۳-۲) و (۱۴-۲) به ترتیب بسط تیلور روابط (۷-۲) و (۱۲-۲) هستند.

$$e = \left\{ \frac{1}{2} [2u_{,x} + u_{,x}^2 + w_{,x}^2] - \frac{1}{8} [2u_{,x} + u_{,x}^2 + w_{,x}^2]^2 + \dots \right\} dx \quad (۱۳-۲)$$

$$\kappa = w_{,xx} - u_{,xx} w_{,x} - 2u_{,x} w_{,xx} + \dots \quad (14-2)$$

از این مرحله به بعد ، با در نظر گرفتن مرتبه ی بسط تیلور و اعمال ساده سازی هاست که روابط کرنش جابجایی و به تبع از آن معادله حرکت غیر خطی مدل های مختلف تیر حاصل می گردد.

از تغییرات  $u$  نسبت به  $x$  صرفنظر شده است. این فرض زمانی صحیح است که نیروهای محوری وارد بر تیر همچون نیروهای تکیه گاهی و اینرسی قابل صرفنظر باشند [47]. با در نظر گرفتن تقریب های (2-15) و (2-16) برای (2-13) و (2-14) رابطه ی کرنش جابجایی به صورت معادله (2-17) بدست خواهد آمد.

$$e = \left( \frac{1}{2} w_{,x}^2 \right) dx \quad (15-2)$$

$$\kappa = w_{,xx} \quad (16-2)$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{2} w_{,x}^2 - z w_{,xx} \quad (17-2)$$

برای تنش ها ،  $\varepsilon_{yy}$  و  $\varepsilon_{zz}$  می توان نوشت :

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx} - E\alpha\theta \quad (18-2)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \tau_{yz} = 0$$

$$\begin{cases} \sigma_{yy} = E\varepsilon_{yy} + \nu(\sigma_{xx} + \cancel{\sigma_{zz}}^0) - E\alpha\theta = 0 \\ \sigma_{zz} = E\varepsilon_{zz} + \nu(\sigma_{xx} + \cancel{\sigma_{yy}}^0) - E\alpha\theta = 0 \end{cases} \quad (19-2)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = (1+\nu)\alpha\theta - \nu\varepsilon_{xx} \quad (20-2)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A w_{,t}^2 dx \quad (21-2)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} dA dx$$

$$\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} = E\varepsilon_{xx}^2 - E\alpha\theta \varepsilon_{xx} \quad (22-2)$$

(21-2) انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم را نشان می دهند. به دلیل آن که از اثر  $u$  در کرنش و انرژی پتانسیل صرفنظر شده ، جمله ی  $\frac{1}{2} \int_0^L \rho A u_{,t}^2 dx$  در رابطه انرژی جنبشی محاسبه نشده است. می توان به راحتی نشان داد ، در صورتی که از  $u_{,x}$  صرفنظر شود ، فرکانس طبیعی نوسان در راستای طولی تیر ( $u$ )