



دانشگاه تهران

پردیس علوم

دانشکده فیزیک

"منحنی های زمان گونه ی بسته در نسبیت عام"

نگارش: سید سعید بهلول

استاد راهنما: دکتر محمد نوری زنوز

پایان نامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته گرانش و فیزیک نجومی

شهریور ۱۳۸۸

با سپاس از پدر و مادر عزیزم

تقدیم به دکتر کورتیال دِپِریر

و

با تشکر از راهنمایی های ارزشمند استاد ارجمند

جناب آقای دکتر نوری

که منش علمی ایشان بدون شک سرلوحه ای در سراسر زندگی علمی من خواهد بود

چکیده

در مطالب حاضر به بررسی وضعیت کنونی منحنی های زمان گونه ی بسته در نسبیت عام کلاسیک پرداخته شده است. با معرفی مختصری از چپستی این گونه منحنی ها در فصل اول و پارادوکس های ناشی از وجود آن ها در فضازمان، دیدگاه ها و راه حل های موجود برای این مسئله ارائه شده است. بدین منظور در فصل دوم، مروری کلی بر ساختار علی فضازمان صورت گرفته و در فصل سوم با معرفی فضازمان های حاوی کرم چاله ها به چگونگی اصل خودسازگاری پرداخته شده است. فصل چهارم مربوط به معرفی فضازمان های حاوی منحنی های زمان گونه ی بسته از دیدگاهی دقیق تر می باشد که در آن نمونه ای از یک فضازمان کاملاً منطقی با تفسیری فیزیکی مورد بررسی قرار می گیرد. در آخر نیز حدس محافظت از ترتیب زمانی رویدادها به عنوان یکی از جدی ترین گزینه های موجود در مواجهه با مسئله ی منحنی های زمان گونه ی بسته معرفی شده است. بار دیگر باید متذکر شد که تمامی بررسی های صورت گرفته در این مباحث در قلمرو نسبیت عام کلاسیک می باشد.

کلید واژه ها

ماشین زمان، منحنی های زمان گونه ی بسته، نقض علیت، ساختار علی، شرایط علیت، کرم چاله ها، اصل خودسازگاری، فضازمان وان استکام، پرجیون، فضازمان BW، حدس محافظت از ترتیب زمانی

رویدادها

فهرست مطالب

چکیده.....سه

مقدمه..... ۱

فصل اول

چستی و نحوه ی کارکرد منحنی های زمان گونه ی بسته..... ۶

۱.۱ منحنی های زمان گونه ی بسته در نسبیت خاص..... ۶

۱.۲ منحنی های زمان گونه ی بسته در نسبیت عام..... ۱۰

۱.۳ مثالی از فضا زمان های حاوی منحنی زمان گونه ی بسته..... ۱۱

فصل دوم

ساختار علی فضا زمان..... ۱۴

۲.۱ جهت مندی..... ۱۵

۲.۲ منحنی های علی..... ۱۷

۲.۳ کرانه های فاقد ترتیب زمانی..... ۲۰

۲.۴ شرایط علیت..... ۲۳

فصل سوم

کرم چاله ها و اصل خودسازگاری..... ۳۱

۳.۱ متناقض نماها از نگاهی نزدیک تر..... ۳۱

۳۳ ۳.۲ کرم چاله ها
۳۶ ۳.۲.۱ تبدیل کرم چاله به ماشین زمان
۳۸ ۳.۲.۲ هندسه ی کرم چاله
۴۴ ۳.۲.۳ فضا زمان های ایستای شامل کرم چاله: خواص عمومی
۴۸ ۳.۲.۴ هم زمان سازی ساعت ها در فضا زمان های چندگانه متصل ایستا
۵۶ ۳.۲.۵ نتیجه
۵۷ ۳.۳ اصل خودسازگاری

فصل چهارم

۶۱ فضا زمان هایی شامل منحنی های زمان گونه ی بسته
۶۳ ۴.۱ مروری بر ساختار کلی فضا زمان های حاوی منحنی زمان گونه ی بسته
۶۵ ۴.۲ فضا زمان وان استکام
۶۵ ۴.۲.۱ متریک
۶۹ ۴.۲.۲ برخی ویژگی ها
۷۱ ۴.۲.۳ تکینگی ها و رفتار در بی نهایت
۷۲ ۴.۲.۴ منحنی های زمان گونه ی بسته
۷۴ ۴.۲.۵ نتیجه ی نهایی
۷۴ ۴.۳ حل دقیقی از معادلات انیشتین-ماکسول شامل منحنی های زمان گونه ی بسته
۷۶ ۴.۳.۱ منحنی های زمان گونه ی بسته در فضا زمان کر-نیومن
۷۹ ۴.۳.۲ حل PIW

۸۲.....	۴.۳.۲.۱ پر جیون.....
۸۳.....	۴.۳.۲.۲ متریک BW.....
۸۶.....	۴.۳.۲.۲.۱ ویژگی های ریاضیاتی جواب.....
۸۹.....	۴.۳.۲.۲.۲ معنی فیزیکی جواب.....
۹۰.....	۴.۳.۲.۲.۳ منحنی های زمان گونه ی بسته.....
۹۱.....	۴.۳.۲.۲.۴ خط مرکزی.....
۹۳.....	۴.۳.۲.۲.۵ نتیجه گیری نهایی.....

فصل پنجم

۹۵.....	حدس محافظت از ترتیب زمانی رویدادها.....
۹۶.....	۵.۱ عناصر حفاظت از ترتیب زمانی رویدادها.....
۹۸.....	۵.۲ در کجا قرار گرفته ایم؟.....
۱۰۱.....	منابع.....
۱۰۴.....	پیوست الف.....
۱۰۷.....	پیوست ب.....
۱۰۸.....	پیوست پ.....

مقدمه

نظریه ی نسبیت عام انیشتین^۱، نظریه ی موفقی بوده و حداقل برای میدانهای گرانشی ضعیف دارای تأیید های تجربی فراوانی می باشد. پیش بینی های این نظریه از امکان وجود سیاه چاله ها^۲ و امواج گرانشی^۳ گرفته تا مدل های کیهانشناختی که شروعی نخستین به نام انفجار بزرگ^۴ را برای جهان پیش بینی می کنند، گسترده می باشد. از طرفی دیگر، مشاهده می شود که می توان به سهولت جواب هایی از معادلات میدان انیشتین را پیدا کرد که شامل "منحنی های زمان گونه ی بسته"^۵ می باشند.

منحنی های زمان گونه ی بسته از دیدگاه نظری امکان حرکت رو به عقب در زمان را فراهم می آورند و کاندیدی برای سفر در زمان هستند. از آنجایی که این منحنی ها از نتایج منطقی نظریه ی نسبیت عام می باشند، پس چنانچه این نظریه معتبر فرض شود ناگزیر خواهیم بود امکان مسافرت های زمانی از طریق منحنی های زمان گونه ی بسته را به حساب آوریم.

از بزرگترین چالش های مربوط به فضا زمان های دارای منحنی های زمان گونه ی بسته، مسئله ی علیت^۶ می باشد. همان طور که گفته شد، از طریق این منحنی ها می توان در مسیری رو به عقب در زمان حرکت کرد.

¹-Einstein's General Theory of Relativity

²-Black Holes

³-Gravitational Waves

⁴-Big Bang

⁵-Closed Timelike Curves

⁶-Causality

در نتیجه ی این بازگشت در زمان، مفهوم علیت از طریق متناقض نماهای مربوط به این نوع سفر نقض شده و تمامی چارچوب فیزیک کلاسیک که بر پایه ی این مفهوم بنا می شود دچار چالش خواهد شد. اما در محدوده ی نظریه ی نسبیت عام این تناقض ها منجر به پدید آمدن نتیجه ای برای غیرمنطقی خواندن منحنی های زمان گونه ی بسته از نقطه نظر ریاضیاتی نمی شوند.

هر چند در ابتدای حضور جواب های شامل منحنی های زمان گونه ی بسته، این حل ها تنها ممکن بود از دیدگاه نظری و ریاضیاتی مورد توجه باشند اما به تدریج حل هایی از معادلات میدان انیشتین ارائه شد که توجه فیزیکدان های بیشتری را به خود جلب کرد. به عنوان مثال هایی از فضا زمان های دارای این گونه منحنی ها می توان به فضا زمان ون استکام^۱ [۱] به عنوان اولین حل شامل منحنی زمان گونه ی بسته، فضا زمان معروف گودل^۲ [۲] و یا فضا زمان گات^۳ [۳] اشاره کرد که معرف فضا زمان مربوط به زوجی از ریسمان های کیهانی^۴ در حال حرکت می باشد.

بسیاری از این فضا زمان ها به گونه ای هستند که به علت وجود عنصری غیرفیزیکی، به غیر از حضور منحنی های زمان گونه ی بسته، نمی توان آنها را به عنوان نماینده ای از حقیقت فیزیکی و یا مدلی از جهان که ما در آن زندگی می کنیم در نظر گرفت. ولی تعدادی از این فضا زمان ها که از دیدگاه ریاضیاتی سازگار بوده و بر پایه ی روش های منطقی بنا شده اند، می توانند نمایانگر وضعیت های کاملاً فیزیکی باشند. وضعیت هایی که در آزمایشگاه قابل بازتولید بوده و یا می توانند در شرایط اختر فیزیکی رخ دهند. از جمله ی این فضا زمان ها می توان به فضا زمان پیشنهاد شده توسط بانر^۵ [۴] اشاره کرد. به علت وجود چنین جواب هایی، فیزیکدان ها به دنبال یافتن راه حل های منطقی و البته موجه تر برای پرداختن به موضوع منحنی های زمان گونه ی بسته هستند.

¹ -Van Stockom

² -Gödel

³ -Gott

⁴ -Cosmic Strings

⁵ -Bonnor

گذشته از راه حل سنتی کنار گذاشتن فضا زمان هایی که علیت را نقض می کنند و حل تناقض های آن از این طریق، یکی از جدی ترین روش های مواجهه با منحنی های زمان گونه ی بسته توسط هاوکینگ^۱ پیشنهاد شد.

در فیزیک کلاسیک مفاهیم علیت و ترتیب زمانی رویدادها^۲ در درون خود نظریه نهادینه هستند و هرگونه انحرافی از آنها انحراف از خود نظریه بوده و غیرفیزیکی تلقی می شود. اما در نسبیت عام حفظ ترتیب رویدادها مقوله ای موضعی^۳ می باشد. بدین ترتیب که فضا زمان به صورت موضعی مینکوسکین^۴ بوده و ترتیب رویدادها حفظ می شود ولی از دیدگاهی سراسری^۵ هیچ تضمینی برای حفظ این مسئله وجود ندارد. در نتیجه می توان این سؤال را مطرح کرد که آیا قوانین فیزیک می توانند به گونه ای عمل کنند که از پیدایش منحنی های زمان گونه ی بسته و امکان مسافرت زمانی (نقض علیت) جلوگیری کنند. در راستای جواب به این پرسش در سال ۱۹۹۲ هاوکینگ [۵] پیشنهادی را تحت عنوان "حدس محافظت از ترتیب زمانی رویدادها"^۶ مطرح کرد که بر طبق آن در جهان حقیقی، قوانین فیزیکی از طریق سازوکار ناشناخته ای از تشکیل منحنی های زمان گونه ی بسته جلوگیری به عمل می آورند. هنوز هیچ اثبات کاملی برای این حدس پیدا نشده ولی هاوکینگ در مقاله ی خود نتیجه می گیرد که عدم حضور گردشگرانی از آینده دلیل تجربی محکمی برای این موضوع است که مسافرت زمانی، حتی اگر برای کسی ممکن باشد، حداقل در باقی مانده ی تاریخ بشریت حاصل نخواهد شد. اعتبار حدس محافظت از ترتیب زمانی رویدادها توسط تناقض های به وجود آمده در صورت برقرار نبودن این حدس تقویت می شود. این گونه پارادوکس ها را می توان به دو دسته ی زیر تقسیم نمود:

1-Hawking

2-Chronology

3-Locally

4-Minkowskian

5-Globally

6-Chronology Protection Conjecture

در دسته ی اول پارادوکس هایی قرار دارند که مربوط به امکان تغییر در گذشته می شوند. در این صورت چنین تغییری خود می تواند منجر به تغییر ماهیت عامل تغییر دهنده ی گذشته شود. بدین ترتیب یک تناقض منطقی^۱ به وجود خواهد آمد. در دسته ی دوم از پارادوکس ها، رویدادی در آینده علتی برای وقوع رویدادی در گذشته می شود که به نوبه ی خود علت وقوع همان رویداد اولی در آینده می باشد.

همانطور که پیش تر نیز گفته شد چنین پارادوکس هایی نمی توانند منجر به عدم امکان مسافرت زمانی در محدوده ی نظریه ی نسبیت عام شوند. نکته ای که در این مسئله به نظر می رسد این است که اطلاعات موضعی^۲ در فضا زمان های نقض کننده ی علیت به روش های ناشناخته ای محدود شده باشند. این امر در کارهای پیشگامانه ی نویکوف^۳ [۶] و عده ی دیگری از فیزیکدان ها در "اصل خودسازگاری"^۴ خلاصه شده است. در واقع به نظر می رسد برای اینکه از دیدگاه سراسری جواب هایی خودسازگار داشته باشیم، لازم است در رویدادهای موضعی شرایط مشخصی اعمال شود. از این شرایط تحت عنوان "قید های سازگاری"^۵ نام برده می شود. بنا بر این اصل، رویدادها در طول یک منحنی زمان گونه ی بسته خودسازگار هستند یعنی یکدیگر را به شیوه ای خودسازگار و چرخه ای مورد تأثیر قرار می دهند. در واقع رویدادهای آینده بر روی رویدادهای گذشته تأثیر می گذارند ولی آنها را تغییر نمی دهند. در نتیجه تنها جواب هایی از معادلات فیزیکی موضعی مجاز هستند که در پرتو قیدهای سازگاری، از دیدگاه سراسری خود سازگار باشند.

نظریه ی نسبیت عام کلاسیک منحنی های زمان گونه ی بسته را در یک موقعیت منطقی فیزیکی پیش بینی می کند و در حال حاضر ارائه ی تفسیری فیزیکی و واقع گرایانه برای این موضوع ضروری به نظر می رسد. در صورتی که نتوانیم چنین تفسیری از این پدیده ارائه کنیم، نسبیت عام نتوانسته تمام پدیده های

¹ -Logical Paradox

² -Local Information

³ -Novikov

⁴ -The Principle of Self-Consistency

⁵ -Consistency Constraints

داخل محدوده ی این نظریه را توضیح دهد. شاید نظریه ی گرانش کوانتومی^۱ نهایی قادر باشد راه حلی مناسب در این مورد ارائه دهد ولی همان طور که توسط تورن^۲ [۷] بیان شده، با گسترش نظریه به دورترین نقاط قابل پیش بینی اش است که می توان دیدگاه هایی در مورد محدودیت های آن و البته شاید روش هایی برای غلبه بر آنها به دست آورد. در نتیجه، مسافرت زمانی به شکل منحنی های زمان گونه ی بسته فراتر از دلیلی برای تعمق های نظری، ابزاری مفهومی و معرفت شناختی^۳ برای کاوش ژرف ترین لایه های نظریه ی نسبیت عام انیشتین و استخراج دیدگاه های شفاف سازانه باشد.

^۱-Quantum Gravity

^۲-Thorne

^۳-Epistemology

فصل اول

چیستی و نحوه ی کار کرد منحنی های زمان گونه ی بسته

۱.۱ منحنی های زمان گونه ی بسته در نسبیت خاص

در نظریه ی نسبیت خاص انیشتین، تمامی وقایع فیزیکی بر روی پیوستاری چهار بعدی به نام فضا زمان اتفاق می افتد که هندسه ی مربوط به آن توسط متریک مینکوسکی^۱ مشخص می شود. هر نقطه در این فضا زمان معرف رویدادی^۲ فیزیکی می باشد و تاریخچه ی زندگی ذره ای نقطه گونه بر روی این پیوستار، سلسله ی از این رویداد ها در قالب یک منحنی می باشد. هر یک از این منحنی ها نشان دهنده ی وضعیت حرکتی متفاوتی می باشد و بنا بر نحوه ی حرکت ذرات می توان این منحنی ها را به سه دسته تقسیم نمود.

$$g_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1) \quad (1.1)$$

دسته ی اول از این منحنی ها، منحنی های فضاگونه^۳ می باشند که بردار مماسی^۴ معرف آن ها دارای اندازه ای کوچکتر از صفر می باشد. در نتیجه چاربردار^۵ سرعت ذره ی مربوطه که بر روی این منحنی حرکت می کند نیز دارای اندازه ای منفی بوده و ذره در حال حرکت با سرعتی فراتر از سرعت نور است.

¹ Minkowski

² Event

³ Space-like

⁴ Tangent Vector

⁵ Four-Velocity

$$g_{\mu\nu}u^{\mu}u^{\nu} < 0 \Rightarrow c^2 dt^2 < |d\vec{r}|^2$$

$$\Rightarrow c^2 < |\vec{v}|^2 \quad (1.2)$$

منحنی های نور گونه^۱، که دسته ی دوم از این منحنی ها را تشکیل می دهند، مربوط به ذراتی هستند که با سرعتی معادل سرعت نور در حال حرکت بوده و بردار مماسی آن ها و یا همان چاربردار سرعت ذره ی مذکور دارای اندازه ی صفر می باشد.

$$g_{\mu\nu}u^{\mu}u^{\nu} = 0 \Rightarrow c^2 dt^2 = |d\vec{r}|^2 \quad (1.3)$$

$$\Rightarrow c^2 = |\vec{v}|^2$$

سرانجام منحنی های زمان گونه^۲ مربوط به ذراتی می باشند که با سرعتی کوچکتر از سرعت نور در حال حرکتند و بردار مماسی آن ها بزرگتر از صفر میباشد.

$$g_{\mu\nu}u^{\mu}u^{\nu} > 0 \Rightarrow c^2 dt^2 > |d\vec{r}|^2 \quad (1.4)$$

$$\Rightarrow c^2 > |\vec{v}|^2$$

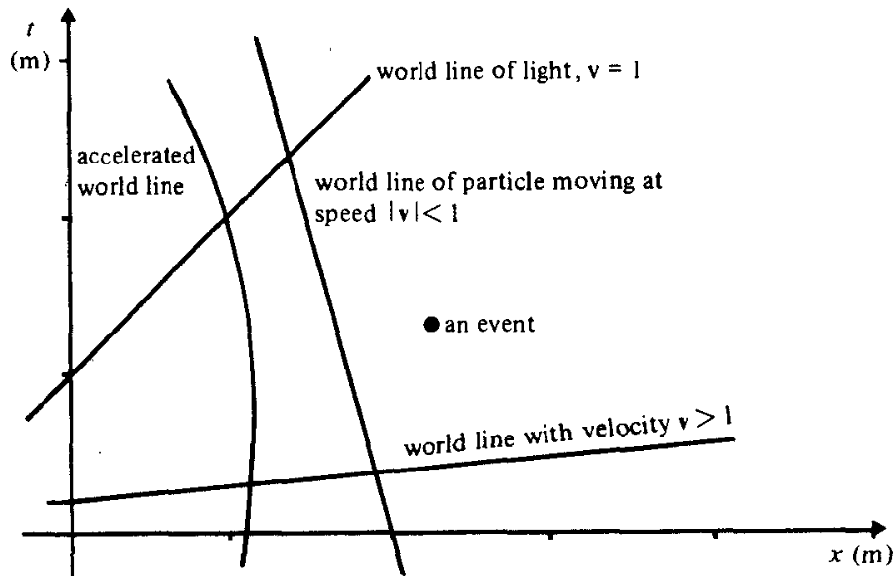
از آنجایی که اجسام مادی بنا بر اصول اولیه ی نسبیت خاص هرگز نمی توانند با سرعتی فراتر از سرعت نور حرکت کنند، جهان خط^۳ مربوط به چنین اجسامی ویا ناظر های مادی، منحنی هایی از نوع زمان گونه می باشند. در حرکت بر روی این منحنی ها ناظران همراه پارامتری را که منحنی با آن معرفی می شود به

¹ Null

² Time-Like

³ World Line

عنوان زمان ویژه ی^۱ خود اندازه گیری می کنند. با استفاده از تبدیلات لورنتس^۲ می توان کمیت های مربوط به این ناظر همراه را برای دیگر ناظر ها که در موقعیت های حرکتی مختلف به سر می برند، به دست آورد.



شکل ۱.۱ انواع منحنی ها در نسبیت خاص

در این فضا-زمان مخروط نوری^۳ که در هر نقطه مانند p بر روی یک منحنی رسم می شود، تمامی نقاط دیگر این منحنی را به دو دسته ی آینده ی p و گذشته ی p تقسیم می کند. در نتیجه ناظر به هنگام حرکت بر روی جهان خط خود مرتباً از نقاط گذشته به آینده تغییر وضعیت می دهد. در این صورت می توان از محل نقطه ی p با تمامی نقاط داخل مخروط نوری به صورت علی^۴ رابطه برقرار کرد زیرا برای این کار به سرعتی پایین تر از سرعت نور احتیاج می باشد. از طرف دیگر برای ارتباط با نقاط روی مخروط نوری و خارج از آن به ترتیب به سرعت هایی برابر و فراتر از سرعت نور نیاز می باشد. بنابراین تا آن جا که ناظر و یا ذره ای مادی باقی بماند همواره منحنی مربوط به حرکت آن در داخل مخروط قرار خواهد گرفت و چنان چه بخواهد در نقطه ای با منحنی خود تقاطع داشته باشد ناگزیر خواهد بود که از داخل مخروط خارج شده

¹ Proper Time

² Lorentz Transformations

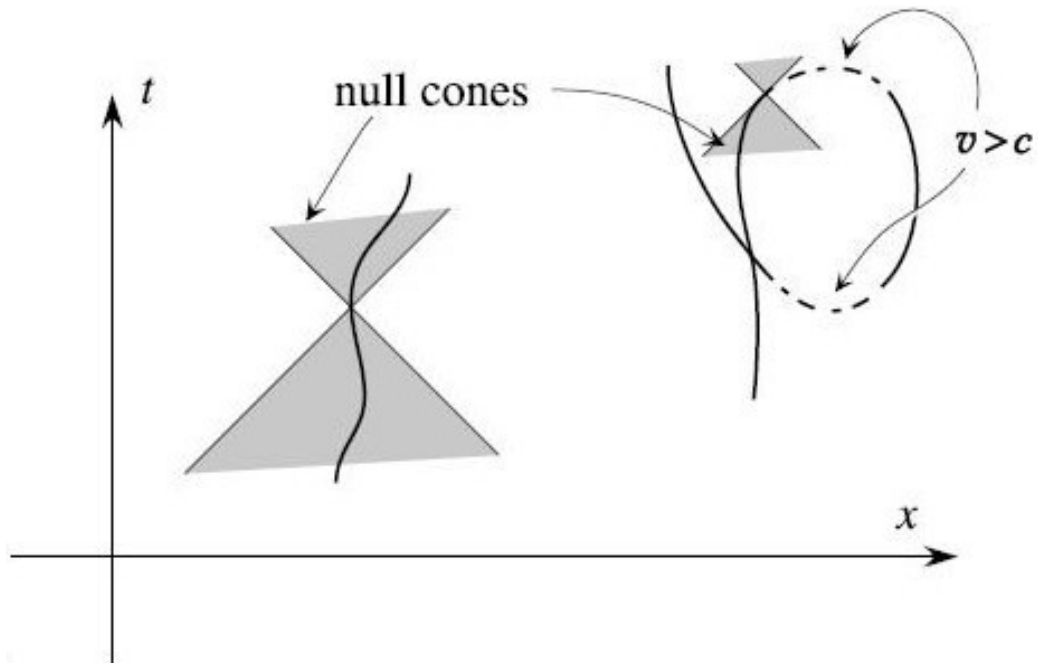
³ Light cone

⁴ Causal

و در نتیجه سرعتی بیشتر از سرعت نور کسب کند. بدیهی است که این امر در تناقض با اصول اولیه ی نظریه می باشد. این نکته را می توان در شکل (۱.۲) مشاهده نمود.

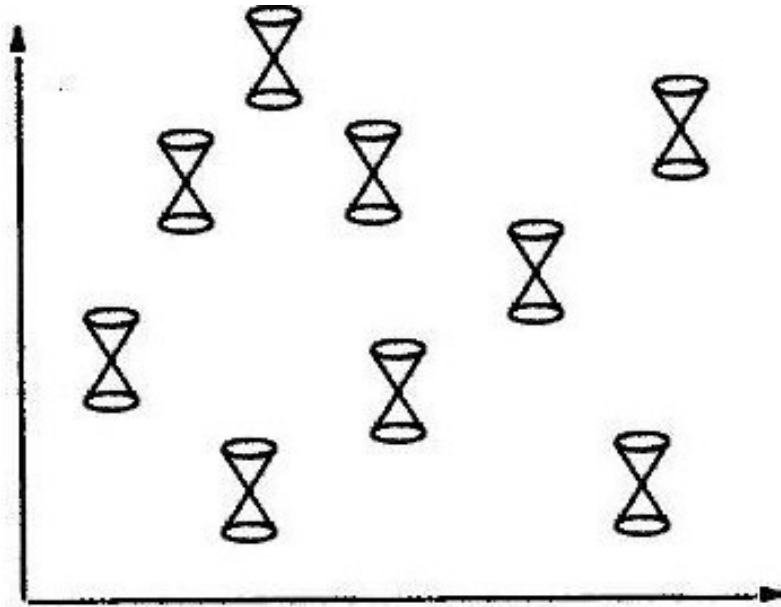
این موضوع را می توان از دیدگاه دیگری نیز بررسی نمود. از آنجایی که در نسبیت خاص هندسه ی فضا زمان تخت بوده و با متریک مینکوسکی بیان می شود، مخروط های نوری در سراسر فضا زمان در یک راستا رسم می شوند. در این صورت برای هر نقطه آینده و گذشته ی مطلق تعریف می شود که از دیدگاه سراسری^۱ نیز بدون تغییر باقی می ماند. شکل (۱.۳)

به عبارت دیگر در نسبیت خاص نمی توانیم منحنی زمان گونه ی بسته داشته باشیم.



شکل ۱.۲ در نسبیت خاص یک ناظر مادی نمی تواند منحنی مربوط به جهان خط خود را قطع کند.

¹ Globally



شکل ۱.۳ مخروط های نوری در نسبیت خاص همگی در یک راستا رسم می شوند.

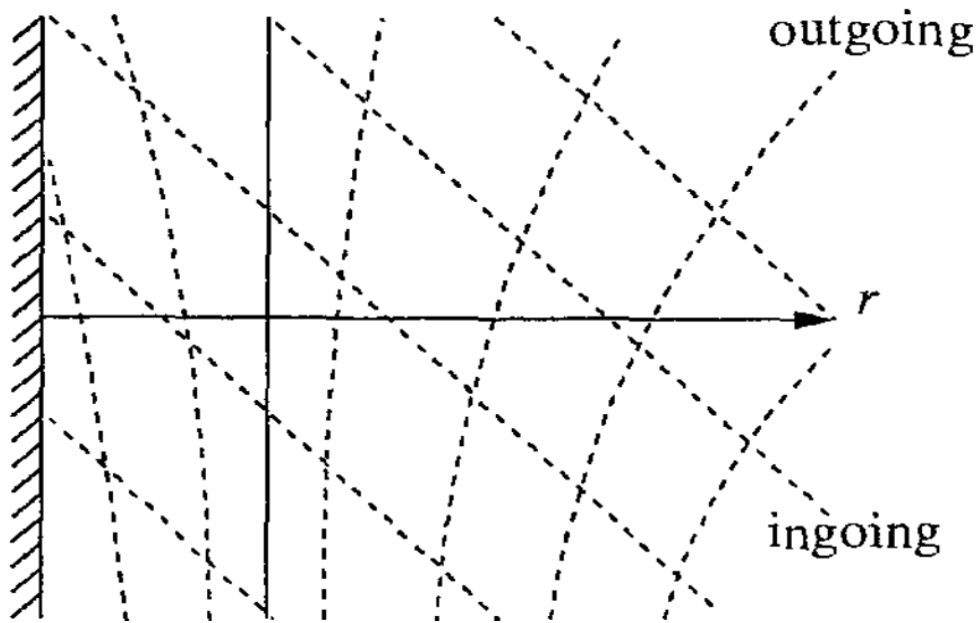
۱.۲ منحنی های زمان گونه ی بسته در نسبیت عام

چنانچه خواهیم دید از دیدگاه نسبیت عام مسئله کاملاً متفاوت می باشد. هر چند در نسبیت عام نیز همانند نسبیت خاص اجسام مادی به علت محدود بودن سرعت آن ها بر روی منحنی های زمان گونه حرکت می کنند ولی در این نظریه قوانین فیزیکی تنها به صورت موضعی^۱ از قوانین نسبیت خاص پیروی می کنند و هیچ قید سراسری بر این قوانین اعمال نمی شود. در نتیجه فضازمان به صورت موضعی مینکوسکی بوده و معادلات میدان انیشتین هیچ محدودیتی برای توپولوژی عمومی فضا ایجاد نمی کنند. در اینجا نیز در طول یک منحنی زمان گونه، در هر نقطه مانند p مخروط نوری مربوطه سایر نقاط روی منحنی را به آینده و گذشته تقسیم می کند با این تفاوت که مطلق بودن این تقسیم بندی از دیدگاه سراسری حفظ نمی شود. برای مثال ممکن است در نقطه ای از فضازمان مخروط نوری به علت انحنای فضازمان، در راستایی متفاوت رسم شود. شکل (۱.۴)

با این حال چنانچه جهان خط مربوط به جسمی مادی یک منحنی زمان گونه ی باز باشد ناظر همراه مربوطه همچنان در مسیری رو به جلو در زمان حرکت خواهد کرد. ولی می توان فضازمان هایی را یافت که در آن

¹ Locally

ها تغییر جهت مخروط های نوری چنان صورت پذیرد که در نتیجه ی آن منحنی زمان گونه ی مذکور قادر خواهد بود در نقطه ای خود را قطع کرده و یک "منحنی زمان گونه ی بسته" بر جای گذارد. شکل (۱.۵) همان طور که پیش تر نیز گفته شد ناظر همراه این منحنی در حرکت خود بر روی منحنی پارامتر معرفی کننده ی آن را به عنوان زمان ویژه ی خود اندازه می گیرد. از این رو چنین ناظری در جریان حرکت خود به دور منحنی در جهتی رو به گذشته نیز قرار دارد. در واقع از این طریق منحنی های زمان گونه ی بسته امکان مسافرت به گذشته ی زمانی را فراهم می آورند.



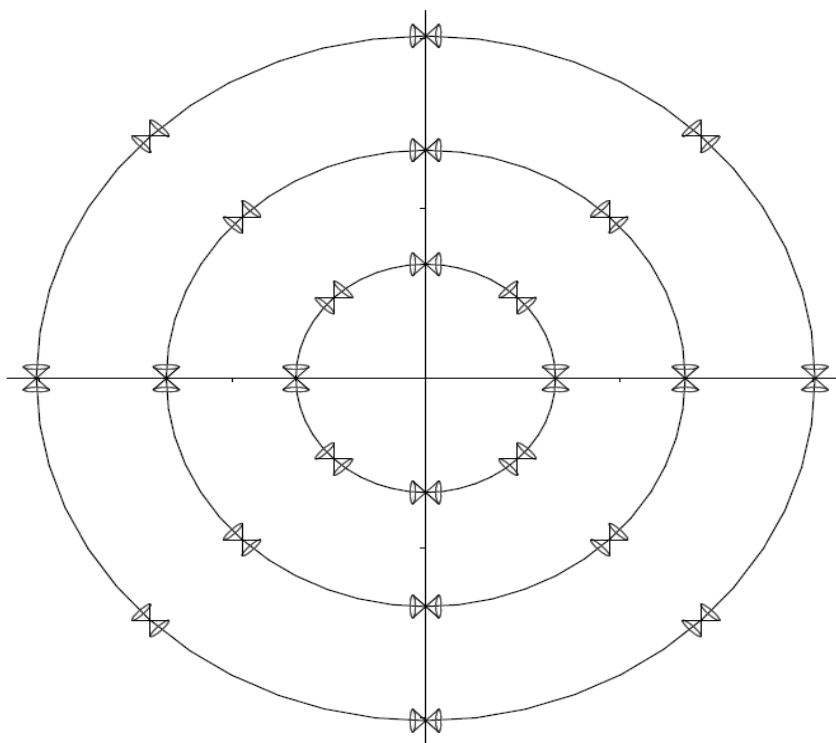
شکل ۱.۴ انحراف مخروط های نوری در فضا زمان شوارتزشیلد در مختصات ادینگتون-فینکشتاین

۱.۳ مثالی از فضا زمان های حاوی منحنی زمان گونه ی بسته

بنابر آنچه در بخش های پیشین گفته شد فضا زمان های بسیاری شامل منحنی های زمان گونه ی بسته می باشند و حضور آن ها از ابتدا به صورت معمایی برای فیزیکدان ها مطرح بوده است. این منحنی ها اغلب به شکل زیر در جواب های معادلات میدان انیشتین ظاهر می شوند.

به عنوان مثالی ساده می توان متریک پایای^۱ زیر با تقارن محوری^۱ را در نظر گرفت

¹ Stationary



شکل ۱.۵ انحراف مخروط های نوری و شکل گیری منحنی ها زمان گونه ی بسته

$$ds^2 = -f^{-1} [\exp \nu (dz^2 + dr^2) + r^2 d\varphi^2] + f (dt - \omega d\varphi)^2 \quad (1.5)$$

که در آن f, ν, ω تنها تابعی از r و z می باشند، و مختصات به کار رفته که یادآور مختصات استوانه ای اقلیدسی^۲ و زمان بوده و دارای محدوده ی زیر هستند

$$-\infty < z < \infty, 0 \leq r, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, -\infty < t < \infty \quad (1.6)$$

که در آن $\varphi = 0$ و $\varphi = 2\pi$ یکسان می باشند. ضریب $d\varphi^2$ در این متریک به صورت زیر است

$$g_{\varphi\varphi} = -f^{-1} (r^2 - f^2 \omega^2) \quad (1.7)$$

¹ Axially Symmetric

² Euclidean Cylindrical

بنابر این چنانچه داشته باشیم

$$f^2 \omega^2 > r^2 \quad (1.8)$$

$g_{\varphi\varphi}$ بزرگتر از صفر شده و مختصات φ به مختصه ای زمان گونه تبدیل می شود. حال اگر منحنی زیر را در فضا زمان در نظر بگیریم داریم

$$z = z_0, r = r_0, t = t_0$$

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} = \left(0, 0, 0, \frac{d\varphi}{d\tau} \right) \Rightarrow \quad (1.9)$$

$$g_{\mu\nu} u^\mu u^\nu = g_{\varphi\varphi} \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 \Rightarrow g_{\mu\nu} u^\mu u^\nu > 0$$

که در آن اعداد ثابتی هستند.

همان طور که مشخص است بردار مماس این منحنی u^μ دارای اندازه ای بزرگتر از صفر بوده و منحنی زمان گونه می باشد. از سوی دیگر در طول این منحنی تنها مختصاتی که در حال تغییر است، مختصه ی زاویه ای φ می باشد. در نتیجه می توان برای پارامتری کردن منحنی از خود مختصه ی φ نیز استفاده کرد (این مختصه پارامتری از نوع آفین^۱ می باشد). در نهایت به علت دوره ای^۲ بودن مختصه ی φ یک منحنی زمان گونه ی بسته خواهیم داشت.

¹ Affine

² Periodic

فصل دوم

ساختار علی فضا زمان^۱

مطابق با آن چه پیش تر گفته شد در نسبیت خاص برای هر رویداد p می توان مخروطی نوری در نظر گرفت به نحوی که به نیمی از آن برچسب "آینده"^۲ و به نیم دیگر برچسب "گذشته"^۳ را اختصاص دهیم. مجموعه ی رویدادهایی که در مخروط نوری آینده قرار می گیرند برای ذره ی مادی که از نقطه ی p به سمت این رویدادها حرکت می کند در دسترس خواهند بود؛ چنین رویدادهایی "آینده ی مترتب زمانی"^۴ رویداد p را تشکیل می دهند. آینده ی مترتب زمانی به همراه سایر رویدادهایی که روی مخروط نوری قرار می گیرند، مجموعه ای به نام "آینده ی علی"^۵ رویداد p را می سازند. این مجموعه از دیدگاه فیزیکی معرف رویدادهایی می باشد که قادرند تحت تأثیر سیگنال های فرستاده شده از p قرار گیرند.

هر چند در نسبیت عام، ساختار علی فضا زمان به صورت موضعی دارای طبیعت مشابهی با فضا زمان تخت در نسبیت خاص می باشد ولی به دلیل توپولوژی غیر بدیهی^۶، تکینگی های فضا زمان^۷ و یا پیچش جهت مخروط های نوری در نتیجه ی جابجا شدن در نقاط مختلف فضا زمان، تفاوت های بارزی از دیدگاه سراسری در این ساختار می تواند رخ دهد. در این بخش سعی می کنیم شرح دقیقی از تعریف ها و برخی نتایج مقدماتی مربوط به ساختار علی فضا زمان در نسبیت عام ارائه دهیم.

¹ Causal Structure of Space-Time

² Future

³ Past

⁴ Chronological Future

⁵ Causal Future

⁶ Nontrivial Topology

⁷ Space-Time Singularities