

الله

کلیه امتیازهای این پایان‌نامه به دانشگاه بوعالی سینا تعلق دارد. در صورت استفاده از تمام یا بخشی از مطالب این پایان‌نامه در مجلات، کنفرانس‌ها و یا سخنرانی‌ها، باید نام دانشگاه بوعالی سینا یا استاد راهنمای پایان‌نامه و نام دانشجو با ذکر مأخذ و ضمن کسب مجوز کتبی از دفتر تحصیلات تكمیلی دانشگاه ثبت شود. در غیر این صورت مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت. درج آدرس‌های ذیل در کلیه مقالات خارجی و داخلی مستخرج از تمام یا بخشی از مطالب این پایان‌نامه در مجلات، کنفرانس‌ها و یا سخنرانی‌ها الزامی می‌باشد.

.....,Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran.

مقالات خارجی

.....، گروه .....، دانشکده .....، دانشگاه بوعالی سینا، همدان.

مقالات داخلی



دانشگاه بوعلی سینا

دانشکده مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی مکانیک گرایش تبدیل انرژی

عنوان:

**تحلیل هیدرودینامیکی شناور کاتاماران به روش جریان پتانسیل خطی شده**

استاد راهنما:

دکتر محسن گودرزی

نگارش:

حامد دهقانی سلطانی

تقدیر و تشکر:

خدمت استاد راهنمای بزرگوارم چناب آفای دکتر محسن گودرزی، شما که روشنایی بخش تاریکی جان هستی و ظلمت اندیشه را نور می بخشی. چگونه سپاس گویم مهربانی و لطف تو را که سرشار از عشق و یقین است. چگونه سپاس گویم تأثیر علم آموزی تو را که چراغ روشن هدایت را بر کلبه ی مقرر وجودم فروزان ساخته است. آری در مقابل این همه عظمت و شکوه تو مرا نه توان سپاس است و نه کلام وصف. تشکر نمایم، بی شک، افقار شاگردی ایشان بزرگترین سرمایه دوران تحصیل من می باشد. به پاس خدمات بیدریغشان، درود و امید که پروردگار، همواره ایامشان را به عزت قرین و به توفيق توانم فرماید.

تشکر و قدردانی از خدمات دوستان بسیار عزیزم آقایان مهندس پویا ژولیده، نیما رحیم زاده و خانم مهندس لیلا شامنی و کلیه دوستان و سوران عزیزم که در مراحل دوران تحصیل و حتی پس از دفاع از این پایان نامه از کمک های آنها استفاده نموده ام را بر خود واجب می دانم. در پایان، سپاس از همه دوستانی که سفاوتمندانه علمشان روح و روان و وقتیشان را در انتیار من قرار دادند و به نوعی متقبل زحمتی شدند و از قلم افتادند اما همواره در دل خواهند ماند.



عنوان:

## تحلیل هیدرودینامیکی شناور کاتاماران به روش جریان پتانسیل خطی شده

نام نویسنده: حامد دهقانی سلطانی

نام استاد راهنمای: دکتر محسن گودرزی

نام استاد مشاور:-

دانشکده: مهندسی	گروه آموزشی: مکانیک
رشته تحصیلی: مکانیک	گرایش تحصیلی: تبدیل انرژی
تاریخ تصویب: ۱۳۸۹/۰۸/۰۳	تاریخ دفاع: ۱۳۹۰/۱۲/۱۶
تعداد صفحات: ۹۴	مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد

چکیده:

در این تحقیق از یک روش المان مرزی بر اساس تئوری جریان پتانسیل خطی برای حل میدان جریان با سطح آزاد در اطراف بدن شناور کاتاماران که با سرعت ثابت در آب‌های ساکن در حال حرکت می‌باشد، استفاده می‌شود. اثرات سرعت و فاصله‌ی بین دو بدن کاتاماران روی تداخل امواج و مشخصه‌های هیدرودینامیکی آنالیز شده است و برای اعتبارسنجی برنامه کامپیوتري، پروفیل موج و مقاومت موج‌سازی با نتایج عددی دیگران مقایسه شده است. نتایج عددی این پایان نامه می‌تواند به طور مستقیم در طراحی شکل بدن شناور کاتاماران به منظور کاهش مقاومت شناور و افزایش کارآیی آن استفاده شود. نتایج عددی نشان می‌دهند که پروفیل موج در سطح داخلی بدن شناور کاتاماران، بزرگ‌تر از سطح بیرونی بدن می‌باشد. این تفاوت به طور کلی ناشی از اثرات تداخل امواج در بین دو نیم بدن شناور کاتاماران می‌باشد. نکته قابل توجه در مقایسه پروفیل‌های موج در سطح داخلی بدن این است که با افزایش سرعت جریان اندازه‌ی اولین برآمدگی سطح آب روی سطح داخلی بدن کاتاماران کاهش می‌یابد. اما با افزایش سرعت فاصله‌ی بین اولین برآمدگی و فرورفتگی افزایش می‌یابد. همچنین می‌توان نتیجه گرفت که در سرعت‌های بالا، اثر تداخل بین دو نیم بدن شناور کاتاماران برای نسبت فاصله بین دو بدن  $\frac{S}{L} \geq 0.4$  و بالاتر کم شود و در نتیجه در این حالت، اثر تداخل امواج تاثیر کمتری دارد. هنگامی که فاصله‌ی بین دو نیم بدن ثابت اما سرعت شناور کاتاماران افزایش می‌یابد جریان در اطراف شناور در محدوده‌ی کوچک‌تر اتفاق می‌افتد اما تغییرات بیشتری دارد. هنگامی که سرعت شناور کاتاماران ثابت اما فاصله‌ی بین دو نیم بدن افزایش می‌یابد، با افزایش فاصله بین دو نیم بدن، تداخل امواج در بین دو نیم بدن شناور کاتاماران کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل هیدرودینامیکی؛ کاتاماران؛ تئوری خطی؛ جریان پتانسیل.

## فهرست مطالب

۱	-۱	فصل اول مقدمه و بررسی منابع.....
۲	-۱-۱	مقدمه.....
۳	-۱-۲	تاریخچه روش المان مرزی.....
۴	-۱-۲-۱	نقطات ضعف و قوت روش المان مرزی .....
۷	-۳-۱	تئوری پتانسیل .....
۷	-۳-۱-۱	تاریخچه روش جریان پتانسیل .....
۹	-۴-۱	تاریخچه و چگونگی پیدایش روش‌های حل مربوط به مسائل دریا و کشتی.....
۱۵	-۵-۱	برخی از کارهای مرتبط انجام شده .....
۱۸	-۲	فصل دوم انواع شناورهای دریایی.....
۱۹	-۱-۲	مقدمه.....
۱۹	-۲-۲	تقسیم بندی شناورها بر اساس شکل بدنه .....
۲۰	-۱-۲-۲	شناورهای تک بدنه ای .....
۲۰	-۲-۲-۲	شناورهای چند بدنه ای .....
۲۷	-۳-۲	ویژگی‌های کاتاماران .....
۲۸	-۴-۲	تقسیم‌بندی کاتاماران‌ها از نظر شکل هندسی .....
۳۰	-۵-۲	انواع دماغه و پاشنه‌ی شناور و رابطه‌ی آن با نوع سامانه‌ی رانش .....
۳۱	-۶-۲	فرم‌های بدنه کاتاماران و مشخصه‌های آنها .....
۳۲	-۱-۶-۲	مقایسه بدنه گرد و تیز در کاتاماران‌ها .....
۳۴	-۳	فصل سوم تعریف مسئله و فرمول‌بندی ریاضی آن.....
۳۵	-۱-۳	مقدمه.....
۳۶	-۲-۳	تعریف مسئله .....
۳۶	-۱-۲-۳	تداخل جریان بین نیم بدنها .....
۳۹	-۲-۲-۳	نیروهای مقاوم وارد بر شناور .....
۴۰	-۳-۳	اهمیت فرم بدنه و چگونگی طراحی هندسه‌ی بدنه کاتاماران.....

۴۱	-۳-۱- فرمول هندسه‌ی بدن
۴۲	-۳-۴- مدل ریاضی مسئله
۴۳	-۳-۵- تئوری جریان پتانسیل بر اساس روش المان مرزی
۴۴	-۳-۶- شرایط مرزی روی بدن
۴۵	-۳-۷- شرط سطح آزاد
۴۶	-۳-۸- شرط کوتا
۴۷	-۳-۹- شرط تابش
۴۸	-۴- فصل چهارم چگونگی حل عددی مسئله
۴۹	-۴-۱- مقدمه
۵۰	-۴-۲- پل بندی مرزهای میدان جریان
۵۱	-۴-۳- بیان روش عددی مسئله
۵۲	-۴-۴- بدست آوردن ضرائب نفوذ
۵۳	-۴-۵- اعمال شرط فشار کوتا
۵۴	-۴-۶- پروفیل موج و پایداری
۵۵	-۴-۷- الگوریتم حل عددی
۵۶	-۴- فصل پنجم نتایج عددی
۵۷	-۵-۱- مقدمه
۵۸	-۵-۲- معتبرسازی نتایج حل عددی مسئله
۵۹	-۵-۳- مقایسه پروفیل موج در داخل و خارج بدن شناور کاتاماران
۶۰	-۵-۴- تاثیر فاصله بین بدنها بر مقاومت موج سازی
۶۱	-۵-۵- کانتورهای ارتفاع آب در سطح آزاد از نمای بالا
۶۲	-۵-۶- نتیجه‌گیری
۶۳	-۵-۷- پیشنهادها
۶۴	مراجع

## فهرست شکل‌ها

۲۱.....	شکل (۱-۲). مدل‌هایی از شناور کاتاماران.....
۲۲.....	شکل (۲-۲). مدل‌هایی از شناور تریماران.....
۲۳.....	شکل (۳-۲). مدل‌هایی از شناور اسوانس.....
۲۴.....	شکل (۴-۲). مدل‌هایی از شناور اسلامیس.....
۲۵.....	شکل (۵-۲). مدل‌هایی از شناور کاتاماران هیدروفوبلی.....
۲۶.....	شکل (۶-۲). شناور اثر سطحی.....
۲۷.....	شکل (۷-۲). مدل‌هایی از شناور اکرانوپلن.....
۲۸.....	شکل (۸-۲). نیم بدن‌های متقارن.....
۲۹.....	شکل (۹-۲). نیم بدنی یک طرف نامتقارن.....
۲۹.....	شکل (۱۰-۲). نیم بدنی دو طرف نامتقارن.....
۳۱.....	شکل (۱۱-۲). نمایش صفحات بدنی شناور.....
۳۲.....	شکل (۱۲-۲). بدنی گردشده.....
۳۲.....	شکل (۱۳-۲). بدنی تیز.....
۳۸.....	شکل (۱-۳). بدنی کشتی با بالیوس.....
۴۲.....	شکل (۲-۳). نماهای مختلف بدنی کاتاماران.....
۴۲.....	شکل (۳-۳). شکل تک بدنی استاندارد.....
۴۳.....	شکل (۴-۳). تعریف مختصات.....
۴۶.....	شکل (۵-۳). تعریف میدان حجم و سطح.....
۴۷.....	شکل (۶-۳). مختصات کروی.....
۴۹.....	شکل (۷-۳). ناحیه همبند و صفحه برش منطبق بر سطح آزاد.....
۵۰.....	شکل (۸-۳). بدن شناور کاتاماران در میدان مرزی.....
۵۶.....	شکل (۱-۴). چگونگی پلیندی در سطح آزاد.....
۵۷.....	شکل (۲-۴). نقاط مورد نیاز در سطح بدنی و دنباله کاتاماران.....
۵۷.....	شکل (۳-۴). نقاط مورد نیاز در سطح بدنی، سطح آزاد و دنباله کاتاماران.....
۶۱.....	شکل (۴-۴). مختصات محاسباتی.....
۶۷.....	شکل (۵-۴). الگوریتم حل عددی.....
۷۰.....	شکل (۱-۵). پروفیل موج در سطح خارجی بدنی کاتاماران در $F_n = ۰/۲۶۷$ .....
۷۱.....	شکل (۲-۵). پروفیل موج در سطح داخلی بدنی کاتاماران در $F_n = ۰/۲۶۷$ .....
۷۱.....	شکل (۳-۵). پروفیل موج در سطح خارجی بدنی کاتاماران در $F_n = ۰/۳۱۶$ .....
۷۲.....	شکل (۴-۵). پروفیل موج در سطح داخلی بدنی کاتاماران در $F_n = ۰/۳۱۶$ .....
۷۳.....	شکل (۵-۵). مقاومت موج‌سازی بر حسب عدد فرود در فاصله‌ی بین بدن‌ها $S/L = ۰/۲$ .....
۷۳.....	شکل (۶-۵). مقاومت موج‌سازی بر حسب عدد فرود در فاصله‌ی بین بدن‌ها $S/L = ۰/۴$ .....
۷۵.....	شکل (۷-۵). پروفیل موج ایجاد شده در سطح داخلی و خارجی بدنی در $S/L = ۰/۲$ و $F_n = ۰/۲۶۷$ .....
۷۵.....	شکل (۸-۵). پروفیل موج ایجاد شده در سطح داخلی و خارجی بدنی در $S/L = ۰/۲$ و $F_n = ۰/۳۱۶$ .....
۷۶.....	شکل (۹-۵). پروفیل موج ایجاد شده در سطح داخلی و خارجی بدنی در $S/L = ۰/۲$ و $F_n = ۰/۳۵۰$ .....
۷۶.....	شکل (۱۰-۵). پروفیل موج ایجاد شده در سطح داخلی و خارجی بدنی در $S/L = ۰/۲$ و $F_n = ۰/۴۰۰$ .....
۷۷.....	شکل (۱۱-۵). پروفیل موج در سطح داخلی بدنی کاتاماران در عدد فرود متفاوت.....
۷۸.....	شکل (۱۲-۵). پروفیل موج در سطح خارجی بدنی کاتاماران در عدد فرود متفاوت.....
۸۰.....	شکل (۱۳-۵). مقاومت موج‌سازی در حالت‌هایی با نسبت جدایش متفاوت.....
۸۱.....	شکل (۱۴-۵). کانتور ارتفاع آب در سطح آزاد در حالت نسبت جدایش $S/L = ۰/۲$ و $F_n = ۰/۵$ .....

- شکل (۱۵-۵). کانتور ارتفاع آب در سطح آزاد در حالت نسبت جدایش  $S/L=0/6$  و  $F_n=0/6$  ..... ۸۲
- شکل (۱۶-۵). کانتور ارتفاع آب در سطح آزاد در حالت نسبت جدایش  $S/L=0/2$  و  $F_n=0/7$  ..... ۸۲
- شکل (۱۷-۵). کانتور ارتفاع آب در سطح آزاد در حالت نسبت جدایش  $S/L=0/5$  و  $F_n=0/5$  ..... ۸۳
- شکل (۱۸-۵). کانتور ارتفاع آب در سطح آزاد در حالت نسبت جدایش  $S/L=0/4$  و  $F_n=0/6$  ..... ۸۴
- شکل (۱۹-۵). کانتور ارتفاع آب در سطح آزاد در حالت نسبت جدایش  $S/L=0/4$  و  $F_n=0/7$  ..... ۸۴
- شکل (۲۰-۵). کانتور ارتفاع آب در سطح آزاد در حالت نسبت جدایش  $S/L=0/2$  و  $F_n=0/5$  ..... ۸۵
- شکل (۲۱-۵). کانتور ارتفاع آب در سطح آزاد در حالت نسبت جدایش  $S/L=0/4$  و  $F_n=0/5$  ..... ۸۶
- شکل (۲۲-۵). کانتور ارتفاع آب در سطح آزاد در حالت نسبت جدایش  $S/L=0/6$  و  $F_n=0/5$  ..... ۸۶

## فهرست علائم انگلیسی

بردار نرمال روی پنلها	$a_1$
بردار نرمال روی پنلها و عمود بر $a_1$	$a_2$
عرض شناور	$B$
ضریب موج سازی	$C_W$
ضریب فشار در بالای پنل	$C_P^+$
ضریب فشار در زیر پنل	$C_P^-$
عدد فرود	$F_n$
تابع گرین	$G$
شتاب گرانش زمین	$g$
ضرایب تاثیر (نفوذ)	$I_{HD}, I_{HS}, I_{FS}, I_{WD}$
مشتق اول ضرایب تاثیر (نفوذ) در راستای محور $x$	$I_{HDx}, I_{HSx}, I_{FSx}, I_{WDx}$
مشتق دوم ضرایب تاثیر (نفوذ) در راستای محور $x$	$I_{HDXx}, I_{HSxx}, I_{FSxx}, I_{WDXx}$
ماتریس ژاکوبین	$J$
عدد موج	$K_0$
طول شناور	$L$
شمارنده المان‌ها روی بدنه	$N_H$
شمارنده المان‌ها روی سطح آزاد	$N_F$
شمارنده المان‌ها روی سطح دنباله	$N_W$
بردار نرمال در راستای محور $x$	$n_x$
بردار نرمال در راستای محور $y$	$n_y$
بردار نرمال در راستای محور $z$	$n_z$
بردار نرمال روی پنلها	$n$

نقاط میدان	$P(x, y, z)$
مقدار فشار در بالای پنل	$P^+$
مقدار فشار در زیر پنل	$P^-$
نقاط تکین	$q(\zeta, \eta, \varsigma)$
بردارهای نقاط چهار گوشه پنل‌ها	$q_i$
بردارهای موقعیت پنل‌ها	$q_0, q_a, q_b, q_c$
فاصله‌ی بین نقاط میدان و نقاط تکین	$R$
فاصله‌ی بین دو نیم بدن شناور کاتاماران	$S$
سطح بدن	$S_H$
سطح آزاد	$S_F$
سطح دنباله	$S_W$
سطح کنترل	$S_\infty$
نسبت فاصله بین دو بدن به طول شناور (نسبت جدایش)	$S / L$
ارتفاع شناور	$T$
سرعت شناور	$U$
ناحیه کل میدان شامل، سطح بدن، آزاد، دنباله و کنترل	$V$
مختصات در راستای محور $X$	$x$
مختصات در راستای محور $y$	$y$
مختصات در راستای محور $z$	$z$

### فهرست علائم یونانی

اختلاف ضریب فشار در بالا و پایین پنل	$\Delta C_p$
اختلاف فشار در بالا و پایین پنل	$\Delta P$
اختلاف پتانسیل سرعت ناشی از آشفتگی جریان به دلیل وجود نیم بدن‌ها	$\Delta\phi$

تابع دلتای دیراگ	$\delta$
اختلاف پتانسیل کل در بالا و پایین پنلها	$\gamma$
پارامتر اختلالی	$\epsilon$
ارتفاع موج	$\zeta$
مشتق ارتفاع موج در راستای محور $x$	$\zeta_x$
مشتق ارتفاع موج در راستای محور $y$	$\zeta_y$
مشتق ارتفاع موج در راستای محور $z$	$\zeta_z$
سرعت نرمال در پنل‌های سطح آزاد	$\sigma$
پتانسیل سرعت کل	$\Phi$
پتانسیل سرعت کل مرتبه اول (خطی)	$\Phi_1$
مشتق پتانسیل سرعت کل در راستای محور $x$	$\Phi_x$
مشتق پتانسیل سرعت کل در راستای محور $y$	$\Phi_y$
مشتق پتانسیل سرعت کل در راستای محور $z$	$\Phi_z$
پتانسیل سرعت ناشی از آشفتگی جریان به دلیل وجود نیم بدن‌ها	$\phi$
پتانسیل سرعت مرتبه اول ناشی از آشفتگی جریان به دلیل وجود نیم بدن‌ها	$\phi_1$
پتانسیل سرعت ناشی از آشفتگی جریان به دلیل وجود نیم بدن‌ها در بالای پنل	$\phi^+$
پتانسیل سرعت ناشی از آشفتگی جریان به دلیل وجود نیم بدن‌ها در پایین پنل	$\phi^-$
مشتق دوم پتانسیل سرعت مرتبه اول ناشی از آشفتگی جریان به دلیل وجود نیم بدن‌ها	$\phi_{1,xx}$
مشتق اول پتانسیل سرعت ناشی از آشفتگی جریان به دلیل وجود نیم بدن‌ها در راستای محور $z$	$\phi_{1,z}$

# فصل اول

مقدمه و بررسی منابع

**۱-۱- مقدمه**

بیشتر کشورهای پیشرفته تمام تلاش خود را به کار گرفته‌اند تا به تکنولوژی ساخت شناورهای دریایی با سرعت بالا دست یابند. برای دست‌یابی به ساخت اینگونه‌شناورهای دریایی نیاز به پارامترهای گوناگونی است. مهمترین پارامتر در طراحی این شناورها شکل بدنی مناسب می‌باشد، تا با مصرف سوخت کمتر، سرعت و تعادل شناور بهبود یابدو در میدان رزم و ماموریت‌های نظامی در دریا از آنها حداکثر استفاده را ببرند. یکی از این شناورها، شناور کاتاماران می‌باشد، که دارای این ویژگی‌ها است. در این تحقیق از یک روش المان مرزی بر اساس تئوری جریان پتانسیل برای تحلیل هیدرودینامیکی شناور کاتاماران استفاده شده است. آنالیز پروفیل موج در سرعت‌های مختلف، مقاومت وارد بر شناور، و همچنین فاصله بین دو نیم بدن شناور بررسی شده است. تمام مراحل حل عددی این مسئله با استفاده از نرم افزار متلب کد نویسی شده است.

این پایان نامه شامل پنج فصل می‌باشد. در فصل اول ابتدا مقدمه‌ای بر روش‌های المان مرزی و تاریخچه آن بیان می‌شود، سپس نقاط ضعف و قوت و همچنین برخی از ویژگی‌های این روش در مقایسه با روش اجزا محدود و تفاضل محدود بیان می‌شود. در ادامه فصل به تاریخچه تئوری پتانسیل و همچنین تاریخچه و کاربردهای حل جریان پتانسیل و روش‌های دیگر در حل مسائل مربوط به دریا و کشتی پرداخته می‌شود.

فصل دوم شامل معرفی انواع شناورهای دریایی می‌باشد. در این فصل ویژگی‌های شناورهای مدرن و به ویژه شناور کاتاماران بیانمی‌شود. فصل سوم، شامل تعریف مسئله و فرمول‌بندی ریاضی آن می‌باشد. در این فصل فرمول‌های حاکم بر مسئله، و شرایط مرزی حاکم بر آن بیان می‌شود. در فصل چهارم فرآیند حل عددی مسئله برای بدست آوردن پتانسیل سرعت، آنالیز مقاومت موج، شکل موج و دیگر پارامترها بیان می‌شود. در نهایت نتایج کار حاضر و پیشنهادهایی برای تحقیق‌های آتی در فصل پنجم ارائه می‌شود.

## ۲-۱- تاریخچه روش المان مرزی

روش المان مرزی که بر اساس یک فرمول انتگرالی می‌باشد، در طی سال‌های اخیر به عنوان یک ابزار محاسباتی قوی پدیدار شده است. در این روش معمولاً فقط به گسسته‌سازی سطح جسم نیاز می‌باشد و به گسسته‌سازی هر دو ناحیه‌ی داخل و سطح جسم نیاز نیست. در حقیقت روش المان مرزیدر بیشتر مسائل، خیلی کارآمدتر از روش تفاضل محدود می‌باشد. البته در برخی از مسائل دیگر روش المان مرزی ممکن است بدتر از روش المان محدود باشد. ترکیب این دو روش معمولاً طرح عددی بهینه‌ای را می‌سازد. روش المان مرزی در مسائل متنوع مهندسی مانند تئوری پتانسیل، مکانیک سیالات، الاستواستاتیک، الاستوپلستیک، ویسکوالاستیسیته، ویسکوپلاستیسیته، تحلیل شکست، هدایت حرارتی و... کاربرد دارد.

امروزه روش‌های عدی زیادی شناخته شده و در مسائل مختلفی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. روش تفاضل محدود و روش المان محدود هر دو از نوع تفاضلی می‌باشند. روش تفاضل محدود معادلات دیفرانسیل را از طریق تقریب مشتق‌ها به وسیله‌ی تفاضلات محدود در داخل یک ناحیه‌ای از گره‌ها جایگزین می‌کند. اما روش المان محدود ناحیه را بوسیله‌ی یک دستگاه از زیر ناحیه‌های محدود یا المان-های محدود که از طریق گره‌ها به هم متصل می‌شوند، جایگزین می‌کند و یک حل تقریبی ارائه می‌دهد.

روش المان محدود نقاط قوت بیشتری نسبت به روش تفاضل محدود دارد که انطباق بهتر بر هندسه، اعمال راحت‌تر شرایط مرزی و ساخت مشاهی متغیر آسان‌تر برخی از این ویژگی‌ها می‌باشد [۱].

روش المان مرزی در طول تاریخ همانند یک روش معادله انتگرالی بررسی شده است. ابتدا در سال ۱۹۰۳ فردھولم<sup>۱</sup> کار پیچیده‌ای را روی معادلات انتگرالی انجام داد و بعداً منجر به تئوری پتانسیل شد. در سال ۱۹۲۹ کارهای کلاسیکی از کلوگ<sup>۲</sup> بر روی تئوری پتانسیل و همچنین در سال ۱۹۵۳ از موشلیش و لیس<sup>۳</sup> و در سال ۱۹۶۵ از کاپرادز<sup>۴</sup> در زمینه الاستواستاتیک، روی شیوه‌های روش حل معادله انتگرالی منتشر شد. در سال ۱۹۶۶ گاخوو<sup>۵</sup> و همچنین در سال ۱۹۷۶ ایوانوو<sup>۶</sup> کارهای جالب توجهی منتشر کردند که اطلاعات زیادی درباره‌ی ویژگی‌ها و حل تقریبی معادلات انتگرالی ارائه می‌داد.

در طول دهه ۱۹۶۰ روش‌های معادله انتگرالی، ابزارهای محاسباتی مفیدیرا به دلیل گسترش و پیشرفت کامپیوتر مهیا ساختند. عبارت روش المان مرزی ابتدا در سال ۱۹۷۷ توسط بانرجس<sup>۷</sup> بیان شد که مسئله خود را با استفاده از گسسته‌سازی سطح حل کرد و بعد از آن سیر تکاملی روش المان مرزی توسط محققان دیگر انجام شد [۱].

## ۱-۲-۱- نقاط ضعف و قوت روش المان مرزی

در اینجا برخی از نقاط قوت و ضعف روش المان مرزی در مقایسه با روش المان محدود بیان می‌شود. روش المان مرزی یک روش عددی است که کاربردهای زیادی در حل مسائل مهندسی مکانیک دارد. این روش از یک پایه ریاضی ثابت و محکم برخوردار است. در نتیجه یک ابزار محاسباتی موثر و کارآمد به حساب

<sup>۱</sup> Fredholm

<sup>۲</sup> Kellogg

<sup>۳</sup> Muskhelishvili

<sup>۴</sup> Kapradze

<sup>۵</sup> Gakhov

<sup>۶</sup> Ivanov

<sup>۷</sup> Banerjee

می آید که در مسائل خطی و غیر خطی قابل اجرا می باشد. برخی از نقاط قوت روش المان مرزی نسبت به روش المان محدود عبارتند از:

۱- این روش فقط به گسسته سازی مرز میدان نیاز دارد. یکی از ویژگی های این روش کاهش ابعاد فضایی مسئله و بررسی آسان مش ها می باشد که منجر به یک سیستم معادلات جبری خیلی کوچک تر نسبت به روش المان محدود می شود.

۲- در حقیقت تقریب های مورد بحث در این روش به سطح ناحیه میدان محدود می شوند در نتیجه ترکیب ماتریس ها شامل درایه های پیروی قطر اصلی یا نزدیک به آن است که ناشی از ماهیت منحصر بفرد در بکار گیری تابع گرین می باشد و دلیلی برای محاسبه نتایج با دقت بیشتر نسبت به روش المان محدود است. همچنین در این روش می توان برای افزایش دقت در انتگرال گیری عددی از المان های مصنوعی استفاده کرد.

۳- به کار گرفتن تابع گرین رفتار ساده ای از ناحیه های بی کران و نیمه بی کران بدون گسسته ساز های مصنوعی ارائه می دهد.

۴- روش المان مرزی برای محاسبه مقادیر مجهول در ناحیه درونی جسم نیز توانا می باشد، به طوری که مشکلات پیوستگی میان المان ها همانند روش المان محدود بوجود نمی آید. به علاوه محاسبات فقط در نقاط مورد نظر انجام می شود و همه نقاط مش را در گیر نمی کند.

۵- روش المان مرزی می تواند برای ساخت ماتریس های سختی در المان های همگن و خیلی بزرگ استفاده شود.

نقاط قوتووش المان مرزی نسبت به روش المان محدود که در بالا ذکر شد، به طور کلی در مسائل خطی با ناحیه ۳ بعدی (بی کران یا نیمه بی کران)، ناحیه همگن و ایزوتروپ معتبر می باشد [۱].

همانند هر روش تقریبی دیگر روش المان مرزی نیز دارای نقاط ضعفی می باشد که در زیر به آنها اشاره شده است:

- ۱- در این روش بعضاً ماتریس‌های نامتقارن و کاملاً پر با هم ترکیب می‌شوند ولی در روش المان محدود ماتریس‌های پراکنده و متقارن با هم ترکیب می‌شوند در نتیجه محاسبات کمتری برای معکوس کردن آنها نیاز است.
- ۲- در برخی از مسائل مانند ترکیب مسائل غیرهمگن و غیرایزوتروپ، ارائه حل از طریق این روش خیلی مشکل است البته حل‌های تقریبی با یک تقریب تکراری می‌تواند بکار گرفته شود که منجر به محاسبات خیلی طولانی می‌شود. روش المان محدود انتخاب بهتری برای اینگونه مسائل می‌باشد.
- ۳- روش المان مرزی در مقایسه با روش المان محدود برای مسائل با هندسه‌های یک و دو بعدی مانند تحلیل پوسته و ورق‌ها که باریک و کم پهنا هستند و همچنین در مسائل یک بعدی مانند تحلیل تیرها و چهارچوب‌ها غیر کارآمدتر می‌باشد.
- ۴- وجود نیروهای توزیع شده‌ی معلوم روی جسم در مسائل خطی یا نیروهای موجود در مسائل غیرخطی، انتگرال‌های دشواری را ایجاد می‌کند که نیازمند گسسته‌سازی درون میدان می‌باشد. با این وجود، این گسسته‌سازی داخلی خیلی ساده‌تر از روش المان محدود می‌باشد و می‌تواند به یک بخش کوچکی از میدان محدود شود. در نتیجه مرتبه‌ی معادلات جبری خیلی افزایش نمی‌یابد.
- ۵- نوشتن برنامه‌های کامپیوتری در روش المان مرزی دشوارتر از روش المان محدود می‌باشد [۱].

### ۱-۳- تئوری پتانسیل

اکنون به کاربرد روش المان مرزی در مسائل جریان پتانسیل که معادله لاپلاس بر آنها حاکم است می‌پردازیم. این روش در مسائل پتانسیلی همانند جریان پتانسیل سیال، جریان گرمایی، جریان مغناطیسی و الکتریکی، مسائل پیچش شفته‌ها و ...، خیلی توانا می‌باشد.

در واقع به دلیل اینکه در این روش معادلات حاکم بر مسائل خیلی ساده بیان می‌شوند، می‌توان برای حل این‌گونه مسائل آنها را به کار برد. روش المان مرزی که در مسائل پتانسیل بکار گرفته می‌شود به طور اساسی شامل فرمول‌بندی مسئله به صورت جملاتی از یک معادله انتگرالی می‌باشد که با اعمال مقادیر مرزی حل آنها را به صورت عددی بیان می‌کند. برای بدست آوردن مقادیر ناحیه‌ی داخل مرز می‌توان از مقادیر مرزی استفاده کرد. بنابراین اندازه یا ابعاد مسئله کاهش می‌یابد و دستگاه معادلاتی که از گسسته-سازی فرمول انتگرال مرزی حاصل می‌شود کوچک‌تر از روش المان محدود و روش تفاضل محدود می‌باشد. به طور کلی دو نوع روش المان مرزی، غیر مستقیم و مستقیم وجود دارد. در روش غیر مستقیم همانند روش چشم، فرمول انتگرال مرزی به ترم‌هایی از چشم‌های ساختگی تبدیل می‌شود که بعد از محاسبه‌ی آنها به کمیت‌های فیزیکی مورد نیاز منجر می‌شود. در روش مستقیم فرمول انتگرال مرزی با کمیت‌های مانند پتانسیل‌ها، سرعت‌ها و شاره‌ها سر و کار دارد که دارای یک مفهوم فیزیکی می‌باشد و به صورت مستقیم محاسبه می‌شوند [۱].

### ۱-۳-۱- تاریخچه روش جریان پتانسیل

ابتدا در سال ۱۹۰۳ فردھولم از معادلات انتگرالی برای حل جریان پتانسیل در مسئله خودبر اساس روش گسسته‌سازی استفاده کرد. اما متاسفانه روش وی قادر نبود گسسته‌سازی را به طور دقیقی انجام دهد و منجر به حل‌های تحلیلی مبهم و پیچیده‌ای می‌شد. به همین دلیل استفاده از معادلات انتگرالی برای سال‌های زیادی در برخی از مسائل در مضيقه قرار گرفت.

در سال ۱۹۱۷ ترفتزر<sup>۱</sup> اولین کاربرد از روش المان مرزی مستقیم برای حل عددی در مسائل پتانسیل را ارائه داد. وی مسئله مکانیک سیالات در جت تقارن محوری را با یک متده تکراری بکار برد و توانست معادله‌ی انتگرالی خود را حل کند. در سال ۱۹۲۸ پراگر<sup>۲</sup> یک فرمول‌بندی بر اساس روش المان مرزی استفاده کرد که قادر بود به طور عددی جریان پتانسیل را در اطراف یک سیلندر بیضوی با تقسیم کردن آن به المان‌های کوچک محاسبه کند. در سال ۱۹۳۱ لوتز<sup>۳</sup> یک نوع روش المان مرزی مستقیم را برای مطالعه‌ی جریان پتانسیل در اطراف جسم‌های تقارن محوری توسعه داد که روش چشم‌های سطح نام دارد. در سال ۱۹۵۱ واندری<sup>۴</sup> این روش را در جسم‌های مختلفی بکار گرفت.

در طی سال‌های ۱۹۵۰ روش‌های انتگرال مرزی پیشرفت‌های خوبی داشت اما این روش از محبوبیت محدودی برخوردار شد، زیرا محاسبات مبهم و پیچیده‌ای به وجود می‌آورد که بدون استفاده از کامپیوتر حل آنها مشکل بود. توسعه کامپیوتر و گسترش آنها در طول دهه‌ی ۱۹۵۰ و بعد از آن ترقی شگرفی در این روش‌ها بوجود آورد. ابتدا در سال ۱۹۵۸ اسمیس<sup>۵</sup> و پیئرس<sup>۶</sup> از کامپیوتر برای حل کردن مسائل روش المان مرزی استفاده کردند و نتایج جالبی را از حل مسئله‌ی جریان پتانسیل در اطراف جسم تقارن محوری ارائه داند. در سال‌های بعد مارتین توanst روش پراگر را در مسائل جریان پتانسیل دو بعدی که در توربو ماشین با آن مواجه شد، به صورت عددی و با استفاده از کامپیوتر حل کند.

اسمیس و پیئرس با همکاری هس<sup>۷</sup> و داونپورت<sup>۸</sup> موفق شدند روش المان مرزی مستقیم را برای حل پیچیده مسائل جریان پتانسیل سه بعدی که در صنعت هوا فضا با آن مواجه شدند، به کار ببرند و روش

<sup>۱</sup> Trefftz

<sup>۲</sup> Prager

<sup>۳</sup> Lotz

<sup>۴</sup> Vandrey

<sup>۵</sup> Smith

<sup>۶</sup> Pierce

<sup>۷</sup> Hess

<sup>۸</sup> Dawen