بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه سیستان و بلوچستان

تحصیلات تکمیلی

پایان نامه کارشناسی ارشد در آمار ریاضی

عنوان:

تحلیل رگرسیون فازی چندگانه

اساتید راهنما:

دکتر محمد امینی

دکتر علیرضا عرب‌پور

تحقیق و نگارش:

هوشنگ طاهری زاده

(این پایان نامه از حمایت مالی معاونت پژوهشی دانشگاه سیستان و بلوچستان بهره مند شده است)

خرداد ۱۳۸۸

بسمه تعالی

این پایان نامه با عنوان تحلیل رگرسیون فازی چندگانه قسمتی از برنامه آموزشی دوره کارشناسی ارشد آمار ریاضی توسط دانشجو هوشنگ طاهری زاده تحت راهنمایی استاد پایان نامه دکتر محمد امینی- دکتر علیرضا عربپور تهیه شده است. استفاده از مطالب آن به منظور اهداف آموزشی با ذکر مرجع و اطلاع کتبی به حوزه تحصیلات تکمیلی دانشگاه سیستان و بلوچستان مجاز می باشد.

هوشنگ طاهری زاده

Houshang

این پایان نامه ۶ واحد درسی شناخته می شود و در تاریخ ۸۸/۷/۳ توسط هیئت داوران بررسی و درجه بسیار خوب به آن تعلق گرفت.

	نام و نام خانوادگی	امضاء	تاریخ
استاد راهنما:	دکتر محمد امینی		
استاد راهنما:	دکتر علیرضا عربپور		
استاد مشاور:			
داور ۱:	دکتر حسن رضایی		
داور ۲:	دکتر سید محمود طاهری		
نماینده تحصیلات تکمیلی:	دکتر اکبر گلچین		

دانشگاه سیستان و بلوچستان

تعهدنامه اصالت اثر

اینجانب هوشنگ طاهری زاده تأیید می کنم که مطالب مندرج در این پایان نامه حاصل کار پژوهشی اینجانب است و به دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این نوشته از آن استفاده شده است مطابق مقررات ارجاع گردیده است. این پایان نامه پیش از این برای احراز هیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارائه نشده است.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به دانشگاه سیستان و بلوچستان می باشد.

نام و نام خانوادگی دانشجو: هوشنگ طاهری زاده

امضاء

اَلسَّلامُ عَلی سِرِّ اللهِ اَلاَکْبَر و نُورِ اللهِ اَلاَنْوَر
اَلْکُوکَبِ الدُّرِیِ اَلْحُجَهِ بْنِ اَلْحَسَنِ اَلْعَسْکَری اَرْواحُنا لَهُ اَلْفِداء

تقدیم به:

آنانکه از صمیم قلب دوستشان دارم

رضیه – آناهیتا - مهرآزما

سپاسگزاری

سپاس و ستایش مخصوص پروردگار شکوهمند و فرازمندی است که انسان را به نعمت خرد و دانش زینت داد تا انسان بوسیله این امانت الهی به وجود آن ذات بی همتا واقف گردیده و با فروتنی محض در برابر درگاه احدیتش، پیشانی بندگی بر خاک بساید. و درود و سلام پروردگار و جمیع انبیاء و اوصیاء بر صفوت آدمیان، جناب احمد مصطفی(صل الله علیه و آله و سلم) و خاندان پاک و مظلومش باد.

مَنْ لَمْ یَشْکُرِ ٱلْمَخْلوقَ لَمْ یَشْکُرِ ٱلْخالِقَ. نخست لازم می دانم از بزررگواری و مساعدتهای بی دریغ آقای دکتر نصر الله گرامی تشکر نمایم. انسان ارجمندی که عمر شریف‌شان را صرف گشودن گره‌ای از مشکلات دیگران نموده اند.

دوست بزرگوارم آقای دکتر علیرضا عربپور! بخاطر همه همکاریها و بذل بی دریغ اندوخته های علمی تان به همکلاسی سالهای گذشته بی نهایت سپاسگزارم.

از آقای دکتر محمد امینی نیز که افتخار شاگردی ایشان را داشتم متشکرم و امیدوارم همه قصوری که احیاناً از اینجانب سرزده است را ببخشایند.

از آقایان دکتر لشکری پور، دکتر گلچین و دکتر حسینی سروری بخاطر همه لطف و مساعدتی که به اینجانب مبذول داشته اند و نیز از آقایان دکتر حسن رضایی و دکتر سید محمود طاهری به جهت تقبل داوری پایان نامه اینجانب، متشکرم.

یادی می کنم از زنده یاد پروفسور عظیمی، و امیدوارم خدای بزرگ روحش را غریق دریای رحمتش گرداند.

از دوستان عزیزم، آقایان محمد فضایلی و علی صالحی بخاطر زحماتی که متقبل گردیدند نیز سپاسگزارم.

و نهایتاً از همه کارکنان دانشکده ریاضی و تحصیلات تکمیلی دانشگاه سیستان و بلوچستان متشکرم.

عُمر همه عزیزان، طولانی و همراه با عافیت بادا

هوشنگ طاهری زاده

چکیده:

در روش‌های رگرسیون کلاسیک، انحراف بین مقادیر مشاهده شده متغیر خروجی و مقادیر برآورد شده متناظر آن بعنوان خطا در نظر گرفته می شوند. در ساده ترین حالت، این خطاها می توانند بعنوان متغیرهای تصادفی نرمال با میانگین صفر و واریانس ثابت فرض شوند. می توان این انحرافات را بعنوان عدم دقت یا ابهام ساختار سیستم تفسیر نمود. بهرحال، در برخی حالات(برای مثال وقتی مشاهدات با عباراتی مانند «کوتاه» ، «بزرگ» ، «سنگین» ، «تقریباً ۲» سنجیده می شوند) مشاهدات فازی بوده و رابطه بین متغیر پاسخ و متغیرهای ورودی دقیق نمی باشد. بنابراین، به استفاده از مدل رگرسیون فازی، که رابطه بین داده‌های خروجی و ورودی را با یک تابع فازی مشخص می کند، نیاز داریم. روش‌های مختلفی برای برآورد ضرایب رگرسیون در مدل‌های رگرسیون خطی، ارائه شده است. بعضی از روش‌های برآورد ضرایب مدل رگرسیون فازی، عبارتند از: روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی، روش کمترین مربعات و روش کمترین انحرافات مطلق.

در این رساله، سه روش در تحلیل رگرسیون خطی فازی و نیز مدل رگرسیون کمترین مربعات موزون فازی را معرفی نموده و در نهایت با ذکر مثال‌های عددی، نحوه عملکرد روش‌های پیشنهادی را در عمل نشان خواهیم داد.

کلمات کلیدی: رگرسیون فازی- متغیر پاسخ فازی LR- برآورد- نیکویی برازش- تقریب کمترین مربعات- کمترین مربعات وزنی.

فهرست مندرجات

پیشگفتار

رگرسیون فازی نخستین بار توسط تاناکا و همکاران [۵۰] (۱۹۸۲) مورد بحث و بررسی قرار گرفت. و بعدها توسط محققین زیادی دنبال گردیده و گسترش یافت.

در مواجهه با مساله رگرسیون چندین روش وجود دارد.

روش کمترین مربعات توسط کلمینس[۱۰] (۱۹۸۷) ارائه گردید که بر اساس استفاده از یک فاصله، روی مجموعه از اعداد فازی مثلثی به منظور کمینه کردن مجموع مربعات فواصل مقادیر خروجی فازی مشاهده شده و مقادیر برآورد شدهٔ فازی آنها بنا شده است. ما و همکاران [۳۸] (۱۹۹۷) روش مورد استفاده توسط کلمینس را به اعداد فازی غیرمثلثی تعمیم دادند. چانگ و لی [۱۱] (۱۹۹۶) با استفاده از یک روش رتبه بندی اعداد فازی، به کمینه کردن قدر مطلق تفاضل رتبهٔ اعداد فازی مشاهده شده و اعداد فازی برآورد شدهٔ متناظرشان پرداختند. عربپور و همکاران [۶] (۲۰۰۴) با استفاده از مفهوم مقایسه اعداد فازی و بکار گیری برنامه ریزی خطی برای مدل رگرسیون فازی با ورودی غیرفازی و خروجی فازی روشی ارائه نمودند. عربپور و تاتا [۵] (۲۰۰۸) با تعمیم متر تعریف شده توسط دیاموند، برآورد ضرایب مدل رگرسیون فازی به روش کمترین مربعات خطا، برای مشاهدات مثلثی و ذوزنقه‌ای و با استفاده از شبیه سازی اعداد فازی، روش جدیدی ارائه نمودند. ترابی و بهبودیان [۵۰] (۲۰۰۷) روشی را برای انجام رگرسیون کمترین انحرافات مطلق فازی با استفاده از اصل تجزیه برای مدلی با ورودی و خروجی فازی ارائه نمودند. حسن پور و همکاران [۲۶] (۲۰۰۷) شیوه جدیدی با عنوان برنامه ریزی آرمانی را برای برآورد ضرایب رگرسیون خطی فازی با روش کمترین قدر مطلق خطا و استفاده از یک فاصله وزن دار بین اعداد فازی مثلثی، ارائه نمودند. حجتی و همکاران [۲۷] (۲۰۰۵) مسالهٔ برنامه ریزی ریاضی را برای دو حالت: اولی، متغیرهای ورودی غیرفازی و متغیر خروجی فازی و دومی، هم متغیرهای ورودی، و هم متغیر خروجی، فازی اند، ارائه نمودند. آبدالا و باکلی [۴] (۲۰۰۷) با استفاده از روش‌های عددی مونت کارلو، یک روش جدید در زمینهٔ فازی بیان نمودند. که بهترین جواب، یک بردار از اعداد غیرفازی برای ضرایب حاضر در مدل است. در این روش از

یک مولد اعداد شبه نرمال برای تولید دنباله‌های تصادفی بردارهای غیرفازی که به طور یکنواخت فضای جستجو را پُر می کند، استفاده شده است.

فازی بودن متغیر خروجی، ممکن است از منبع‌های مختلفی ناشی شود:

الف. عدم دقت در اندازه گیری پدیده‌های تجربی بیان شده توسط متغیر خروجی.(مثلاً وضعیت هوا می تواند به صورت «گرم»، «سرد» یا «معتدل» بیان شود).

ب. ابهام متغیر خروجی، که گاهی در عبارات زبانی بیان می شود.(مانند «نسبتاً کم» یا «نسبتاً زیاد»).

ج. رده‌ای بودن متغیر خروجی.(برای مثال، سن یک شخص ممکن است در فواصل ۵ سال یا فقط به صورت «جوان»، «میانسال» و «پیر» توصیف شده باشد. به هر یک از رده‌ها یک میزان متفاوت عدم قطعیت مربوط می شود)[۱۵].

در رگرسیون خطی معمولی، زمانی که واریانس خطاها ثابت نباشد روش‌هایی برای تثبیت واریانس خطاها وجود دارد. یکی از این روش‌ها استفاده از رگرسیون وزنی می باشد، که به مشاهدات وزن w_i اختصاص داده می شود. در این رساله رگرسیون فازی وزنی (موزون) را ارائه خواهیم کرد.

این رساله شامل پنج فصل می باشد. در فصل اول، برخی از مفاهیم و تعاریف اولیه فازی و بویژه روش غیرفازی کردن اعداد فازی را بیان خواهیم کرد. در فصل دوم، برآوردگرهای کمترین انحرافات مطلق را برای ساختن مدل رگرسیون فازی معرفی نموده و شیوه برآورد ضرایب رگرسیون را با توجه به فازی بودن (یا نبودن) متغیر خروجی و متغیرهای ورودی، ارائه داده و معیار خطایی را برای ارزیابی مدل‌های رگرسیون فازی، حتی زمانی که دادهٔ پرت فازی وجود داشته باشد، معرفی خواهیم نمود. در فصل سوم، مدل رگرسیون خطی فازی کمترین مربعات خطا، که قادر به کنترل عدم دقت (فازی بودن) داده‌ها باشد، را معرفی نموده و توسعه می‌دهیم. سپس معیارهایی(معیار C_p و توسط نگارنده پیشنهاد شده است) را برای ارزیابی مدل‌های مختلف در جهت انتخاب بهترین مدل، پیشنهاد می نماییم. برای زمانی که واریانس خطاها ثابت نباشد مدل رگرسیون خطی فازی کمترین مربعات موزون که توسط نگارنده پیشنهاد شده است را در فصل چهارم شرح خواهیم داد. و نهایتاً در فصل پنجم، مثال‌هایی در ارتباط با مطالب بیان شده در فصل‌های ۲، ۳ و ۴ ارائه خواهد شد.

فصل ۱

تعاریف و مفاهیم اولیه

۱—۱ مقدمه

نظریهٔ مجموعه‌های فازی برای نخستین بار در سال ۱۹٦۵ توسط دکتر لطفی عسکر زاده [۵۷] دانشمند ایرانی تبار و استاد دانشگاه برکلی به دنیای علم عرضه شد. محققین زیادی از آن تاریخ در توسعه این مفهوم تلاش کرده و آن را در زمینه‌های مختلف بکار بسته‌اند[۲].

در این فصل مفاهیم و تعاریف اولیه فازی از قبیل: مفهوم مجموعه فازی، عملگرهای جبری، شیوه تبدیل اعداد فازی به اعداد غیرفازی و ... را بیان خواهیم نمود.

۱—۲ تعاریف اولیه

تعریف ۱—۲—۱: فرض کنید X یک مجموعه ناتهی باشد. هر زیر مجموعه فازی مانند $\tilde{A}$، از X توسط یک تابع $\{[0,1]$ $\mu_{\tilde{A}} : X \longrightarrow$ بعنوان تابع عضویت مشخص می شود که در آن برای هر x در X، مقدار $\mu_{\tilde{A}}(x)$ میزان عضویت x در آن زیر مجموعه فازی را نشان می دهد[۲].

برای مثال $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$ یعنی اینکه x قطعاً عضو $\tilde{A}$ نیست و $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ یعنی اینکه x به طور حتم عضو $\tilde{A}$ می باشد. اگر برای هر $x \in X$، $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$ یا $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ باشد آنگاه $\tilde{A}$ یک مجموعه غیرفازی است. در این حالت $\mu_{\tilde{A}}(x)$ به تابع نشانگر مجموعه A یعنی $\chi_A(x)$ تقلیل می یابد.

تعریف ۱—۲—۲: تکیه گاه[۱] مجموعه فازی $\tilde{A}$ از X که با نماد $S_{\tilde{A}}$ نمایش می دهیم، به صورت زیر تعریف می شود:

$$S_{\tilde{A}} = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$$

[۱] Support

تعریف ۱—۲—۳: برای هر $\alpha \in [۰, ۱]$، α—برش یک مجموعه فازی $\tilde{A}$ از X که با نماد $\tilde{A}_\alpha$ نمایش داده می شود، به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tilde{A}_\alpha = \{ x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \} \qquad \forall \quad \alpha > ۰$$
$$\tilde{A}_\alpha = \{ x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > ۰ \} \qquad \alpha = ۰$$

تعریف ۱—۲—۴: مجموعه فازی $\tilde{A}$ از $\Re$ را غیرمنفی (غیرمثبت) گوییم اگر به ازای هر $x < ۰$ ($x > ۰$)، $\mu_{\tilde{A}}(x) = ۰$ شود.

۱—۳ نمایش مجموعه‌های فازی

برای نشان دادن یک مجموعه فازی روش های مختلفی رایج است. یک روش، بکار بردن مستقیم تابع عضویت فازی است. برای مثال اگر $X = \{۰, ۱, ۲, ۳, ۴\}$ باشد، زیر مجموعه فازی A از X، که «نزدیک بودن به ۲» را نشان می دهد، می تواند به وسیله تابع عضویت زیر تعریف شود:

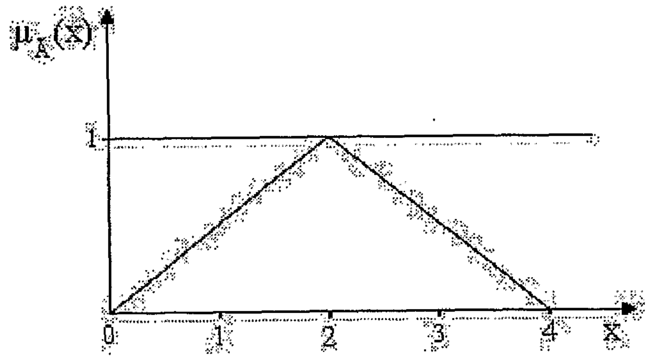
$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} ۰ & x = ۰ \\ ۰/۵ & x = ۱ \\ ۱ & x = ۲ \\ ۰/۵ & x = ۳ \\ ۰ & x = ۴ \end{cases}$$

در اینجا مقدار $\mu_{\tilde{A}}(۱) = ۰/۵$ بدین معنی است که عدد ۱ با میزان عضویت ۰/۵، عضو مجموعه فازی $\tilde{A}$ است و $\mu_{\tilde{A}}(۴) = ۰$ یعنی عدد ۴، عضو مجموعه فازی $\tilde{A}$ نیست و $\mu_{\tilde{A}}(۲) = ۱$ یعنی عدد ۲ کاملاً عضو مجموعه فازی $\tilde{A}$ است. به عبارت دیگر، عدد ۱ ویژگی «نزدیک بودن به ۲» را با درجه عضویت ۰/۵ داراست و میزان عضویت عدد ۴، صفر می باشد.

حال اگر مجموعه مرجع X را به صورت $X = [۰, ۴] = \{x \mid ۰ \leq x \leq ۴\}$ در نظر بگیریم، «نزدیک بودن به ۲» را برای حالت پیوسته می توان توسط تابع عضویت زیر نمایش داد:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x}{۲} & x \leq ۲ \\ \frac{۴-x}{۲} & x > ۲ \end{cases}$$

که نمودار آن به صورت زیر است:



شکل ۱—۱: نمودار تابع عضویت عدد فازی $\tilde{A}$: «نزدیک بودن به ۲»

نمودارهای توابع عضویت می توانند به اشکال: مثلثی، ذوزنقه‌ای، نمایی و ... باشند. هر کدام از این اشکال ممکن است به صورت متقارن یا نامتقارن باشند.

در برخی موارد که X یک مجموعه شمارا به صورت $\{x_۱, \ldots, x_n\}$ باشد، تابع عضویت یک مجموعه فازی از X، مانند $\tilde{A}$ را می توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\tilde{A} = \left\{\frac{\mu_{\tilde{A}}(x_۱)}{x_۱}, \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_۲)}{x_۲}, \ldots, \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n}\right\}$$

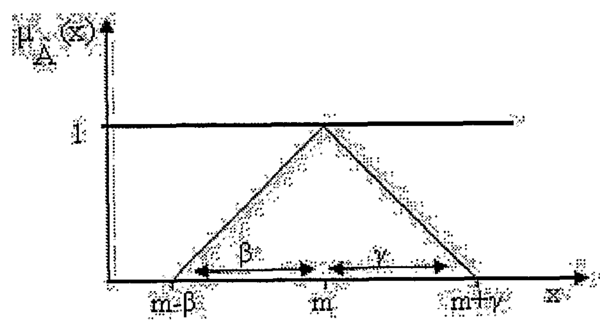
۱—۴ اعداد فازی

یک عدد فازی ممکن است به صورت «حدود ۵»، «یک مقدار کمتر از ۸» و غیره نمایش داده شود.

تعریف ۱—۴—۱: عدد فازی LR، یک عدد فازی مانند $\tilde{A}$ روی $\Re$ است که توسط تابع عضویت زیر تعریف شده باشد:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L(\frac{m-x}{\beta}) & m-\beta \le x \le m \\ R(\frac{x-m}{\gamma}) & m \le x \le m+\gamma \end{cases}$$

که β و γ اعدادمثبت، $L(.)$ و $R(.)$ توابعی غیر صعودی از $\Re^+$ به $[\circ, \text{۱}]$ هستند. اگر $x = \circ$ باشد آنگاه $L(x) = R(x) = \text{۱}$ و اگر $x = \text{۱}$ باشد آنگاه $L(x) = R(x) = \circ$. و با نماد $\tilde{A} = (m, \beta, \gamma)_{LR}$ نشان داده می شود که β و γ به ترتیب پهنای چپ و پهنای راست $\tilde{A}$ می باشند (شکل (۱—۲)). اگر $\circ \leq x \leq \text{۱}$ باشد و $L(x) = R(x) = \text{۱} - x$، آنگاه $\tilde{A} = (m, \beta, \gamma)_{LR}$ یک عدد فازی مثلثی نامیده می شود و به صورت $\tilde{A} = (m, \beta, \gamma)_T$ نمایش داده می شود. همچنین ممکن است به صورت $\tilde{A} = (a_l, m, a_r)_T$ بنویسیم که در آن $a_l = m - \beta$ و $a_r = m + \gamma$. اگر پهنای چپ و پهنای راست یک عدد فازی مثلثی برابر نباشند، یعنی $\beta \neq \gamma$، عدد فازی مثلثی $\tilde{A}$ را نامتقارن می گوییم و اگر $\beta = \gamma$ باشد، عدد فازی مثلثی $\tilde{A}$ را متقارن نامیده و با نماد $\tilde{A} = (m, \beta)_T$ نمایش می دهیم.



شکل ۱—۲: نمودار عدد فازی مثلثی: $\tilde{A} = (m, \beta, \gamma)_T$

۱—۵ عملگرهای جبری

در این بخش اعمال جبری روی اعداد فازی مثلثی را بیان خواهیم نمود.

گزاره ۱—۵—۱: اگر $\tilde{A}_\text{۱} = (m_\text{۱}, \beta_\text{۱}, \gamma_\text{۱})$ و $\tilde{A}_\text{۲} = (m_\text{۲}, \beta_\text{۲}, \gamma_\text{۲})$ دو عدد فازی مثلثی باشند، آنگاه:

$$\text{۱)} \begin{cases} k\tilde{A}_\text{۱} = (km_\text{۱}, k\beta_\text{۱}, k\gamma_\text{۱}) & k > \circ \\ k\tilde{A}_\text{۱} = (km_\text{۱}, |k|\gamma_\text{۱}, |k|\beta_\text{۱}) & k < \circ \end{cases}$$

$$\text{۲)}\ \tilde{A}_\text{۱} + \tilde{A}_\text{۲} = (m_\text{۱} + m_\text{۲}, \beta_\text{۱} + \beta_\text{۲}, \gamma_\text{۱} + \gamma_\text{۲})$$

$۳)\ \tilde{A}_۱ - \tilde{A}_۲ = \tilde{A}_۱ + (-\tilde{A}_۲) = (m_۱ - m_۲, \beta_۱ + \gamma_۲, \beta_۲ + \gamma_۱)$

۱—۶ غیرفازی سازی

هنگامی که لازم است خروجی حاصل از یک سیستم فازی به صورت داده‌های حقیقی و غیرفازی باشد، می توان از روش‌های غیرفازی سازی استفاده نمود. روش‌های گوناگونی برای غیرفازی سازی بکار گرفته می‌شوند[۵۵]. این روش‌ها را می توان به دو گروه اصلی طبقه بندی نمود:

۱. روش هایی که در آنها تبدیل حالت فازی به غیر فازی، توسط تابعی مانند f صورت می گیرد (در صورتی که $\tilde{A}$ مقداری فازی و a عددی غیرفازی یا تُرد[۲] باشد، داریم: $f(\tilde{A}) = a$).

۲. روش‌هایی که در آنها غیر فازی سازی توسط مقایسه با مجموعه یا مجموعه‌های مرجع صورت می گیرد. در اینجا روش متمرکز سازی [۳] یا گرانیگاه [۴] را بیان می کنیم. در این روش، گرانیگاه (مرکز ثقل) تابع عضویت، بدست آمده و بر روی محور افقی تصویر می گردد. بنابراین در این روش، میانگین وزن دار شده تمام مقادیر متغیر بدست می آید (وزن هر مقدار خروجی، درجه عضویت آن است).

تعریف ۱—۶—۱: برای یافتن مرکز ثقل تابع عضویت یک عدد فازی می توان از معادله زیر استفاده نمود:

$$\delta(A) = \frac{\sum_{i=۱}^{n} x_i \mu_{\tilde{A}}(x_i)}{\sum_{i=۱}^{n} \mu_{\tilde{A}}(x_i)}$$

و در صورت پیوسته بودن تابع عضویت،$\delta(A)$ را می توان با استفاده از رابطه زیر بدست آورد:

$$\delta(A) = \frac{\int x\ \mu_{\tilde{A}}(x)\, dx}{\int \mu_{\tilde{A}}(x)\, dx}$$

---

[۲] Crisp
[۳] Centroid Method
[۴] Center of Gravity

مثال: فرض کنید یک تابع عضویت به صورت

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & a \le x \le b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \le x \le c \end{cases}$$

داریم. $\delta(A)$ را به طریق زیر محاسبه می کنیم:

$$I_1 = \int x\, \mu_{\tilde{A}}(x)\, dx = \int_a^b x\, (\frac{x-a}{b-a})\, dx + \int_b^c x\, (\frac{c-x}{c-b})\, dx$$

$$I_2 = \int \mu(x)\, dx = \int_a^b \frac{x-a}{b-a}\, dx + \int_b^c \frac{c-x}{c-b}\, dx$$

پس از حل دو انتگرال فوق و تقسیم آنها بر یکدیگر، رابطه زیر بدست می آید:

$$\delta(A) = \frac{1}{3}(a+b+c)$$

بنابراین عدد فازی مثلثی $\tilde{A} = (a, b, c)_T$ به صورت مقدار حقیقی $\frac{a+b+c}{3}$، غیر فازی می شود.

۱—۷ روش تجزیه دامنه

روش‌های تجزیه دامنه[5] روش‌های تکراری است برای حل دستگاه معادلات خطی یا غیرخطی. این روش‌ها، الگوریتم‌هایی با توانایی سریع و قدرتمند برای حل معادلات مذکور که از گسسته سازی[6] معادلات دیفرانسیل جزئی ناشی می شوند، می باشند [۴۶]. در زمینه‌های مختلف ریاضیات از قبیل آنالیز عددی، معادلات دیفرانسیل جزئی عددی و ... کاربرد زیادی دارد.

روش تجزیه دامنه، یک مساله حدی مقدار[7] را با تفکیک آن به مساله‌های حدی مقدار کوچکتر روی زیر دامنه‌های کوچکتر و تکرار شیوه حل روی زیر دامنه‌ها، جواب مساله را بدست می آورد. در معادلات

---

[5] Domain decomposition methods

[6] Discretization

[7] Boundary value problem