

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری



دانشگاه علم و فرهنگ

دانشکده علوم پایه و فناوری های نوین زیستی

گروه ریاضیات مالی

پایان نامه کارشناسی ارشد ریاضیات مالی

مقایسه قیمت گذاری اختیار آسیایی و اختیار لوک بک نفت با

روش مونت کارلو

نگارش

مریم عبدوس

استاد راهنما

دکتر حمیدرضا عرفانیان

شهریور ماه ۱۳۹۳

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این

پایان‌نامه / رساله متعلق به دانشگاه علم و فرهنگ است.

محضر ارشمنند پدر و مادر عزیزم به خاطر همه ی تلاشهای محبت آمیزی که در دوران مختلف زندگی ام انجام

داده اند و با مهربانی چگونه زیستن را به من آموختند.

<<من لم يشكر المخلوق لم يشكر الخالق>>

بر خود لازم میدانم از کلیه کسانی که بنده را در تدوین و نگارش این پایان نامه یاری نمودند صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم. به خصوص از استاد فرزانه جناب آقای دکتر حمیدرضا عرفانیان (استاد راهنما) که در کلیه ی مراحل انجام این پژوهش با خوشروئی، یاری و راهنمایی ام نمودند، صمیمانه تشکر و قدردانی می نمایم. همچنین از کلیه ی معلمان و اساتید دوران تحصیلم از ابتدا تا کنون صمیمانه تشکر و قدردانی می نمایم.

چکیده

بدلیل اهمیت نفت در تامین منابع انرژی و نقش بسزای آن در معادلات اقتصادی دنیا، خرید و فروش آن یکی از رویداد های بزرگ اقتصادی محسوب می گردد، از این رو، نرخ قیمت گذاری این کالای استراتژیک، ساز و کار ویژه ای دارد. برای پیش بینی و قیمت گذاری نفت از مبحث اختیارها کمک می گیریم که در این تحقیق دو نوع اختیار آسیایی و لوک بک انتخاب می شود و در ادامه جهت بررسی کارایی آنها، از روش مونت کارلو برای شبیه سازی عددی اختیارها استفاده می شود.

کلمات کلیدی: قیمت گذاری، اختیار آسیایی، اختیار لوک بک، روش مونت کارلو

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۱	فصل اول- مقدمه و کلیات
۲	۱-۱- مقدمه
۴	۲-۱- بیان مسئله
۷	۳-۱- اهداف و ضروریات تحقیق
۸	۴-۱- پیشینه تحقیق
۱۴	۵-۱- ساختار رساله
۱۵	فصل دوم- مشتقات و اختیاریها
۱۶	۱-۲- مقدمه
۱۶	۲-۲- مشتقات
۱۷	۳-۲- اختیاریها
۱۸	۴-۲- مکانیزم اختیار معامله
۲۰	۵-۲- علل استفاده مردم از اختیاریها
۲۰	۶-۲- اختیاریهای نامتعارف
۲۱	۷-۲- اختیار دامنی
۲۲	۸-۲- مانع
۲۳	۹-۲- آربیتراژ
۲۳	۱۰-۲- قیمت گذاری اختیار
۲۴	۱۱-۲- تاریخچه مالی
۳۰	فصل سوم- اختیار آسیایی، اختیار لوک بک و روش شبیه سازی مونت کارلو
۳۱	۱-۳- مقدمه
۳۱	۲-۳- اختیار آسیایی
۳۳	۱-۲-۳- اختیار آسیایی حسابی متوسط پیوسته
۳۴	۲-۲-۳- راه حل قطعی برای اختیار آسیایی هندسی میانگین (فرمول بلک شولز)
۳۵	۳-۲-۳- عدم تساوی اختیار آسیایی و اروپایی

۳۸	اختیار لوک بک	۳,۳
۳۸	اختیار لوک بک با قیمت توافقی شناور	۱.۳.۳
۴۰	قیمت بدون آربیتراژ اختیار لوک بک با قیمت توافقی شناور	۱.۱.۳.۳
۴۱	اختیار لوک بک با قیمت توافقی ثابت	۲.۳.۳
۴۱	راه حل قطعی برای اختیار لوک بک با قیمت توافقی ثابت	۱.۲.۳.۳
۴۴	روش مونت کارلو	۴.۳
۴۶	تکنیک کاهش واریانس	۱.۴.۳
۴۶	روش کنترل متغیر	۱.۱.۴.۳
۴۷	روش متغیر متضاد	۲.۱.۴.۳
۴۹	فصل چهارم- شبیه سازی عددی	
۵۰	مقدمه	۱.۴
۵۰	شبیه سازی عددی	۲.۴
۵۴	مقایسه حالت خرید اختیار آسیایی و لوک بک	۳.۴
۶۱	زمان اجرای هر برنامه	۴.۴
۶۲	فصل پنجم - نتیجه گیری و پیشنهادات	
۶۳	الف- نتیجه گیری	
۶۳	ب- پیشنهادات	
۶۴	منابع	
	ضمیمه	

فهرست جداول

صفحه	عنوان
۵۲	جدول ۱,۴- روش مونت کارلو برای اختیار آسیایی خرید
۵۳	جدول ۲,۴- روش مونت کارلو برای اختیار لوک بک خرید
۶۱	جدول ۳,۴- زمان اجرای هر برنامه

فهرست نمودارها

صفحه	عنوان
۵۱	نمودار ۱،۴- اولین قیمت سهام شرکت پارس اوپل.....
۵۵	نمودار ۲،۴- قیمت ۵۰۰۰ داده تصادفی برای ۵۰۰۰ مرتبه تکرار مونت کارلو.....
۵۵	نمودار ۳،۴- قیمت ۵۰۰۰ داده تصادفی برای ۵۰۰۰ مرتبه تکرار مونت کارلو تحت متغیر تاثیر متضاد.....
۵۵	نمودار ۴،۴- Payoff اختیار خرید آسیایی.....
۵۶	نمودار ۵،۴- ارزش اختیار خرید آسیایی.....
۵۶	نمودار ۶،۴- توزیع نرمال اختیار آسیایی.....
۵۶	نمودار ۷،۴- بازده اختیار آسیایی.....
۵۷	نمودار ۸،۴- بیشترین مقدار در هر مسیر اختیار لوک بک.....
۵۷	نمودار ۹،۴- بیشترین مقدار تحت متغیرهای متضاد در هر مسیر اختیار لوک بک.....
۵۷	نمودار ۱۰،۴- کمترین مقدار در هر مسیر اختیار لوک بک.....
۵۹	نمودار ۱۱،۴- کمترین مقدار تحت متغیرهای متضاد در هر مسیر اختیار لوک بک.....
۵۹	نمودار ۱۲،۴- Payoff اختیار لوک بک خرید.....
۵۹	نمودار ۱۳،۴- Payoff اختیار لوک بک خرید تحت متغیرهای متضاد.....
۵۹	نمودار ۱۴،۴- ارزش اختیار خرید لوک بک.....
۶۰	نمودار ۱۵،۴- حرکت براونی در اختیار لوک بک.....
۶۰	نمودار ۱۶،۴- دیفرانسیل حرکت براونی در اختیار لوک بک.....
۶۰	نمودار ۱۷،۴- بازده اختیار لوک بک.....

فصل اول
مقدمه و کلیات

۱.۱ - مقدمه:

نفت و گاز طبیعی مهمترین منابع تأمین انرژی بشر امروزی هستند، بطوریکه نفت خام، چهل و پنج درصد و گاز، بیست و پنج درصد انرژی دنیا را تأمین میکنند. از این رو در معادلات اقتصادی-سیاسی جهان اهمیت راهبردی دارند و در فرایند روابط بین الملل می توانند نقش مهمی ایفا کنند.

کشورهای جهان، به لحاظ برخورداری از ذخایر انرژی به دو گروه تقسیم می شوند. گروه اول، که بیشترین انرژی را در جهان مصرف می کنند، سهم ناچیزی از ذخایر نفت و گاز دنیا را دارند. برای مثال، گروه کشورهای صنعتی^۱ که حدود شصت و دو درصد نفت جهان را می سوزانند و تنها هفت درصد ذخایر نفتی را در اختیار دارند. این کشورها سی و چهار درصد نیاز خود را از کشورهای نفت خیز تأمین می کنند و برای تأمین انرژی خود به شدت نیازمند گروه دوم یا کشورهای دارای ذخایر نفت و گاز هستند. در این گروه کشورهای خاورمیانه با بیش از شصت و پنج درصد منابع نفتی دنیا، تنها چهار و هشت دهم درصد از این انرژی را مصرف می کنند.

ذخایر انرژی کشورهای خاورمیانه، آینده روشنی دارند. ذخیره نفتی ایران، شصت و هفت سال و عربستان، هشتاد و پنج سال دوام خواهد داشت. ذخایر گازی ایران و قطر نیز آینده روشنی دارند. ایران، دویست و هفده سال و قطر، چهارصد و نود و پنج سال دیگر گاز خواهند داشت. بنابراین ذخایر نفت و گاز ایران، در جغرافیای سیاسی و اقتصادی کشور نقش راهبردی دارد.

^۱ OECD (The Organization for Economic Co-operation and Development)

فروش نفت خام، یکی از رویدادهای بزرگ اقتصادی است که روزانه در سراسر جهان اتفاق می افتد و تقریباً اکثر کشورهای دنیا، درگیر این تبادل مهم اقتصادی، بدلیل نیاز به انرژی هستند. از این رو، نرخ قیمت گذاری این کالای استراتژیک، ساز و کار ویژه ای دارد که در اقتصاد کشورهای تولید کننده و صادر کننده نفت خام نقش اساسی دارد .

امروزه مواد خام از جمله نفت، به عنوان یکی از ابزارهای اعمال فشار در سیاست خارجی به کار گرفته می شود. زمانی در اثنای جنگ جهانی اول، کلمانسو^۱ سیاستمدار فرانسوی گفته بود: «هر یک قطره نفت، ارزش یک قطره خون سرباز ما را دارد.» در همین راستا، کشورهای قدرتمندی چون انگلیس، فرانسه و آمریکا با به کارگیری دیپلماسی نفت، در صدد نفوذ و کنترل بر مناطق نفت خیز بودند. این نمونه از سیاست‌ها، زمینه تعارضات و تنش‌هایی را در پیوند با نفت، به ویژه در پی جنگ دوم جهانی، به وجود آورد. بنابراین با توجه به اینکه مالکیت نفت در جهان امروز، به معنای تأمین و کسب سرمایه نیز هست، ارزش و اهمیت نفت، هم به عنوان یک منبع انرژی و هم یک منبع تأمین سرمایه، مقام والا و بالایی پیدا می کند.

از آنجا که ایران یکی از اصلی ترین تولیدکنندگان نفت خام در دنیا به شمار می رود، برای دستیابی به بازارهای بین المللی مانند سایر کشورهای تولید کننده نفت، تابع مقررات و قوانین حاکم بر این بازارها، بویژه در بازارهای جهانی نفت است که یکی از پر ازدحام ترین بازارهای روزانه جهان محسوب می شود و تغییرات در این بازار بر سایر کالاها از جمله فراورده های نفتی نیز اثر مستقیم دارد. لذا قیمت نفت خام بعنوان عامل اساسی در ارزیابی ذخایر توسعه نیافته در نظر گرفته می شود. برای پیش بینی و قیمت گذاری قیمت نفت از مبحث اختیارها کمک میگیریم. قیمت گذاری اختیارها نقش مهمی در بازارهای مالی دارد و روش های عددی یکی از روش های کاربردی در این راستا به حساب می آید. در اینجا دو نوع

¹ Clemenceau

اختیار آسیایی و اختیار لوک بک را مورد بررسی قرار داده و در ادامه با استفاده از روش مونت کارلو، آن ها را بصورت عددی ارزیابی می کنیم و در انتها نتایج حاصل از این دو را برای تعیین اختیار کاراتر، مورد ارزیابی قرار می دهیم.

۲.۱- بیان مساله

همانطور که اشاره شد، کشور ایران بدلیل دارا بودن منابع نفتی بسیار حایز اهمیت است و غالباً نفت خام، بصورت معاملات سلف^۱ در بازار معامله می شود. کشور ایران حدود ۱٪ جمعیت جهان را در پهنه گسترده خود جای داده است و اگر بخواهیم، همین سهم را در تجارت جهانی داشته باشیم، باید مسیر دشوار آینده را هموار نمائیم و این در حالی است که در سالهای اخیر سهم کشور در تجارت جهانی، حدود ۰/۳۴ درصد بوده است. در برنامه پنج ساله دوم قرار بود که در سال ۱۳۷۷ صادرات غیر نفتی، به رقم معادل ۵/۷ میلیارد دلار برسد. ولی به دلیل مشکلات متعددی که بعضی از آنها اجتناب ناپذیر می نمودند، صادرات غیر نفتی کشور، به حد ۳ میلیارد دلار تنزل یافت. اغلب بازار مشتقات نفت خام مربوط به کشورهای آمریکا، اروپا، آسیا و اختیار دامنکی^۲ است. هنگامی که به حوزه نفتی وارد می شویم بحث قیمت گذاری مطرح می شود که این خود لازمه مطرح شدن اختیارها است. در بازار واقعی معاملات دو جانبه بوده و بر اساس مذاکرات، قراردادی فیما بین طرفین، توافق می شود. در حالیکه در بازار سلف علیرغم دو جانبه بودن قراردادها، معاملات بر اساس شرایط و مقررات استاندارد صورت میگیرد، لیکن در بازارهای بورس، مبادلات بدون شناخت طرفین از یکدیگر و از طریق پاک سازی(تصفیه حساب سرمایه گذاری) انجام میگیرد. برای تجارت نفت خام فیزیکی، در بازارهای بین المللی باید مسائل بسیاری را مورد توجه قرار داد. از جمله:

¹ Forward

² Spread Option

۱. قیمت گذاری نفت خام

۲. شاخص قیمت در بازار

۳. ساختار نفت

۴. بررسی هزینه حمل و نقل و آربیتراژ برای محصولات فیزیکی

۵. ارزش نفت خام و عواملی که قیمت آن را تعیین مینماید

۶. چگونگی ارتباط آن شاخص قیمت

در معاملات بازار واقعی موارد زیر ملاک عمل هستند:

۱. نوع قرارداد

۲. کیفیت نفت خام یا فراورده های نفتی مورد مبادله

۳. جغرافیای بازاری که در آن مبادله صورت میگیرد

۴. نوع مکانیزم قیمت گذاری

برای مقایسه قیمت نفت خام فیزیکی با قیمت نفت خام بازار بورس که تحت قراردادهای آتی^۱ هستند

عوامل زیر ملاک عمل می باشند:

۱. هزینه حمل

۲. نحوه تعیین دوره بارگیری

۳. اسناد حمل

۴. حجم مورد مبادله

۵. دموراژ (خسارت برای عدم مبادله در زمان تعیین شده برای نفت خام فیزیکی)

در حالیکه برای قراردادهای آتی موارد زیر ملاک عمل می باشند:

¹ Futures

۱. میزان مایع بودن

۲. هزینه عملیات کارگزاران بورس برای انجام معاملات

۳. میزان قراردادهای مورد مبادله

۴. میزان سپرده گذاری لازم جهت انجام معاملات

در قراردادهای مورد مبادله در بازارهای آتی، داشتن زمان انقضای قرارداد، حجم هر قرارداد، نحوه خرید یا فروش آن که می تواند خرید^۱ یا فروش^۲ باشد، دیفرانسیل قیمت قرارداد مورد مبادله با قیمت قراردادهای ماه های قبل یا بعد، نحوه تسویه حساب و همچنین اطلاع از وضعیت خط منحنی آتی^۳ اهمیت ویژه ای دارد. منظور از درک صحیح منحنی آتی آنست که تا چه اندازه بازار در حالت گذشته^۴ یا بالاتر از قیمت توافقی آتی^۵ قرار دارد.

رشد و توسعه صنعتی کشورها نیاز به نفت خام و انرژی را افزایش داده است و بر این اساس مصرف کنندگان و تولید کنندگان برای فروش و دستیابی به بازارهای بهتر، راهکارها و روش هایی برای عرضه و تقاضای این کالای مهم جستجو می کنند.

راهکارهای فروش و قیمت گذاری نفت خام، هرچند وقت یکبار توسط کشورهای نفتی که نفت آنها بعنوان شاخص تعیین قیمت مطرح می شود به روز می شوند یا تغییر می کنند، زیرا خریداران و فروشندگان نفت خام، هر کدام بدنبال سود بیشتر هستند و راهبردهای تقاضا و عرضه این کالا، بر اقتصاد جهان و اقتصاد تولید کنندگان و پالایشگران، تاثیرگذار است. مهمترین هدف پیش روی شرکت ملی نفت، در فروش نفت خام، بدلیل وابستگی اقتصاد به نفت، تامین بودجه سالانه کشور از محل فروش نفت است. بر این اساس این شرکت، همواره بدنبال راهکارهایی است که سهم ایران در بازارهای جهانی افزایش یابد. فرمول قیمت

¹ Long

² Short

³ Forward Curve

⁴ Backwardation

⁵ Contango

گذاری نفت نیز، تابع قوانین و مقررات بازار است و برای دستیابی به این هدف، راههایی وجود دارد که کارشناسان آن را مشخص و تعریف کرده اند و عوامل موثر در بازارهای نفت را بر این اساس که چه عواملی در کاهش یا افزایش قیمت نفت خام در بازار، تاثیرگذار است، دسته بندی کرده اند [۲].

اکثر اختیارها، اختیار آمریکایی^۱ یا اروپایی^۲ هستند که در حیطه نفتی، سایر اختیارها مانند برمودا، آسیایی، مانع^۳ و اختیار لوک بک، مطرح می شوند. این اختیارها، همگی زیر شاخه های اختیارهای نامتعارف^۴ هستند.

برای قیمت گذاری اختیارها، فرمول بلک شولز، بدلیل محدود بودن کاربرد زیادی ندارد لذا برای اختیارهای پیچیده تر روش های دیگری معرفی شده اند.

سه روش اصلی انتخاب قیمت گذاری اختیار وجود دارد که بسیار مورد استفاده قرار میگیرند و عبارتند از: روش دو جمله ای، روش تفاضلات متناهی و روش مونت کارلو.

زمانی که روش های سنتی، با توجه به پیچیدگی ابزارها مانند این پایان نامه مقاوم باشند، از روش مونت کارلو کمک می گیریم. روش مونت کارلو، بیشتر برای شبیه سازی پدیده های با عدم قطعیت قابل توجه از ورودیها، مانند این پایان نامه، که داده ای در دست نیست، کاربرد دارد.

۳.۱- اهداف و ضروریات تحقیق

نفت، از دیرباز مورد استفاده بشر قرار داشته و پس از استخراج علمی و مکانیزه نفت، وارد عرصه های اقتصادی، صنعتی و نیز سیاسی جوامع شد، به گونه ای که اکثر تحولات سیاسی، اجتماعی و اقتصادی تاریخ، به نفت اختصاص دارد. این تاثیرگذاری در کشورهای نفت خیز از جمله ایران مشهود بوده

¹ American Option

² European Option

³ Barrier

⁴ Exotic Option

و هست. چون کشور ایران، دارای منابع عظیم نفتی است لذا تحقیق در این خصوص، توجیه پذیر است. برای خرید و فروش منابع نفتی ما نیازمند آن هستیم که قیمت منابع نفتی را برای آینده مورد پیش بینی قرار دهیم. برای قیمت گذاری، لزوماً مبحث اختیار پیش رویمان قرار می گیرد. با توجه به عدم وجود اختیارها، برای محاسبه و به تبع آن عدم وجود داده در کشور، از روش عددی شبیه سازی مونت کارلو، برای پیش بینی قیمت آینده به کمک اعدادی تصادفی استفاده می کنیم.

۴.۱- پیشینه تحقیق

همانطور که اشاره شد بدلیل عدم کاربرد اختیارها در ایران پژوهشی در این زمینه صورت نگرفته است. در سال ۱۹۸۰ مارک استندیش^۱، در بانکداری معتمد مستقر در لندن، روی مشتقات درآمد ثابت و معاملات اختصاصی آربیتراژ، کار میکرد. دیوید اسپاگتون^۲ از سال ۱۹۸۴ زمانی که بانک انگلستان برای اولین بار به بانکها، مجوز انجام اختیارهای ارز خارجی در بازار لندن را داد، بعنوان تحلیلگر سیستم در بازارهای مالی با بانکداری معتمد کار می کرد. در سال ۱۹۸۷ استندیش و اسپاگتون در بیزینس توکیو بودند، که برای اولین بار فرمول قیمت گذاری تجاری استفاده شده برای اختیارهای مربوط به میانگین قیمت نفت خام را توسعه دادند. آنها نام این اختیار نامتعارف را اختیار آسیایی گذاشتند زیرا در آن زمان آنها در آسیا بودند [۲۵،۳۳،۱۲].

به طور کلی تلاش برای ارزش گذاری اختیارهای آسیایی توسط افرادی مانند کمن^۳ و وورست^۴ (۱۹۹۰)، ترن بول^۵ و ویک من^۶ (۱۹۹۱)، لوی^۷ (۱۹۹۲)، ژنگ^۸ (۱۹۹۸) صورت گرفته است.

¹ Mark Standish
² David Spaighton
³ Kemna
⁴ Vorst
⁵ Turnbull
⁶ Wakeman
⁷ Levy
⁸ Zhang

بحث در مورد مساله قیمت گذاری اختیاریهای آسیایی با استفاده از روش مونت کارلو در مقاله های کمنا و وورست آورده شده است [۱۶].

در ۱۹۹۶، بندیکیت آلزیاری^۱، جین پاول دیکمپس^۲ و پیر فرانسیس کول^۳ در رابطه با نزدیک بودن مدل معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی^۴، با اختیار آسیایی پژوهشی تحلیلی عددی داشتند. آنها برای اولین بار یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی، برای پیاده سازی آسان که مشخصه قیمت یک نوع اروپایی از اختیار آسیایی را منتشر کردند. سپس نتایج جدیدی در مصون سازی از یک اختیار آسیایی را در مقایسه بین اختیاریهای آسیایی و اروپایی را بصورت تحلیلی و عددی بررسی نمودند [۴].

در ۲۰۰۱ وادیم لیندسکی^۵، در رابطه با قیمت گذاری دقیق اختیار آسیایی کار خود را ارائه داد. وی در این مقاله بیان می دارد که اختیار آسیایی تحلیلی یا اختیار میانگین قیمت، بازده روی قیمت متوسط دارایی های اساسی در طی طول دوره را ارائه می دهد. اختیار آسیایی، خانواده مهمی از مشتقات، همراه تعداد زیادی درخواست پول مانند تساوی نرخ بهره، کالا، انرژی و بازارهای بیمه است. دو فرمول تحلیلی قیمت اختیار آسیایی برای زمانیکه قیمت دارایی اساسی از حرکت براونی پیروی می کند ارائه کرد. سپس وی در سال ۲۰۰۴ در رابطه با توسعه طیفی اختیار آسیایی مقاله ای ارائه نمود [۸].

در سال ۲۰۰۷ کوان-ون چن^۶ و یوح-دوچ لین^۷ مقاله ای در رابطه با فرمول قیمت گذاری قطعی برای اختیار آسیایی ارائه کردند. چون اختیار آسیایی بازدهی وابسته به قیمت میانگین دارایی های اساسی مانند سهام، کالا و شاخص های مالی دارد، فرمول دقیقی برای این اختیاریها وجود ندارد لذا بدنبال این بودند که دقت قیمت گذاری را بصورت عددی، کارآمد و دقیق مورد بررسی قرار دهند [۹].

¹ Benedicte Alziary

² Jean-Paul Decamps

³ Pierre-Francois Koehl

⁴ PDE

⁵ Vadim Linestsky

⁶ Kuan-wen Chen

⁷ Yuh-Dauh Lynn

اختیارهای آسیایی رایج ترین اختیارهای نامتعارف معامله شده هستند، بعنوان مثال، ویل موت^۱ در سال ۲۰۰۶ و هاگ^۲ در سال ۲۰۰۷ اشاره کردند که اختیارهای آسیایی در بازارهای فرابورس^۳ محبوبیت دارند و در سایر بازارهای کالا، فاقد نقدینگی کافی هستند [۱۷].

در سال ۲۰۰۹ امنا نفزی^۴، روی یکی از روش های تحلیلی یعنی تبدیل لاپلاس روی اختیار آسیایی تحقیق خود را آغاز نمود. سپس مقایسه ای بین نتایج حاصل از روش مونت کارلو بعنوان یک متغیر کنترل و مجموعه ای از نتایج چند تکنیک عددی تقریبی بدست آمده از تحقیق روی اختیارهای آسیایی به کمک نرم افزار متمتیکا را مورد بررسی قرار داد [۲۴].

در همان سال ۲۰۰۹ تراست چیباوارا^۵ در زمینه قیمت گذاری و ایجاد مانع اختیار آسیایی با استفاده از روش مونت کارلو و تکنیکهای تبدیل انتگرال، پایان نامه خود را ارائه نمود. وی در این پایان نامه، در مورد اعمال روش مونت کارلو و روش جدایی ناپذیر تبدیل انتگرال در قیمت گذاری اختیارها بحث کرد. این روش ها در ارزیابی اختیار بسیار موثر است [۱۰].

در سال ۲۰۱۱ چین لینگ لو^۶، کنت جی پالمر^۷ و مین ته یو^۸ تحقیقی مبنی بر تقریب تحلیلی برای اختیارهای آسیایی عمومی ارائه نمودند، آنها یک چارچوب تحت عنوان انواع اختیارهای آسیایی که می توانند قیمت گذاری شوند ارائه نمودند. آنها نه تنها چارچوب مطالعات قبلی را گسترش دادند، بلکه پیشنهاد یک شکل جدید و دقیق تئوری برای قیمت های اختیار پیش بینی نمودند. این مطالعه نشان داد که استفاده از بسط تیلور غیر ضروری است و با اجتناب از خطاها سریعتر به جواب می رسیم [۲۲].

¹ Will Moat

² Hug

³ OTC

⁴ Emna Nefzi

⁵ Trust Chibawara

⁶ Chien-Ling Lo

⁷ Kenneth J. Palmer

⁸ Min-the Yu

در سال ۲۰۱۳، وینیت لخلانی^۱ در رابطه با قیمت گذاری و ایجاد مانع در اختیار آسپایی مقاله ای ارائه نمود. در این مقاله ذکر شده است که قیمت دارایی اساسی در تاریخ انقضا ارزش اختیار وابسته به مسیر را تحت تاثیر قرار می دهد و بازده یک اختیار آسپایی تابعی از چندین نقطه از جمله قیمت در زمان انقضا است [۱۷].

یکی از اختیارات تاثیرگذار، اختیار لوک بک می باشد. بعنوان مثال، ارزشهای عرضه در بازارهای امنیتی با بیش از یک افق ثابت از نوع زمان پیوسته به کمک اختیار لوک بک بدست می آید. مرتون^۲ (۱۹۷۴)، بلک و کاکس^۳ (۱۹۷۶) از این اختیار برای مطالعه ی ریسک اعتباری و قیمت گذاری استفاده کردند. بعنوان مثال، ارزش های عرضه در بازارهای امنیتی با بیش از یک افق ثابت از نوع زمان پیوسته به کمک اختیار لوک بک بدست می آید [۷].

در اکتبر سال ۲۰۰۰، سایمون ببیز^۴، یک طرح تقریبی دو جمله ای ساده و محاسباتی کارآمد که به کمک آن می توان ارزش اختیار لوک بک آمریکایی را بدست آورد، ارائه کرد [۶].

در سال ۲۰۰۵ مین دای^۵ و یوکوون کواوک^۶ به بررسی سیاست های اعمال اولیه و رفتارهای قیمت گذاری دارایی اساسی اختیار آمریکایی، به همراه ساختارهای بازده لوک بک پرداختند. دسته بندی مدل های اختیار شامل اختیارهای لوک بک سهام، اختیارهای روسی، اختیار لوک بک سهام ثابت و مدل قیمت گذاری صندوق حفاظت پویا است. در هر مبحث از اختیارهای لوک بک آمریکایی، مناطق مطلوب توقف را، بویژه رفتار مجانبی در زمانهای نزدیک انقضا و در زمان بینهایت به انقضا را بررسی کردند و روابط متقابل بین توابع قیمت اختیار لوک بک آمریکایی را پیدا نمودند [۱۱].

¹ Vineet B.Lakhlani

² Merton

³ Black and Cox

⁴ Simon Babbs

⁵ Min Dai

⁶ Yu Kuen Kwok