بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه شاهد

دانشکده فنی و مهندسی

پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی برق–کنترل

بهینه سازی چند هدفه در کنترل مد لغزشی

استاد راهنما:

دکتر محمد حسین کاظمی

نام دانشجو

رضا بازگیر

آذر 92

صفحه صورتجلسه

	اظهار نامه دانشجو	شماره: تاریخ:

اینجانب رضا بازگیر دانشجوی کارشناسی ارشد رشته برق گرایش کنترل دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شاهد، گواهی می دهم که پایان نامه تدوین شده حاضر با عنوان؛ " بهینه سازی چند هدفه در کنترل مد لغزشی " به راهنمایی استاد محترم جناب آقای دکتر محمد حسین کاظمی، توسط شخص اینجانب انجام و صحت و اصالت مطالب تدوین شده در آن، مورد تأیید است و چنان چه هر زمان، دانشگاه کسب اطلاع کند که گزارش پایان نامه حاضر صحت و اصالت لازم را نداشته، دانشگاه حق دارد، مدرک تحصیلی اینجانب را مسترد و ابطال نماید هم چنین اعلام می دارد در صورت بهره گیری از منابع مختلف شامل؛ گزارش های تحقیقاتی، رساله، پایان نامه، کتاب، مقالات تخصصی و غیره، به منبع مورد استفاده و پدید آورنده آن به طور دقیق ارجاع داده شده و نیز مطالب مندرج در پایان نامه حاضر تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط اینجانب و یا سایر افراد به هیچ کجا ارایه نشده است. در تدوین متن پایان نامه حاضر، چارچوب (فرمت) مصوب تدوین گزارش های پژوهشی تحصیلات تکمیلی دانشگاه شاهد به طور کامل مراعات شده و نهایتاً این که، کلیه حقوق مادی ناشی از گزارش پایان نامه حاضر، متعلق به دانشگاه شاهد می باشد.

نام و نام خانوادگی دانشجو:.

امضاء دانشجو:

تاریخ:

تقدیم

خالقم ، او که آرزویم بندگی اوست.

پیوند دهنده فرشیان خاک و عرشیان افلاک برافرازنده پرچم پیروزی و رستگاری و سربلندی، معنا کننده عدالت و صلابت و فروزنده مشعل هدایت حضرت مهدی (عج).

هشتمین چراغ هدایت ، امام رضا (ع) ، او که توسل به او همواره مایه آرامش خاطرم در انجام این پروژه بوده.

به دست‌های صمیمی و قلب مهربان و فداکار پدر و مادر بزرگوارم که همواره در زندگی سرچشمه جوشش الطاف و مواهب الهی هستند.

و تقدیم به هدیه بزرگ الهی ، شریک و همسفرم ، مهربانی که در انجام پروژه زندگی همراهم شده.

تشکر و قدردانی

با تشکر از جناب آقای دکتر محمد حسین کاظمی که از راهنمایی‌های ایشان در انجام این پروژه بسیار استفاده نمودم و در طی انجام مراحل این پروژه از ایشان درس اخلاق آموختم.

همچنین تشکر فراوان از جناب آقای دکتر سعید سید طبایی و جناب آقای دکتر جلال نظرزاده که راهنمایی‌های ایشان کمک بی‌شماری به انجام این پروژه بود.

چکیده

در تئوری های کنترل چند سال اخیر در نظر گرفتن مقاومت برای کنترلر یکی از اصلی‌ترین موضوعاتبوده است در این راستا کنترل مد لغزشی یکی از شناخته شده ترین روش‌ها برای این منظور می‌باشد. استفاده از معیار H_2/H_∞ در طراحی سطح لغزشی علاوه بر بهبود عملکرد سیستم در حالت لغزش موجب افرایش مقاومت آن نسبت به نامعینی‌های سازگار و ناسازگار نیز می‌شود. همچنین باید روشی بنام آنالیز میو برای طراحی کنترلر مقاوم در یک مثال کاربردی استفاده شده. علاوه بر ان در این پایان‌نامه از روش بهینه‌سازی H_2/H_∞ مبتنی بر نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMIs) برای طراحی سطح لغزشی استفاده می‌شود که طراحی مبتنی بر فیدبک حالت است و با در نظر گرفتن نامعینی‌ها و اغتشاش‌های سازگار و ناسازگار در مدل سیستم نتایج مطلوبی حاصل شده است. راه‌حل‌ها برای طراحی بهینه سطح و نیز طراحی قانون کنترل ناپیوسته در قالب قضیه‌هایی ارائه شده است که از نتایج اصلی این پایان‌نامه است. روش طراحی به صورت الگوریتم بیان شده و در نهایت با استفاده از یک مثال عددی، در شرایط مختلف از جمله تغییر شرایط اولیه و اغتشاش و سپس افزایش تعداد درایه‌های غیر صفر ΔA (نامعینی ناسازگار) و عدم تغییر نتایج، کارایی آن نشان داده می‌شود.

کلید واژه: کنترل مد لغزشی، طراحی سطح لغزشی، کنترل چندمنظوره H_2/H_∞، نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMIs)، سیستم‌های نامعین.

فهرست مطالب

فهرست شکل ها

فهرست جدول ها

فهرست علائم و اختصارات

نرم H_∞	$\|.\|_\infty$
نرم H_2	$\|.\|_2$
ماتریس متقارن Aمثبت معین است	$A > 0$
ماتریس متقارن Aمثبت نیمه معین است	$A \geq 0$
فضای برد ماتریس A	$R(A)$
کوچک‌ترین مقدار ویژه ماتریس مربعی A	$\lambda_{min}(A)$
بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس مربعی A	$\lambda_{max}(A)$
تابع انتقال از ورودی xبه خروجی y	T_{yx}
تریس ماتریس A	$trace(A)$

فصل 1- مقدمه

پیشگفتار

بخاطر اینکه سیستم های مهندسی واقعی در مقابل اغتشاشات خارجی و نویز اندازه گیری آسیب پذیر هستند میتوان مقاومت را از ملزومات اساسی در طراحی کنترلر در نظر گرفت. و این در واقع تفاوت بین مدل ریاضی و طراحی بر اساس مدل واقعی است[1]. همچنین در اینجا بد نیست که به پیشگامان این تئوری نیز اشاره ای داشت که در سال 1980 میلادی زمس [2] و سپس زمس و فرانسیس [3] این تئوری را بسط داده اند.

اکثر روش طراحی‌های کنترل‌کننده مبتنی بر یک مدل ریاضی است. آن‌چه که مشخص است این است که مدل‌های ریاضی تقریبی از سیستم واقعی را ارائه می‌دهند و همیشه مقداری نامعینی[1] را باید در سیستم در نظر گرفت و هنگام طراحی کنترل‌کننده نیز به آن توجه داشت. از این رو مقاومت سیستم‌های کنترلی نسبت به نامعینی‌ها و اغتشاش‌ها[2] یکی از موضوعات مهم در طراحی کنترل‌کننده بوده است [4].

کنترل مد لغزشی[3] یک روش شناخته شده برای کنترل سیستم‌های دینامیکی نامعین است ([4]،[5]،[6]،[7]،[8]،[9]).این روش با موفقیت بر روی طیف وسیعی از سیستم‌های مهندسی اعمال شده است که از آن می‌توان بازوی مکانیکی روبات‌ها، هواپیما، زیردریایی‌ها، فضاپیماها، موتورهای الکتریکی، سیستم‌های قدرت و موتور خودرو را می‌توان نام برد، از مهمترین ویژگی‌های این روش می‌توان به:

1- پاسخ سریع و عملکرد گذرای خوب

2- مقاوم بودن در برابر کلاس بزرگی از نامعینی‌ها

3- پایدار کردن بعضی از سیستم‌های پیچیده‌ی غیر خطی که پایدار کردن آن‌ها با قوانین فیدبک حالت مشکل می‌باشد [8].

با استفاده از یک قانون کنترل ساختار متغیر مسیر حالت به سمت یک سطح از پیش تعیین شده که سطح لغزشی[4] یا سطح سوئیچینگ[5] نام دارد هدایت می‌شود و پس از آن حالت‌ها روی این مسیر باقی می‌مانند ([4]،[6]،[9]). در حالت لغزش یعنی هنگامی که حالت‌ها روی سطح هستند، سیستم نسبت به نامعینی‌هایی که در راستای ورودی هستند و سازگار نام دارند مقاوم است. اما با هدف این که سیستم نسبت به دسته بزرگتری از نامعینی‌ها مقاوم باشد، پژوهش‌های زیادی مسأله طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی برای

1-Uncertainty
2- Disturbance
3-Sliding mode control
4- Sliding surface
5-Switching surface

سیستم‌هایی با نامعینی‌ها و اغتشاش‌های ناسازگار را در نظر گرفته‌اند (برای مثال [10]،[11]،[12]،[13]،[14] و [4]) .

کنترل مد لغزشی شامل دو فاز به نام‌های فاز رسیدن[1] و فاز لغزش است که از این رو می‌توان دو مسأله اصلی را مطرح کرد؛ در ابتدا یک سطح لغزشی با دینامیک مناسب باید انتخاب شود و سپس یک قانون کنترل ساختار متغیر به گونه‌ای طراحی شود که بردار حالت‌ها را به سمت سطح لغزشی هدایت کند و آن را روی سطح نگه دارد. برای چگونگی انتخاب یا طراحی سطح لغزشی پژوهش‌های زیادی صورت گرفته است. در حقیقت نشان داده می‌شود که طراحی سطح لغزشی را می‌توان در قالب طراحی یک کنترل‌کننده در نظر گرفت. در [10] یک کران بالا برای نرم H_2 متعلق به تابع انتقال از اغتشاش به خروجی حداقل می‌شود. از روش اختصاص ساختار ویژه[2] در [4] استفاده شده است که در آن قیدهایی به صورت دسته‌بندی قطب‌های دینامیک لغزش در نظر گرفته شده است.در اکثر این روش‌ها برای طراحی سطح لغزشی تنها یک هدف در نظر گرفته شده است. در [8]،[9] ،[15] و[16] از LMI[3] ها برای طراحی سطح استفاده شده است. [17] و [18] روش‌های چند منظوره برای طراحی سطح ارائه شده است. در [18] از یک چارچوب LMI برای طراحی سطح لغزشی استفاده شده است که البته در آن نامعینی‌های ناسازگار در نظر نگرفته نشده است.

محققین بسیاری بر روی این سیستم کار کرده اند. برای مثال در [19] براساس ورودی های فازی وزن متغیر از کنترل فازی برای پایدارسازی یک DIPC استفاده شده است، در [20] کنترلر IT2FL[4] و PID برای نگه داشتن DIPC استفاده شده است. [21] بروش کنترلر های عصبی- فازی با استفاده از آموزش خطای فیدبک[5] طراحی کنترلر کرده است. [22] مطالعه ای کاربردی بر روی سنتز میو[6] به کمک قطب گذاری برای پایداری این سیستم با وجود عدم قطعیت پارامتری انجام داده است و با حل یک مسئله طراحی کنترلر فیدبک حالت ان را به خاتمه رسانده است.

هحپنین در ادامه کارهای پیشین برای طراحی سطح لغزشی، این پایان‌نامه به معرفی یک روش بهینه برای طراحی سطح لغزشی در حضور نامعینی‌ها و اغتشاش‌های سازگار و ناسازگار می‌پردازد، به گونه‌ای که از تئوری کنترل چند منظوره H_2/H_∞ استفاده می‌شود. از آنجایی که می‌توان طراحی سطح لغزشی را در قالب طراحی کنترل‌کننده در آورد، استفاده از تئوری‌های طراحی کنترل کننده‌های مقاوم و بهینه توجیه‌پذیر می‌شود. لازم به ذکر است که در طول این پایان‌نامه فرض بر این است که حالت‌های سیستم در دسترس هستند. در طراحی سیستم‌های کنترل، معمولاً اهداف گوناگونی در نظر گرفته می‌شود. این اهداف، گاهی در تضاد با یکدیگر هستند و روشی برای طراحی کنترل‌کننده‌ای که تمام این اهداف را به بهترین نحو ممکن برآورده کند، وجود ندارد ([23]،[24]،[25] و[26]). از این رو به ناچار، نیازمند نوعی

1-Reaching phase
2- Eigen structure assignment
3- Linear matrix inequalities (LMIs)
4 interval type2 fuzzy logic
5 feedback-error-learning
6 μ synthesis

تعامل بین این اهداف هستیم، برای مثال، بین عملکرد بهینه سیستم و مقاوم بودن آن باید به گونه‌ای تعامل ایجاد کرد تا هر کدام از اهداف، تا حدی برآورده شود. در حقیقت همان طور که می‌دانیم، استفاده از نُرم $\boldsymbol{H_2}$ در طراحی کنترل‌کننده می‌تواند موجب بهبود عملکرد سیستم حلقه بسته شود در حالی که استفاده از نُرم $\boldsymbol{H_\infty}$ مقاومت سیستم را افزایش می‌دهد. از این دیدگاه، مبحث بهینه‌سازی چند منظوره و به دنبال آن، کنترل چند منظوره[1] اهمیت خاصی پیدا می‌کند. سرفصل‌های این پایان‌نامه به شرح زیر است:

فصل 2 به معرفی تئوری نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) و یک روش شناخته شده برای طراحی کنترل‌کننده‌های چند منظوره $\mathrm{H_2/H_\infty}$ می‌پردازد که مبتنی بر تئوری نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) است و می‌تواند به راحتی توسط الگوریتم‌های حل عددی حل شود.

در فصل 3 به طراحی یک کنترل مقاوم برای ربات گاری روی ارابه می پردازیم. این کار را بطور کامل و با روش میو یعنی تکرار D-K انجام میدهیم و در نهایت با سیستم کاهش مرتبه یافته و غیر خطی و در واقع با سیستمی نزدیکتر به واقعیت آن را شبیه سازی کرده و نتیجه را خواهیم دید.

در فصل 4 تئوری کنترل مد لغزشی به تفصیل شرح داده می‌شود. در این فصل مشخصات سطح لغزشی و شرایط رسیدن به سطح و نیز ساختار قانون کنترل ارائه می‌شود و در انتها نگاهی به روش‌های طراحی بهینه سطح خواهیم داشت.

در فصل 5 از روش مبتنی بر LMI برای طراحی سطح استفاده می‌شود. طراحی قانون کنترل ساختار-متغیر در قالب یک قضیه ارائه می‌شود و سپس قضیه‌ای برای طراحی سطح ارائه می‌شود که از نتایج اصلی پایان‌نامه است. همچنین برای تأیید کارایی روش ارائه شده در این فصل نیز از مثالی عددی استفاده می‌کنیم و در انتها با نتیجه‌گیری نهایی و ارایه پیشنهاد ها پایان‌نامه را به انتها می‌رسانیم

1- Multiobjective control

فصل 2– مفاهیم و کنترل چند منظوره $\mathrm{H}_2/\mathrm{H}_\infty$

2–1– مقدمه

در یک مسأله حقیقی کنترل معمولاً اهداف زیاد و بعضاً متناقضی در طراحی کنترل‌کننده در نظر گرفته می‌شود [26]. برای مثال ممکن است که طراح تمایل به کاهش نرم H_∞ برای بعضی توابع انتقال در سیستم داشته باشد تا از مقاومت کنترل‌کننده نسبت به نامعینی‌های احتمالی مطمئن شود و از طرف دیگر نُرم H_2 را برای بعضی از توابع انتقال در سیستم حداقل سازد تا عملکرد سیستم حلقه بسته تضمین می‌شود. یک چنین مسأله‌ای را می‌توان در قالب یک مسأله کنترل چند منظوره H_2/H_∞ طرح کرد. در این فصل به یک نوع از این مسائل اشاره می‌شود که روش‌های حل متفاوتی دارند. در 2-2 ابتد ا به طور مختصر به بیان LMI ها پرداخته می‌شودو در 2-3 به طرح مسأله کنترل چند منظوره H_2/H_∞ به گونه‌ای پرداخته می‌شود که حل آن مبتنی بر استفاده از LMI هاست. مزیت این روش راحتی یافتن پاسخ برای LMI هاست که می‌توان از روش‌ها و الگوریتم‌های عددی استفاده کرد. با این حال همان طور که در [27] اشاره شده است، حل مسائل کنترل چند منظوره مبتنی بر LMI هنگامی امکان پذیر است که از توابع لیاپانوف مشترک در LMI ها استفاده کنیم که خود به محافظه کاری راه حل می‌افزاید.

2–2– نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI)

در این بخش، به موضوع نامساوی‌های ماتریسی خطی در حد مقدماتی می‌پردازیم. LMI ها، نامساوی های ماتریسی هستند که در مجموعه‌ای از متغیرهای ماتریسی، خطی می‌باشند. ما در این جا با ذکر مثال‌هایی و بیان چند قضیه اصلی نشان می‌دهیم که چطور می‌توان بعضی از مسائل کنترل و بهینه‌سازی را به شکلLMI ها درآورد ([27]،[28]).

در واقع هر قیدی که بصورت :

$$A(x) := A_0 + x_1A_1 + \cdots + x_NA_N < 0 \tag{1-2}$$

باشد Lmi است، که در ان:

- x یک بردار ناشناخته اسکالر(متغیر های بهینه سازی یا متغیر های تصمیم) است.
- $A_0, \dots, A_N$ ماتریس های متقارن هستند.
- $0 >$ نیز به معنی منفی بودن بزرگترین مقدار ویژه A(x) است.

2-2-1- پایداری لیاپانوف

سیستم $\dot{x} = Ax$ با$x(0) = x_0$ را در نظر بگیرید. با تعریف تابع لیاپانوفی به صورت $V(x) = x^T P x$ که $P = P^T > 0$ خواهیم داشت:

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = x^T (A^T P + PA) x \qquad (2\text{-}2)$$

پس اگر وجود داشته باشد $P = P^T > 0$ به طوری که $(A^T P + PA) < 0$ آن گاه $\dot{x} = Ax$ به طورمجانبی پایدار است. در این جا، $(A^T P + PA) < 0$ نمونه‌ی یکLMI است[25]. یعنی مسأله پایداری را به یک مسألهLMI تبدیل کردیم. پس می‌توان مسأله پایداری را به شکل رابطه (2-3) تبدیل کرد:

$P = P^T > 0$ را به گونه‌ای بیابید که:

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & 0 \\ 0 & -P \end{bmatrix} < 0 \qquad (3\text{-}2)$$

2-2-2- جایابی قطب[1] جهت پایدارسازی

ماتریس $F \in \mathbb{R}^{m\times n}$ را به گونه‌ای بیابید که $A + BF \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ، پایدار هرویتز[2] شود (تمام مقادیر ویژه آن در سمت چپ محور $j\omega$ قرار گیرد).

$$\begin{matrix} \dot{x} = Ax + Bu \\ u = Fx \end{matrix} \Rightarrow \dot{x} = (A + BF)x \qquad (3\text{-}2)$$

با توجه به قضیه پایداری لیاپانوف، باید یک ماتریس F و یک ماتریس مثبت معین Pوجود داشته باشد به طوری که:

$$(A + BF)^T P + P(A + BF) < 0 \qquad (4\text{-}2)$$

$$\Rightarrow A^T P + PA + F^T B^T P + PBF < 0 \qquad (5\text{-}2)$$

همان‌طور که می‌بینیم، رابطه فوق بر حسب P وF هر دو با هم،یک LMI نیست. زیرا در آن ضرب P و F مشاهده می‌شود. بلکه بر حسب آن‌ها دو خطی[3] است. اگر دو طرف نا معادله فوق را در $Q = P^{-1}$ ضرب کنیم، روابط (2-6) و (2-7) را خواهیم داشت:

$$QA^T + AQ + QF^T B^T + BFQ < 0 \qquad (6\text{-}2)$$

$$Q > 0 \qquad (7\text{-}2)$$

این رابطه همچنان غیر خطی است. با تعریف $L = FQ$ داریم:

$$QA^T + AQ + L^T B^T + BL < 0 \qquad (8\text{-}2)$$

$$Q > 0 \qquad (9\text{-}2)$$

1- Pole placement
2- Hurwitz
3- Bilinear

حال، رابطه به دست آمده بر حسب L و $Q > 0$ یک LMI است.با حلLMIفوق می‌توان F را از رابطه $F = LQ^{-1}$ به دست آورد. می توان اینLMI را به صورت استاندارد رابطه (2-10) نوشت:

$$\begin{bmatrix} QA^T + AQ + L^TB^T + BL & 0 \\ 0 & -Q \end{bmatrix} < 0 \qquad (10\text{-}2)$$

نامساوی ماتریسی رابطه (2-11) را در نظر بگیرید:

$$Q = \begin{bmatrix} A^TP + PA & PBF + C^TV \\ * & -2V \end{bmatrix} < 0, \quad Q\epsilon\mathbb{R}^{(n+l)\times(n+l)} \qquad (11\text{-}2)$$

که در آن $P > 0$، $V > 0$ و F، متغیرهای مورد نظر می‌باشند. A، B و C ماتریس‌های ثابت می‌باشند. همچنین * از تقارن مشخص است، یعنی

$$*= F^TB^TP^T + V^TC \qquad (12\text{-}2)$$

نامساوی فوق بر حسب P و F خطی نیست، بلکه دوخطی است. ماتریس W را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$W = \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & V^{-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n+l)\times(n+l)}, \; \rho(W) = n + l \qquad (13\text{-}2)$$

$$WQW^T = \begin{bmatrix} P^{-1}A^T + AP^{-1} & BFV^{-1} + P^{-1}C^T \\ * & -2V^{-1} \end{bmatrix} < 0 \qquad (14\text{-}2)$$

با تعریف

$$X = P^{-1}, \qquad U = V^{-1}, \qquad L = FV^{-1} \qquad (15\text{-}2)$$

داریم

$$WQW^T = \begin{bmatrix} XA^T + AX & BL + XC^T \\ * & -2U \end{bmatrix} < 0 \qquad (16\text{-}2)$$

که نامساوی فوق یک LMI بر حسب X، L و U می‌باشد[27].

2-2-3- لم schur (مکمل schur[1])

نامساوی ماتریسی خطی

$$\begin{bmatrix} Q(x) & S(x) \\ S(x)^T & R(x) \end{bmatrix} > 0 \qquad (17\text{-}2)$$

که $Q(x) = Q(x)^T$، $R(x) = R(x)^T$ و $S(x)$ به طور نیم خطی[2] به x وابسته هستند، معادل است با

$$R(x) > 0, \qquad Q(x) - S(x)R(x)^{-1}S(x) > 0 \qquad (18\text{-}2)$$

1-Schur complement
2- Affine

به بیان دیگر، مجموعه نامساوی‌های غیر خطی(2-17) می‌توانند به صورت LMI رابطه (2-18) بیان شوند[28].

مسأله تنظیم مربعی خطی[1] (2-19) را در نظر بگیرید:

$$A^T P + PA + PBR^{-1}B^T P + Q < 0 \quad RiccatiInequality \qquad (19\text{-}2)$$

$$P^T = P > 0, \qquad Q, R > 0 \qquad (20\text{-}2)$$

با استفاده از لم schur می‌توانیم بنویسیم:

$$\phi_{11} \triangleq A^T P + PA + Q \qquad (21\text{-}2)$$

$$\phi_{12} \triangleq PB \qquad (22\text{-}2)$$

$$\phi_{22} = R \qquad (23\text{-}2)$$

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + Q & PB \\ * & -R \end{bmatrix} < 0 \qquad (24\text{-}2)$$

مثال $H_\infty - norm$

$$\dot{x} = Ax + Bw$$

$$y = Cx + Dw \qquad (25\text{-}2)$$

به دنبال کوچکترین $\gamma > 0$ هستیم تا شرط $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ برقرار باشد. می‌توان هم ارزی (2-26) را نوشت:

$$\gamma > 0, \|T_{zw}\|_\infty < \gamma \iff \exists P = P^T > 0$$

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \qquad (26\text{-}2)$$

در حقیقت با دو بار استفاده از لم schur به این نامساوی می‌رسیم.

پس می‌توانیم مسأله کنترلH_∞ را به این صورت بیان کنیم:

می‌خواهیم $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$برقرار باشد. پس

$$\begin{cases} \min \gamma \\ \begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \\ P = P^T > 0 \end{cases} \qquad (27\text{-}2)$$

در این مسأله، γ و P مجهول هستند[28].

1-Linear Quadratic Regulation (LQR)