



# بررسی انتشار نور در کف خشک سه‌بعدی، کف تَر و مواد دانه‌ای دوبعدی

پایان‌نامه دکتري  
زينب سجادي

استاد راهنما: دکتر ميرفائز ميري

فروردین ۱۳۸۸

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## چکیده

مطالعه انتشار نور در مواد کدر موضوعی بسیار مهم و جالب توجه است. از تحلیل شدت نور پراکنده شده از مواد کدر، می‌توان اطلاعات ارزشمندی از تحول و چگونگی ناهمگنی‌های موجود در آنها استخراج نمود. در سال‌های اخیر با استفاده از تکنیک‌های جدید اپتیکی مبتنی بر پخش نور در مواد کدر، خواص نهفته این مواد به طور گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گرفته است.

ما در این پایان نامه، انتشار نور در محیط‌های ناهمگن را با رهیافت اپتیک هندسی مطالعه می‌کنیم. با در نظر گرفتن گشت تصادفی فوتون‌های نور در محیط ناهمگن، ضریب پخش فوتون‌ها را به صورت تحلیلی و با شبیه‌سازی کامپیوتری بدست می‌آوریم. در این رساله کف صابون به عنوان ماده ناهمگن پراکنده نور انتخاب شده است. برای بررسی انتشار نور در کف خشک سه بعدی، مدل کف ورونوی سه بعدی نامنظم را شبیه‌سازی کرده و نقش اجزای تشکیل دهنده کف و میزان بی‌نظمی موجود در آن را بر پخش نور مطالعه کرده‌ایم. نتایج حاصل از شبیه‌سازی مونت کارلو با تخمین تحلیلی توافق دارند. از مقایسه مقادیر کمی طول پویش آزاد حاصل از شبیه‌سازی با داده‌های آزمایش‌های تجربی نتیجه می‌گیریم که بر خلاف تصور رایج، فیلم‌های صابون در پراکندگی نور نقش به‌سزایی دارند. همچنین تأثیر میزان ناهمگنی در نمونه‌های کف، بر رفتار پخشی نور ناچیز است. شهود تجربی نیز این موضوع را تأیید می‌کند.

همچنین یک مدل تحلیلی برای پخش نور در کف تر دوبعدی ارائه کرده‌ایم. در این مسأله از یک بسته دوبعدی شامل دیسک‌های هم‌اندازه به عنوان مدل کف تراستفاده شده است. نتایج این مدل تحلیلی با داده‌های حاصل از شبیه‌سازی مقایسه شده‌اند. در این مسأله برای طول پویش آزاد فوتون‌ها یک رابطه خطی با معکوس کسر آب کف بدست آوردیم که از لحاظ کیفی با نتایج تجربی سازگار است و از لحاظ کمی نیز تنها به اندازه یک ضریب عددی از مرتبه یک با آزمایش‌ها تفاوت دارد. این مدل را می‌توان برای پخش نور در محیط‌های دانه‌ای دوبعدی نیز به کار برد.

در ادامه، یک مدل یک بعدی برای پخش فوتون‌های نور در یک زنجیره ناهمگن، ارائه و آن را با دو روش تقریبی، حل تحلیلی می‌کنیم و شرایطی برای چگونگی تأثیر ناهمگنی‌های محیط بر پخش نور بدست می‌آوریم.

در مورد انتشار نور در کف می‌توان نشان داد که ضریب گذردهی فیلم‌ها از جهت تابش نور مستقل است، اما در بعضی از نانوساختارها و برخی مواد اپتیکی این تقارن وجود ندارد. از این رو در پایان، این مدل را به حالت کلی‌تر نامتقارن تعمیم خواهیم داد. نتایج این مدل‌های یک‌بعدی با شبیه‌سازی مونت کارلو آزموده شده‌اند.

# فهرست

چکیده	سه
مقدمه	۱
۱ مروری بر کارهای انجام شده در حوزه انتشار نور در کف	
۱.۱ معرفی کف	۹
۱.۱.۱ هندسه، توپولوژی و برخی خواص آماری کف	۱۲
کف دوبعدی	۱۴
۲.۱.۱ فرایندهای دینامیکی در کف	۱۴
۲.۱ طیف سنجی موج پخش	۱۶
۱.۲.۱ مروری بر نتایج حاصل از آزمایش $DWS$ روی کف	۲۰
۳.۱ رهیافت گشت تصادفی برای انتشار نور	۲۹
۱.۳.۱ انتشار نور در مواد کلوئیدی: گشت تصادفی ساده	۲۹
۲.۳.۱ انتشار نور در کف: گشت تصادفی پافشار	۳۰

۳۲	.....	مروری بر مدل‌های ارائه شده برای کف و پخش نور در آن	۴.۱
۳۲	.....	مدلهایی برای کف	۱.۴.۱
۳۳	.....	انتشار نور در کف دو بعدی	۲.۴.۱
۳۹	.....	انتشار نور در کف سه بعدی	۳.۴.۱
۴۱	.....	شبیه سازی عددی	
۴۳	.....	تخمین ضریب پخش به روش تحلیلی	

## ۲ انتشار نور در کف ورونوی سه بعدی

۴۸	.....	مقدمه	۱.۲
۵۵	.....	معرفی کف ورونوی	۲.۲
۵۹	.....	ویژگی های کف ورونوی	۳.۲
۶۴	.....	قسمت دوم شبیه سازی: ردیابی فوتون در کف ورونوی سه بعدی	۴.۲
۶۹	.....	نتایج شبیه سازی	۵.۲
۶۹	.....	مدل بازتابندگی ثابت	۱.۵.۲
۷۲	.....	مدل بازتابندگی فرنل	۲.۵.۲
۷۶	.....	رهیافت تحلیلی برای توجیه نتایج شبیه سازی	۶.۲
۷۸	.....	یک مدل ساده برای مرزهای پلاتو	۷.۲
۸۰	.....	نتایج شبیه سازی مدل شامل فیلم ها و مرزهای پلاتو	۱.۷.۲
۸۲	.....	تخمین تحلیلی برای نتایج شبیه سازی مدل شامل فیلم ها و مرزهای پلاتو	۲.۷.۲

۳.۷.۲ معایب مدل شامل فیلم‌ها و مرزهای پلاتو ..... ۸۳

### ۳ پخش نور در کف تر دو بعدی

۱.۳ مدل دوبعدی برای پخش نور در کف تر و مواد دانه‌ای ..... ۸۸

۱.۱.۳ رهیافت تحلیلی ..... ۸۸

۲.۱.۳ شبیه سازی عددی ..... ۹۸

۳.۱.۳ بحث و جمع بندی ..... ۱۰۲

### ۴ گشت تصادفی پافشار فوتون بر روی شبکه یک بعدی ناهمگن

۱.۴ مدل ..... ۱۱۳

۲.۴ گشت تصادفی پافشار بر روی زنجیره منظم ..... ۱۱۵

۳.۴ گشت تصادفی پافشار بر روی زنجیره نامنظم ..... ۱۱۷

۱.۳.۴ روش بسط اختلالی ..... ۱۱۸

۲.۳.۴ روش تقریب محیط مؤثر ..... ۱۲۱

۴.۴ شبیه سازی عددی ..... ۱۲۸

### ۵ گشت تصادفی پافشار نامتقارن در یک بعد

۱.۵ مدل ..... ۱۳۴

۲.۵ زنجیره نامتقارن منظم ..... ۱۳۵

۳.۵ زنجیره نامتقارن نامنظم ..... ۱۳۸

۱۳۸	..... تقریب محیط مؤثر	۴.۵
۱۴۳	..... شبیه سازی عددی	۵.۵

## ۶ پیوست‌ها

۱۴۸	..... پیوست A مقالات چاپ شده یا در دست تهیه حاصل از تحقیقات این رساله	
۱۵۰	..... پیوست B	
۱۵۱	..... پیوست C	
۱۵۱	..... معرفی نرم افزار <i>Qhull</i>	۱.۶
۱۵۳	..... خطاهای <i>Qhull</i>	۱.۱.۶
۱۵۵	..... پیوست D	
۱۵۵	..... معرفی ساختارها و آرایه های اصلی برنامه تولید کف ورونوی	۲.۶
۱۶۱	..... پیوست E	
۱۶۱	..... روند شبیه سازی کف ورونوی سه بعدی	۳.۶
۱۶۲	..... شرح تابع <i>CellMaker</i>	۱.۳.۶
۱۶۴	..... شرح تابع <i>VertexMaker</i>	۲.۳.۶
۱۶۵	..... شرح تابع <i>FilmMaker</i>	۳.۳.۶
۱۶۹	..... عملکرد تابع <i>Edgemaker</i>	۴.۳.۶
۱۷۲	..... پیوست F	
۱۷۴	..... پیوست G	



۱۷۶	پیوست H
۱۷۸	پیوست I
۱۷۹	پیوست J
۱۸۱	پیوست K
۱۸۳	پیوست L
۱۸۴	پیوست M
۱۸۵	پیوست N
۱۸۶	پیوست O
۱۸۷	پیوست P
۱۸۹	پیوست Q
۱۹۰	مراجع

## مقدمه

انتشار امواج در مواد کدر موضوعی است که مورد توجه و مطالعه بسیاری از فیزیکدانان قرار گرفته است، چراکه می‌توان از پراکندگی شدید امواج در مواد کدر، برای آشکار سازی خواص درون آنها استفاده کرد [۱، ۲، ۳]. برای این منظور، امواج آکوستیک [۴، ۵]، امواج الاستیک و نور برای مطالعه خواص داخلی بسیاری از مواد مانند بافتهای بدن [۶]، لایه‌های زمین [۷]، کریستالهای مایع [۸، ۹، ۱۰]، کف [۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴]، کلوئیدها [۱۵] و ... به کار رفته اند.

نور در داخل مواد کدر، در اثر برخوردهای مکرر با ناهمگنی‌های محیط به شدت پراکنده می‌شود و هنگام خروج از ماده جهت اولیه انتشار نور به کلی فراموش شده است. به همین سبب موادی همچون کف، شیر و مه، که شامل تعداد بسیار زیادی عوامل پراکندگی نور هستند، سفید و کدر دیده می‌شوند و مشاهده و مطالعه آنها با روش‌های معمولی مبتنی بر پراکندگی تک‌گانه<sup>۱</sup> میسر نیست.

چنانچه تعداد مراکز پراکندگی در یک محیط به اندازه کافی زیاد باشد، نور در آن محیط پراکندگی چندگانه<sup>۲</sup> انجام می‌دهد و پس از تعداد زیادی پراکندگی، به حد پخش می‌رسد<sup>۳</sup> [۱]. می‌توان فوتون‌های نور را گامزن‌های تصادفی در نظر گرفت که در اثر پراکنده شدن از ناهمگنی‌های محیط، حرکت تصادفی انجام داده و در ماده پخش می‌شوند. به تازگی تکنیک‌های جدید اپتیکی برای مطالعه مواد ارائه شده است که مبتنی بر پدیده پخش نور در مواد هستند. می‌توان از این روش‌ها برای مطالعه داخل مواد کدر سود جست. مهمترین این روش‌ها، روش اسپکتروسکوپی موج پخشی<sup>۴</sup> (DWS) [۱۶، ۱۷، ۱۸] است. روش DWS، ابزاری برای مطالعه ساختار و دینامیک داخلی مواد کدر است. در این تکنیک با تحلیل توابع همبستگی زمانی شدت نور پراکنده از ماده، خواص و دینامیک داخلی آن را پیش بینی می‌کنند. تغییرات زمانی شدت نور پراکنده از

<sup>۱</sup> single scattering

<sup>۲</sup> multiple scattering

<sup>۳</sup> diffusion limit منظور از حد پخش این است که شدت نور پراکنده از ماده، در معادله پخش صدق می‌کند.

<sup>۴</sup> Diffusing Wave Spectroscopy

ماده، بازتابی از دینامیک و تحولات داخلی ماده است. روش اسپکتروسکوپی موج پخشی برای مطالعه مواد دانه‌ای<sup>۵</sup> [۲۳، ۲۲، ۲۱، ۲۰، ۱۹]، کف [۱۴، ۱۳، ۱۲، ۱۱]، امولسیون‌ها [۲۵، ۲۴] و غیره به کار رفته است. آزمایش‌های پراکندگی نور نشان داده اند که فوتون‌های نور در کف صابون گشت تصادفی انجام می‌دهند و انتشار نور در این مواد پخشی است. اما مشخص نیست که چه سازوکاری منجر به پدیده پخش نور در کف می‌شود. آزمایش DWS نشان داده است که نحوه افت توابع همبستگی زمانی شدت نور پراکنده از کف، بسیار مشابه نتایج حاصل از این آزمایش بر روی محلولهای کلئیدی است [۱۱]. این در حالی است که بوجود آورنده شکل توابع همبستگی در محلولهای کلئیدی، حرکت براونی ذرات در محلول است [۱۶، ۱]. اما در کف سازوکاری مشابه حرکت براونی وجود ندارد. کف تراز حباب‌های کروی هوا تشکیل شده است که در یک محیط مایع قرار دارند. در کف خشک که آب آن در اثر جاذبه کشیده شده است، حباب‌ها شکل کروی خود را از دست می‌دهند و به شکل چند وجهی‌هایی در می‌آیند که فیلم‌های مایع وجوه آن هستند. هر سه فیلم در یک مرز پلاتو<sup>۶</sup> به هم می‌رسند و هر چهار مرز پلاتو یکدیگر را در یک رأس<sup>۷</sup> قطع می‌کنند. مرزهای پلاتو کانالهایی هستند که بیشتر آب کف در آنها قرار دارد [۲۶].

آب کف در اثر نیروی جاذبه در مرزهای پلاتو جریان پیدا می‌کند و این پدیده موجب خشک شدن<sup>۸</sup> کف می‌شود. از طرفی حباب‌های هوا در کف هم اندازه نیستند، لذا در اثر اختلاف فشار حباب‌های مجاور، گاز از حباب‌های کوچکتر به حباب‌های بزرگتر نشت می‌کند و کف به تدریج درشت‌تر می‌شود. پدیده‌های دینامیکی دیگری نیز در کف رخ می‌دهند که تعدادی از آنها شناخته شده‌اند، اما به علت ظاهرات و سفید کف، مشاهده تمامی اتفاقات داخلی آن میسر نیست. در کف، به دلیل برخوردهای متوالی فوتون‌های نور با فیلم‌ها، رأسها و مرزهای پلاتو، پراکندگی چندگانه رخ می‌دهد. هیچ یک از فرآیندهای دینامیکی شناخته شده در کف، توجیه کننده شکل توابع همبستگی شدت و تشابه آنها با توابع همبستگی شدت در محلولهای کلئیدی نیست. از سوی

---

granular media<sup>۵</sup>

Plateau border<sup>۶</sup>

vertex<sup>۷</sup>

drainage<sup>۸</sup>

دیگر براساس آزمایش‌های تجربی، طول پویش آزاد پراکندگی<sup>۹</sup> ( $l^*$ ) که مسافتی است که فوتون‌ها در طی آن جهت حرکت خود را از یاد می‌برند، بر حسب کسر آب کف ( $\varepsilon$ ) به شکل  $l^* \propto 0.14/\varepsilon + 1.5$  می‌باشد [۱۳]. از آنجا که بیشتر آب کف در مرزهای پلاتو جای دارد، منطقی به نظر می‌رسد که عامل اصلی پخش نور در کف مرزهای پلاتو باشند. اما با یک تخمین تحلیلی ساده می‌توان نشان داد که این فرض منجر به رابطه  $l^* \propto 1/\sqrt{\varepsilon}$  می‌شود که به وضوح با مشاهدات تجربی ناسازگار است. بنابراین فیلم‌های مایع و رأسها نیز می‌توانند در پراکندگی نور سهیم باشند. بنابراین می‌توان گفت که دینامیک کف همچنان مبهم است.

هدف ما در این پایان نامه مطالعه پراکندگی نور در کف است. به این منظور انتشار نور را در کف خشک و کف تر به روش‌های شبیه سازی رایانه‌ای و تحلیلی بررسی می‌کنیم. سعی می‌کنیم به راهی برای دستیابی به خواص داخلی و نهان کف بدون نیاز به دستکاری آن نزدیک شویم و ارتباط میان خواص پخشی نور در این دسته از مواد را با ناهمگنی‌های موجود در آنها بررسی کنیم. ابعاد حبابهای کف نسبت به طول موج نور بسیار بزرگ است. این امر موجب می‌شود که بتوان با رهیافت اپتیک هندسی مسأله پخش نور در کف را بررسی نمود. می‌توان فوتونهای نور را گام‌زن‌های تصادفی<sup>۱۰</sup> در نظر گرفت که در اثر برخورد به ناهمگنیهای موجود در کف یک گشت تصادفی انجام می‌دهند. هنگامی که فوتون به یک فیلم مایع با ضریب گذردهی<sup>۱۱</sup>  $t$  و ضریب بازتابندگی<sup>۱۲</sup>  $r$  برخورد می‌کند، با احتمال  $t$  از فیلم عبور و با احتمال  $r$  بازتاب می‌کند. این حرکت منجر به نوع خاصی از گشت تصادفی به نام گشت تصادفی پافشار<sup>۱۳</sup> می‌شود. در این نوع گشت تصادفی جهت حرکت گام‌زن در یک گام، در انتخاب گام بعدی آن تأثیر می‌گذارد. ما در این تحقیق، از گشت تصادفی پافشار برای مدل کردن حرکت فوتونها و بدست آوردن ضریب پخش و طول پویش آزاد آنها استفاده کرده‌ایم. این نوع از گشت تصادفی در بخش ۲.۳.۱ تشریح شده است.

میری و اشتارک نقش فیلم‌های صابون را در پراکندگی نور در کف خشک مطالعه کرده‌اند [۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰].

---

transport mean free path<sup>۹</sup>  
 random walker<sup>۱۰</sup>  
 transmittance<sup>۱۱</sup>  
 reflectance<sup>۱۲</sup>  
 persistent random walk<sup>۱۳</sup>

آنها مدل منظم لانه زنبوری و مدل نامنظم کف ورونوی<sup>۱۴</sup> را در دو بعد و نیز مدل کف کلونین<sup>۱۵</sup> را در سه بعد به عنوان مدل‌هایی برای کف خشک در نظر گرفته‌اند و پراکندگی نور از فیلم‌های مایع را بررسی نموده‌اند. در بخش ۱.۴.۱ مروری بر این مدل‌ها خواهیم داشت. سلول منظم کلونین یک مدل ایده آل و غیرواقعی است. در این مدل تمامی حباب‌های کف هم شکل و هم اندازه‌اند. همچنین وجوه سلول کلونین دو به دو موازیند. چنین ساختاری در کف واقعی هرگز مشاهده نمی‌شود. توازی وجوه سلول کلونین در تابش عمودی نور منجر به انتشار غیر واقعی فوتون‌ها در یک بعد (عمود بر وجوه موازی) می‌شود. برای گسترش مدل منظم کلونین به کف واقعی نامنظم، ما از مدل کف ورونوی سه بعدی استفاده کرده ایم و با تغییر تدریجی یک شبکه کلونین به یک شبکه نامنظم، نمونه‌هایی با میزان بی‌نظمی مختلف تولید کرده و انتشار نور را در این نمونه‌ها شبیه سازی کرده‌ایم [۳۲]. نتایج شبیه‌سازی مونت‌کارلو نشان می‌دهد که بی‌نظمی‌های توپولوژیکی و هندسی، تأثیر چندانی در پخش نور ندارند و تنها از نظر کمی ضریب پخش فوتون‌ها را اندکی تحت تأثیر قرار می‌دهند. همچنین طول پویس آزاد حاصل از این مدل برای فوتون از لحاظ کمی با طول پویس آزاد حاصل از آزمایش همخوانی دارد. این امر نشان می‌دهد که فیلم‌های صابون در پراکندگی نور مؤثر هستند.

مدل ورونوی نامنظم برای کف خشک سه بعدی مدلی مناسب است. اما در مورد کف تر، حباب‌ها شکل کروی دارند و در مایع کف غوطه‌ورند. ما گشت تصادفی فوتون‌ها را در یک بسته دو بعدی از دیسک‌های هم‌اندازه به شعاع  $R$  را به عنوان مدلی برای انتشار نور در کف آبدار برگزیده‌ایم [۳۳]. مزیت این مدل این است که به روش تحلیلی قابل حل می‌باشد. در این مدل، حباب‌های دایره ای صابون در دو بعد، یک نمونه کف تشکیل می‌دهند که سطح  $\varphi$  از صفحه را می‌پوشانند. فوتون‌های نور در این محیط، گشت تصادفی پافشار انجام می‌دهند و هنگام برخورد با سطح دایره‌ها، با احتمال  $r$  بازتاب و با احتمال  $t = 1 - r$  عبور می‌کنند. برای سادگی فرض کرده‌ایم که  $r$  و  $t$  مقادیری ثابت هستند و مقدار آنها را به کمک انتگرالگیری روی زوایای مختلف تابش با توجه به قوانین فرنل تخمین زده‌ایم. از آنجا که کف تر از لحاظ شکل هندسی مشابه محیط‌های دانه‌ای است، می‌توان این مدل را در مسأله انتشار نور در یک محیط دانه‌ای مانند گوی‌های شیشه ای به کار برد. طول پویس آزاد

<sup>۱۴</sup> Voronoi

<sup>۱۵</sup> سلول کلونین، سلول ویگنر سایتز شبکه مکعبی مرکز پراست. این سلول در شکل ۱-۲۰ نشان داده شده است.

فوتون‌ها را به صورت تحلیلی بر حسب ضرایب شکست دیسک‌ها و محیط اطراف آنها، شعاع دیسک‌ها، ضریب بازتابندگی  $r$  و کسر اشغال  $\varphi$  بدست آورده‌ایم. چنانکه نتایج این مدل را برای حباب‌های کف محلول در آب به کار بریم، طول پویس آزاد به شکل  $l^*/R = 0.11/\varepsilon + 0.37$  پیش بینی می‌شود که از لحاظ کیفی با نتایج تجربی سازگار است.

در مدل‌های منظم کف لانه‌زنبوری و کلونین که برای پراکندگی نور در کف خشک ارائه شده‌اند [۲۷، ۳۰] هنگامی که فوتون‌ها به صورت عمودی به فیلم‌ها برخورد می‌کنند، یک حرکت یک بعدی انجام می‌دهند. در این حالت یک گشت تصادفی پافشاریک بعدی اتفاق می‌افتد که در آن فوتون در برخورد با هر فیلم نسبت به عبور یا بازتاب (بسته به مقدار بازتابندگی  $r$  و گذردهی  $t$ ) تصمیم‌گیری می‌کند. اما ضخامت فیلم‌های مایع در کف با هم یکسان نیست و از طرفی ضریب گذردهی هر فیلم به ضخامت آن بستگی دارد. از این رو ما در ادامه، مسأله گشت تصادفی پافشاریک بعدی روی یک زنجیره ناهمگن را مطالعه نموده‌ایم. فرض کرده‌ایم که ضرایب گذردهی در نقاط زنجیره ضریب گذردهی  $t$  با توزیع  $f(t)$  دارند. هر یک از نقاط این زنجیره به منزله یک فیلم است. مزیت این مدل یک بعدی این است که به صورت تحلیلی قابل مطالعه است. چنانچه گذردهی در تمامی نقاط زنجیره یکسان باشد، حل دقیق مسأله امکان پذیر است. در مورد زنجیره ناهمگن با دو روش تقریبی مختلف مسأله را حل کرده‌ایم. این روش‌ها عبارتند از تقریب محیط مؤثر<sup>۱۶</sup> و تقریب بسط اختلالی<sup>۱۷</sup>. ضریب پخش فوتون‌ها به روش تحلیلی بدست آمده و با شبیه‌سازی کامپیوتری نیز مقایسه شده است. نتایج این مدل نشان می‌دهد که چنانکه  $\langle \frac{1}{t} \rangle$  در زنجیره، کراندار باشد، فوتون‌ها در زنجیره پخش می‌شوند. اما اگر  $\langle \frac{1}{t} \rangle$  بی‌نهایت باشد، رفتار پخشی فوتون‌ها به رفتار  $f(t)$  در نزدیکی  $t \rightarrow 0$  بستگی دارد و پخش نامتعارف<sup>۱۸</sup> فوتون‌ها نیز می‌تواند اتفاق بیفتد [۳۴]. توجه کنید که بستگی رفتار پخشی نور به  $f(t)$  در واقع به معنی وجود رابطه‌ای میان ناهمگنی‌های محیط و رفتار نور است و ما را به مطالعه مواد ناهمگن از طریق مشاهده نور پراکنده از آنها نزدیک می‌کند.

نتایج این مدل یک بعدی را می‌توان به صورت تجربی آزمود. چیدمانی از یک مجموعه‌ی تیغه‌های موازی را در نظر بگیرید. ضریب گذردهی هر تیغه را می‌توان با توجه به ضریب شکست و ضخامت آن به دست آورد.

<sup>۱۶</sup> effective medium approximation

<sup>۱۷</sup> disorder expansion approximation

<sup>۱۸</sup> anomalous diffusion

با تابانیدن یک باریکه لیزر عمود بر تیغه‌ها می‌توان شرایطی برای گشت تصادفی پافشاریک بعدی فراهم کرد. مدل‌های پخش یک بعدی به‌طور گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. شباهت بسیار زیادی بین نتایج مدل ما با مدل‌های رسانش جهشی<sup>۱۹</sup> روی یک زنجیره یک بعدی وجود دارد. در مدل‌های رسانش جهشی از گشت تصادفی ناهمبسته استفاده می‌شود که ماهیت آن با گشت تصادفی پافشار کاملاً متفاوت است. از این رو شباهت میان نتایج، جالب توجه است.

در مورد موادی مانند فیلم‌های کف، ضریب گذردهی فیلم از جهت تابش نور مستقل است. یعنی فوتون از هر طرف به فیلم برخورد کند با ضریب گذردهی یکسان، عبور خواهد کرد. این موضوع را می‌توان به صورت ریاضی نیز نشان داد. اما موادی نیز وجود دارند که برای آنها جهت فرود نور مهم است. برای مثال ضرایب گذردهی برای نور تابیده از چپ و راست، در برخی دیودهای اپتیکی به میزان قابل توجهی با هم متفاوت است [۳۵]. همچنین به تازگی عدم تقارن نسبت به جهت تابش نور در یک نانو ساختار مشاهده شده است [۳۶].

بنابراین ما برای تکمیل مسأله گشت تصادفی پافشار روی زنجیره ناهمگن، آن را به حالت کلی تر زنجیره نامتقارن تعمیم داده‌ایم [۳۷]. فرض شده است که ضریب گذردهی در هر نقطه شبکه به جهت فرود نور بستگی دارد و  $t$  و  $t'$  به ترتیب ضرایب گذردهی برای فوتون‌های فرودی از راست و چپ هستند. تابع توزیع ضرایب گذردهی  $F(t, t')$  است. به کمک روش تقریبی محیط مؤثر، دو کلاس مجزا برای  $F(t, t')$  بدست آمده است که منجر به پخش عادی فوتون‌ها در زنجیره می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی مونت کارلو با پیش بینی مدل سازگار است.

برای آشنایی خواننده با مطالب مورد نیاز در این پایان نامه، فصل اول به مرور مختصری بر مفاهیمی چون کف و خواص آن، آزمایش اسکپتروسکپی موج پخشی، گشت تصادفی پافشار و... اختصاص داده شده است.

در فصل دوم کف و رونوی سه بعدی را به عنوان مدلی برای کف خشک نامنظم معرفی کرده و نتایج حاصل از شبیه‌سازی انتشار نور در آن را به تفصیل شرح می‌دهیم. همچنین با توجه به اینکه شبیه‌سازی شبکه و رونوی و تعقیب فوتون‌ها در آن بسیار پیچیده است، بخش قابل توجهی از این فصل به تشریح برنامه کامپیوتری نحوه ساخت نمونه‌های کف و رونوی و تعقیب فوتون تخصیص داده شده است.

در فصل سوم یک مدل تحلیلی درشت دانه برای انتشار نور در کف تراشه شده است. در این مدل، برای گشت تصادفی پافشار فوتون در یک بسته دوبعدی از دایره های هم اندازه، ضریب پخش به صورت تابعی از پارامترهای مدل بدست آمده است. این مدل همراه با نتایج شبیه سازی مونت کارلو در فصل سوم آمده است.

فصل چهارم مربوط به حل تحلیلی گشت تصادفی پافشار فوتون روی یک زنجیره ناهمگن است. این مسأله به دو روش حل تحلیلی شده و شرایطی برای چگونگی بازتاب نوع ناهمگنیهای زنجیره در رفتار پخشی نور بدست آمده است. نتایج مدل همراه داده های شبیه سازی به طور مفصل ارائه شده است.

در فصل پنجم مدل یک بعدی فصل چهارم را به حالت نامتقارن تعمیم داده و دو کلاس مجزا برای پخش فوتون ها روی زنجیره ناهمگن با گذردهی نامتقارن بدست آورده ایم.



# فصل اول

## مروری بر کارهای انجام شده در حوزه انتشار نور در کف

از آنجا که در این پایان نامه، کف صابون به عنوان محیط اصلی انتشار نور انتخاب شده است، ابتدا به معرفی کف و ساختار و ویژگیهای آن می پردازیم. کف را می توان از جنبه های مختلفی مورد بررسی قرار داد. برای مثال خواص شارشی، رئولوژی<sup>۱</sup>، توپولوژی<sup>۲</sup>، ساختار و دینامیک کف، هر یک بطور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته اند. مسلماً پرداختن به تمامی ویژگیهای کف در این پایان نامه لزومی ندارد. در بخش ۱.۱ به طور خلاصه آن دسته از ویژگیهای کف را که در حوزه مطالعات این تحقیق مفید هستند مرور خواهیم کرد.

ظاهر سفید کف مطالعه و مشاهده داخل آن را مشکل می کند. در بخش ۲.۱ روش اسپکتروسکوپی موج پخش<sup>۳</sup> (*DWS*) را به عنوان ابزاری دقیق و نیرومند برای مطالعه کف و سایر مواد کدر نرم<sup>۴</sup> معرفی خواهیم کرد. اساس این روش پخش نور در ماده است. آزمایشهای مختلف نشان داده اند که نور در کف پراکندگی چندگانه<sup>۵</sup> انجام داده و در آن پخش می شود [۴۶، ۴۵، ۴۴، ۴۱، ۴۰، ۳۹، ۳۸، ۱۳، ۱۱]. از این روش *DWS* به عنوان

---

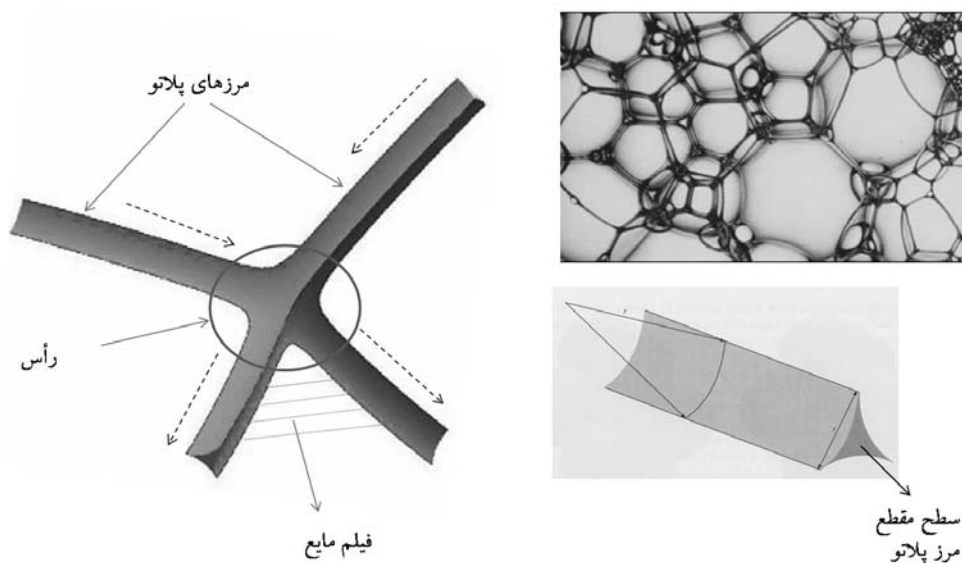
<sup>۱</sup> rheology

<sup>۲</sup> topology

<sup>۳</sup> Diffusing Wave Spectroscopy

<sup>۴</sup> soft

<sup>۵</sup> multiple scattering



شکل ۱-۱: کف مایع و اجزای تشکیل دهنده آن. برگرفته از [43].

ابزاری مفید و قدرتمند برای مطالعه کف از اهمیت بالایی برخوردار است. به کمک این روش اطلاعات گسترده‌ای از ساختار و دینامیک داخلی کف بدست آمده است. در این فصل برخی از این دستاوردها را نیز مرور خواهیم کرد.

## ۱.۱ معرفی کف

کف مایع یک سیستم ناهمگن دور از تعادل است که بیشتر حجم آن را گاز تشکیل می دهد. کف، قابلیت جاری شدن دارد، با این وجود کف برخی از خواص مکانیکی جامدات را داراست و بسته به میزان تنشی که به آن وارد شود ممکن است خواص جامد یا مایع از خود نشان دهد. این رفتار کف، مشابه مواد دانه‌ای<sup>۶</sup> است. شباهت ساختار کف به شیشه‌ها، کریستالها و برخی بافت‌های سلولی، خواص شارشی ویژه آن در محیط‌های متخلخل، خواص مکانیکی جالب آن و شباهت برخی ویژگی‌های فیزیکی آن به محیط‌های دانه‌ای موجب شده است که این ماده مورد توجه فیزیکدانان واقع شود [۲۶].

کاربرد گسترده کف در صنعت، اهمیت مطالعه آن را افزایش می دهد. به دلیل حجم و سطح تماس بسیار زیاد و چگالی اندک، کف در آتش‌نشانی، تسهیل استخراج معادن و خصوصاً استخراج نفت و فرایندهای خالص

<sup>۶</sup> granular media

سازی و جداسازی کاربرد گسترده دارد. به علاوه در صنایع غذایی بسیاری از دیرها و مواد لبنی متشکل از کف هستند [۴۷، ۴۸]. کف های جامد نیز که بسیاری از خواص توپولوژیکی آنها مشابه کف های مایع است در گستره وسیعی از صنعت به کار می روند [۴۹، ۵۰]. برای مثال فومهای فلزی به علت استحکام زیاد و چگالی اندک در صنایع خودروسازی، هواپیما سازی و غیره کاربرد فراوان دارند. از سوی دیگر در بسیاری از موارد کف به طور ناخواسته تولید می شود<sup>۷</sup> و وجود آن مضر است [۵۱]. بنابراین مطالعه کف برای کنترل آن لازم به نظر می رسد. کف از دو فاز مایع و گاز تشکیل شده است. با وجود شفافیت هر دو این فازها، کف بدلیل پراکندگی شدید نور در آن، سفید و کدر دیده می شود. از این رو مشاهده و مطالعه ساختار و دینامیک داخلی آن به روشهای عادی میسر نیست. امابه کمک روش نوظهور طیف سنجی موج پخشی<sup>۸</sup> می توان به اطلاعاتی از داخل کف دست یافت [۱۸، ۱۷، ۱۶، ۲]. در بخش بعدی این روش را بیشتر معرفی خواهیم کرد.

بسته به میزان آبی که در کف وجود دارد آن را به کف خشک<sup>۹</sup> و آبدار<sup>۱۰</sup> تقسیم بندی می کنند<sup>۱۱</sup>. کسر آب کف<sup>۱۲</sup> را با  $\varepsilon$  نشان می دهیم. چنانچه  $\varepsilon$  کف از ۸٪ کمتر باشد آنرا کف خشک می نامند. از  $\varepsilon \sim 8\%$  تا  $\varepsilon \sim 15\%$  محدوده کف تراست. اگر کسر آب کف از ۳۵٪ فراتر رود، به جای کف با حبابهای معلق گاز در آب سر و کار داریم که به آن آب گازدار<sup>۱۳</sup> می گویند. آب گاز دار کاملاً خواص مایع ها را دارد.

در کف تر حبابهای هوا شکل کروی دارند. اما در کف خشک حبابها به شکل چند وجهیایی در می آیند که فیلمهای نازک مایع وجوه آنها را تشکیل می دهند. محل تقاطع این فیلمها که همان اضلاع چند وجهی هستند مرزهای پلاتو<sup>۱۴</sup> نامیده می شوند. مرزهای پلاتویکدیگر را در رأسهای چند وجهی قطع می کنند. فیلم، رأس<sup>۱۵</sup> و مرز پلاتو اجزاء اصلی تشکیل دهنده کف هستند. در شکل ۱-۱ این اجزاء نشان داده شده اند. فیلم های مایع

<sup>۷</sup> excessive foam formation

<sup>۸</sup> Diffusing Wave Spectroscopy

<sup>۹</sup> dry foam

<sup>۱۰</sup> wet foam

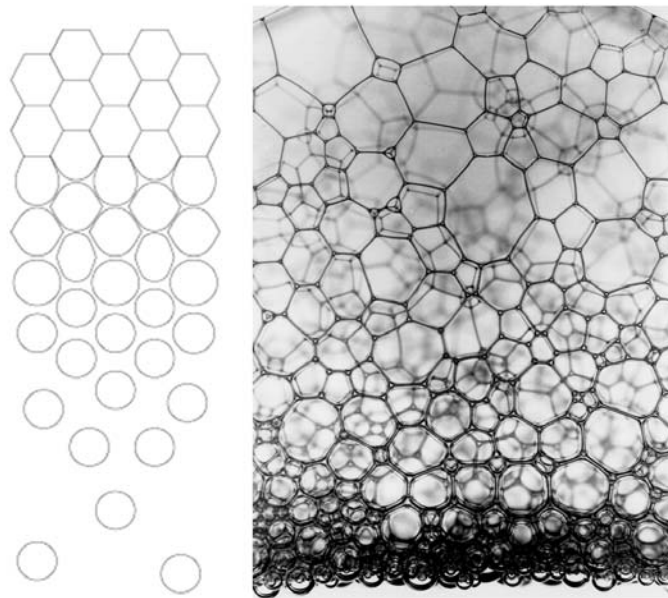
<sup>۱۱</sup> تعریف درست کف تر و کف خشک براساس خواص رئولوژیکی کف صورت می گیرد. از آنجا که رئولوژی کف بحث بسیار گسترده ای است که جایگاهی در این پایان نامه ندارد، ما تعریف کف خشک و تر را براساس کسر آب آن بیان می کنیم.

<sup>۱۲</sup> liquid fraction

<sup>۱۳</sup> bubbly liquid

<sup>۱۴</sup> Plateau borders

<sup>۱۵</sup> vertex



شکل ۱-۲: با گذشت زمان آب موجود در کف در اثر گرانش در مرزهای پلاتو جریان می یابد و در کف ظرف جمع می شود کف موجود در بالای ظرف، کف خشک است و در زیر آن کف تر تشکیل می شود. برگرفته از [42].

بسته به نوع ماده تشکیل دهنده کف و نیز شرایط محیطی حاکم بر آن ممکن است بین 10 نانومتر تا چند میکرومتر ضخامت داشته باشند. در حالت تعادل، در حالت تعادل ضخامت فیلمهای مایع کمتر از 100 نانومتر است [52]. فیلم ها در کف مسطح نیستند و انحنای اندکی دارند. مرزهای پلاتو، کانالهای آبداری هستند که بیشتر آب کف در آنها قرار دارد. این مرزها یک شبکه<sup>۱۶</sup> نامنظم تشکیل می دهند. در اثر نیروی گرانش مایع کف در این کانالها جریان پیدا می کند (مشابه شکل ۱-۱). بنابراین کف پس از مدتی در اثر گرانش آب خود را از دست داده و خشک می شود. در  $\varepsilon$  های بسیار کوچک، معمولاً می توان مرزهای پلاتو را به صورت خطوط متقاطع در نظر گرفت. پدیده خشک شدن<sup>۱۷</sup> کف از ۴۰ سال پیش تا کنون به روشهای مختلف نظری و تجربی مورد مطالعه قرار گرفته است [53، 54، 55، 56]. اگر یک ظرف حاوی کف مدتی به حال خود باقی بماند، در زیر آن آب جمع می شود. این وضعیت در شکل ۱-۲ مشاهده می شود. کف بالای ظرف، کف خشک شامل حبابهای چند وجهی است. حال آنکه در عمق ظرف حبابها شکل کروی دارند و در آب غوطه ورنند.

<sup>۱۶</sup> network

<sup>۱۷</sup> drainage