دانشگاه ولی‌عصر(عج) رفسنجان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی فیزیک گرایش لیزر

تولید هماهنگ دوّم در برهم‌کنش‌های لیزر– پلاسمای گرم و کوانتمی و بررسی اثرات عرضی در خودکانونی شدن پالس اصلی لیزر

استاد راهنما:

دکتر حسن رنجبرعسکری

دانشجو:

اعظم مظفری غربا

مهر ماه ۱۳۸۹

چکیده

اخیراً برهم‌کنش‌های جالبی بین پالس لیزر فوق‌کوتاه قوی و پلاسما هم از لحاظ تحقیقاتی و هم کاربرد آن در انرژی هم‌جوشی پیشرفته، لیزرهای اشعه‌ی x و شتاب‌دهنده‌های الکترونی مشاهده شده است. در این برهم‌کنش‌ها، تولید منابع قوی لیزری با شدت‌های بسیار بالا از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این پایان‌نامه، سه برهم‌کنش مهم در این زمینه مورد بررسی قرار می‌گیرد. تولید هماهنگ دوّم در برهم‌کنش پالس لیزر با یک پلاسمای سرد، گرم و هم‌چنین پلاسمای فرمیونی چگال مطالعه می‌شود. در پلاسمای فرمیونی چگال، اثر پتانسیل بوهم و فشار کوانتمی در تولید هماهنگ دوّم، بدون در نظر گرفتن اثر ناشی از اسپین الکترون بررسی می‌شود. در انتها، انتشار غیرخطی پالس‌های فوق‌کوتاه قوی را درون پلاسمای کم‌چگال تحلیل کرده و با توجه به آن و تئوری پارامحوری، خودکانونی شدن پالس لیزر، ناشی از خروج الکترون‌های پلاسما، که به‌وسیله‌ی نیروی پاندرماتیو اینرسی ایجاد می‌شود، بررسی گردید. هم‌چنین تغییر پارامتر پهنای پرتو با فاصله‌ی انتشار محاسبه شده و با در نظر گرفتن نیروی پاندرماتیو اینرسی و خودکانونی شدن پالس لیزری، شدت پالس هماهنگ دوّم افزایش یافته است.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اوّل مقدمه

۱- مقدمه..... ۲

فصل دوّم اپتیک غیرخطی

۲-۱- مقدمه..... ۷

۲-۲– اساس قطبش غیرخطی..... ۹

۲-۳- گشتاور دوقطبی الکتریکی، منبع ایجاد قطبش..... ۹

۲-۴- ایجاد قطبش‌های مختلف..... ۱۱

۲-۴-۱- قطبش خطی..... ۱۱

۲-۴-۲- قطبش غیرخطی مرتبه‌ی دوّم..... ۱۱

۲-۵- خواص پذیرفتاری غیرخطی..... ۱۲

۲-۵-۱- محدودیّت تقارن فضایی در پذیرفتاری..... ۱۲

۲-۵-۲- اندازه‌ی نسبی مرتبه‌های متوالی پذیرفتاری..... ۱۳

۲-۵-۳- تقارن‌های جایگشتی در پذیرفتاری..... ۱۳

۲-۵-۴- تقارن کلایمن..... ۱۴

۲-۵-۵- تقارن زمان معکوس و مزدوج مختلطی در پذیرفتاری..... ۱۴

۲-۶- معادلات موج جفت‌شده‌ی غیرخطی..... ۱۵

۲-۷- تولید هماهنگ دوّم..... ۱۶

۲-۷-۱- شرط انطباق فاز..... ۱۷

۲-۸- خودکانونی شدن..... ۲۰

فصل سوّم مقدمه‌ای بر فیزیک پلاسما

۳-۱- مقدمه..... ۲۳

۳-۲- تعریف پلاسما..... ۲۴

۳-۳- معیارهای اصلی پلاسما..... ۲۵

۳-۳-۱- خنثایی ماکروسکوپی..... ۲۵
۳-۳-۲- اثر تجمعی..... ۲۶
۳-۴- پارامترهای پلاسما..... ۲۶
۳-۴-۱- طول دبای..... ۲۶
۳-۴-۲- فرکانس پلاسمایی..... ۲۶
۳-۵- معادلات انتقال در پلاسما..... ۲۶
۳-۵-۱- تابع توزیع در فضای فاز..... ۲۷
۳-۵-۲- معادله‌ی انتقال کمیت فیزیکی..... ۲۸
۳-۵-۳- تانسور فشار..... ۲۹
۳-۵-۴- معادله‌ی انتقال تکانه..... ۳۰
۳-۵-۵- معادله‌ی انتقال انرژی..... ۳۱
۳-۶- انواع پلاسما..... ۳۱
۳-۷- پلاسمای کوانتمی..... ۳۴
۳-۷-۱- فشار کوانتمی..... ۳۵
۳-۷-۲- پتانسیل بوهم..... ۳۵
فصل چهارم بررسی شرط انطباق فاز در تولید هماهنگ دوّم در برهم‌کنش لیزر با پلاسمای گرم و کوانتمی
۴-۱-مقدمه..... ۳۸
۴-۲- تعریف پلاسمای گرم..... ۳۹
۴-۳- معادلات حاکم بر پلاسمای الکترونی گرم..... ۳۹
۴-۴- تولید هماهنگ‌های مختلف..... ۴۱
۴-۴-۱- محاسبه‌ی کمیت‌های فیزیکی هماهنگ اوّل در مرتبه‌ی صفرم اختلال..... ۴۱
۴-۴-۲- محاسبه‌ی کمیت‌های فیزیکی هماهنگ اوّل در مرتبه‌ی اوّل اختلال..... ۴۳
۴-۴-۳- محاسبه‌ی کمیت‌های فیزیکی هماهنگ دوّم در مرتبه‌ی صفرم اختلال..... ۴۴
۴-۴-۴- محاسبه‌ی کمیت‌های فیزیکی هماهنگ دوّم در مرتبه‌ی اوّل اختلال..... ۴۵
۴-۵- مقادیر عددی و رسم نمودارهای مربوط به پلاسمای گرم..... ۴۷

۴-۶- برهم‌کنش لیزر با پلاسمای کوانتمی..... ۵۱
۴-۶-۱- محاسبه‌ی کمیت‌های فیزیکی مربوط به هماهنگ اوّل..... ۵۲
۴-۶-۲- محاسبه‌ی کمیت‌های فیزیکی مربوط به هماهنگ دوّم..... ۵۵
۴-۷- مقادیر عددی و رسم نمودارهای مربوط به پلاسمای کوانتمی..... ۵۸
۴-۸- بحث و نتیجه‌گیری..... ۶۱
فصل پنجم بررسی اثرات عرضی و نیروی پاندرماتیو اینرسی در تولید هماهنگ دوّم و خودکانونی شدن پالس اصلی لیزر
۵-۱- مقدمه..... ۶۳
۵-۲- بررسی اثرات عرضی ناشی از نیروی پاندرماتیو اینرسی در تولید هماهنگ دوّم..... ۶۴
۵-۲-۱- محاسبه کمیت‌های فیزیکی مربوط به هماهنگ اوّل..... ۶۴
۵-۲-۲- محاسبه کمیت‌های فیزیکی مربوط به هماهنگ دوّم..... ۶۶
۵-۳- مقادیر عددی و رسم نمودار..... ۷۰
۵-۴- بحث و نتیجه‌گیری..... ۷۵
فصل ششم
۶-۱- نتیجه‌گیری و پیشنهادات..... ۷۷
مراجع..... ۸۰

فهرست شکل‌ها

شکل (۳-۱)- ناحیه‌های مختلف پلاسمایی بر اساس دما و چگالی الکترونی..... ۲۴

شکل (۴-۱)- نمودار $\left|\hat{A}_{2x}^{1}/\hat{A}_{0}\right|$ برحسب z' مربوط به پلاسمای سرد و به ترتیب از چپ به راست به‌ازای $t = ۳۰, ۷۰, ۱۵۰, ۲۵۰, ۳۵۰\, fs$..... ۴۷

شکل (۴-۲)- نمودار $\left|\hat{A}_{2x}^{1}/\hat{A}_{0}\right|$ برحسب z'، به‌ازای دمای $T = ۱۰\times۱۰^{۷}$ درجه‌ی کلوین و به‌ازای $t = ۳۰, ۷۰, ۱۵۰, ۲۵۰, ۳۵۰\, fs$..... ۴۸

شکل (۴-۳)- نمودار $\left|\hat{A}_{2x}^{1}/\hat{A}_{0}\right|$ برحسب دما و به‌ازای $z' = ۲۰\mu m$ و $t = ۳۰\, fs$..... ۴۸

شکل (۴-۴)- نمودار $\left|\hat{A}_{2z}^{0}/\hat{A}_{0}\right|$ برحسب z'، به‌ازای دماهای $T = ۰, ۱۰۰, ۱۰۰۰, ۱۰۰۰۰۰, ۱۰^{۹}$ درجه کلوین..... ۴۹

شکل (۴-۵)- نمودار $\left|\hat{A}_{2z}^{0}/\hat{A}_{0}\right|$ برحسب z' در پلاسمای سرد..... ۵۰

شکل (۴-۶)- نمودار $\left|\hat{A}_{2z}^{0}/\hat{A}_{0}\right|$ برحسب z' به‌ازای دمای $۱۰^{۹}$ درجه‌ی کلوین..... ۵۰

شکل (۴-۷)- نمودار $\left|\hat{A}_{1z}^{1}/\hat{A}_{0}\right|$ برحسب z' مربوط به پلاسمای سرد..... ۵۱

شکل (۴-۸)- نمودار $\left|\hat{A}_{1z}^{1}/\hat{A}_{0}\right|$ برحسب z' به‌ازای دمای ۱۱۵×۱۰^{۶} درجه‌ی کلوین..... ۵۱

شکل (۴-۹)- نمودار $\left|\hat{A}_{1z}^{1}/\hat{A}_{0}\right|$ برحسب z'، در زمان $۲\, fs$ و با $n_{0} = ۲\times۱۰^{۲۴}\, cm^{-۳}$..... ۵۹

شکل (۴-۱۰)- نمودار $\left|\hat{A}_{2x}^{1}/\hat{A}_{0}\right|$ برحسب z' به‌ازای $n_{0} = ۲\times۱۰^{۲۶}\, cm^{-۳}$ و زمان‌های $t = ۳۰, ۷۰, ۱۵۰, ۲۵۰, ۳۵۰\, fs$ و $\Omega_{p} = ۰/۹$..... ۵۹

شکل (۴-۱۱)- نمودار $\left|\hat{A}_{2x}^{1}/\hat{A}_{0}\right|$ برحسب Ω_{p}، در زمان $۷۰\, fs$ و مکان $۱۰\mu m$ و به‌ازای $n_{0} = ۲\times۱۰^{۲۴}, ۳\times۱۰^{۲۴}, ۴\times۱۰^{۲۴}, ۵\times۱۰^{۲۴}, ۶\times۱۰^{۲۴}, ۸\times۱۰^{۲۴}, ۱۰\times۱۰^{۲۴}\, cm^{-۳}$..... ۶۰

شکل (۴-۱۲)- نمودار $\left|\hat{A}_{2x}^{1}/\hat{A}_{0}\right|$ برحسب n_{0}، در زمان $۷۰\, fs$، مکان $۱۰\mu m$ و به‌ازای $\Omega_{p} = ۰/۶, ۰/۷, ۰/۸, ۰/۹, ۰/۹۵$..... ۶۰

شکل (۵-۱)- نمودار تغییر پارامتر پهنای پرتوی اصلی لیزر f_{1} برحسب ξ..... ۷۱

شکل (۵-۲)- نمودار تغییر پارامتر پهنای پرتوی هماهنگ دوّم f_{2} برحسب ξ..... ۷۱

شـــکل (۵-۳)- نمـــودار $\left|\hat{A}_{۲۱x}/\hat{A}_{۰}\right|$ برحســـب ξ، بـــه‌ازای $\Omega_p^{۲}=۰/۱$ و $\Omega_c=۰/۰۵$، نمـــودار نقطه‌چین مربوط به در نظر گرفتن اثر نیروی اینرسی و نمودار توپر مربوط به عدم در نظـر گـرفتن این نیرو..... ۷۲

شکل (۵-۴)- نمودار $\left|\hat{A}_{۲۱x}/\hat{A}_{۰}\right|$ برحسب ξ، به‌ازای $\Omega_p^{۲}=۰/۱$ و $\Omega_c=۰/۱$، نمودار نقطه‌چین مربوط به در نظر گرفتن اثر نیروی اینرسی و نمودار تـوپر مربـوط بـه عـدم در نظـر گـرفتن ایـن نیرو..... ۷۳

شـــکل (۵-۵)- نمـــودار $\left|\hat{A}_{۲۱x}/\hat{A}_{۰}\right|$ برحســـب ξ، بـــه‌ازای $\Omega_p^{۲}=۰/۱$ و $\Omega_c=۰/۱۵$، نمـــودار نقطه‌چین مربوط به در نظر گرفتن اثر نیروی اینرسی و نمودار توپر مربوط به عدم در نظـر گـرفتن این نیرو..... ۷۳

شـــکل (۵-۶)- نمـــودار $\left|\hat{A}_{۲۱x}/\hat{A}_{۰}\right|$ برحســـب ξ، بـــه‌ازای $\Omega_p^{۲}=۰/۰۵$ و $\Omega_c=۰/۰۵$، نمـــودار نقطه‌چین مربوط به در نظر گرفتن اثر نیروی اینرسی و نمودار توپر مربوط به عدم در نظـر گـرفتن این نیرو..... ۷۴

شـــکل (۵-۷)- نمـــودار $\left|\hat{A}_{۲۱x}/\hat{A}_{۰}\right|$ برحســـب ξ، بـــه‌ازای $\Omega_p^{۲}=۰/۰۵$ و $\Omega_c=۰/۱$، نمـــودار نقطه‌چین مربوط به در نظر گرفتن اثر نیروی اینرسی و نمودار توپر مربوط به عدم در نظـر گـرفتن این نیرو..... ۷۴

شـــکل (۵-۸)- نمـــودار $\left|\hat{A}_{۲۱x}/\hat{A}_{۰}\right|$ برحســـب ξ، بـــه‌ازای $\Omega_p^{۲}=۰/۰۵$ و $\Omega_c=۰/۱۵$، نمـــودار نقطه‌چین مربوط به در نظر گرفتن اثر نیروی اینرسی و نمودار توپر مربوط به عدم در نظـر گـرفتن این نیرو..... ۷۵

فهرست مخفف‌ها

SVEA تقریب تغییرات کند دامنه..... ۱۷
ICF هم‌جوشی محدود شده‌ی داخلی..... ۳۳
RF فرکانس رادیویی..... ۳۳

فصل اوّل

مقدمه

فیزیک پلاسما، مطالعه‌ی مجموعه‌ای از ذرات باردار است که در آن نیروی کولنی بلندبرد عامل مهمی در تعیین خواص آماری سیستم است. چگالی این سیستم باید به اندازه‌ای کم باشد که نیروی ناشی از ذرات مجاور کمتر از نیروی کولنی بلندبرد اعمال شده به‌وسیله‌ی ذرات مجزا باشد. به‌عبارتی فیزیک پلاسما، مطالعه‌ی گاز یونیزه شده‌ی کم‌چگال است. واژه‌ی پلاسما، اوّلین بار در سال ۱۹۲۹ و به‌وسیله‌ی تونک[1] و لانگمویر[2] و به‌منظور توصیف مجموعه‌ای از ذرات باردار ناشی از تخلیه‌ی الکتریکی به‌وجود آمد. هم‌چنین عبارت **حالت چهارم ماده**، برای توصیف حالت پلاسما اوّلین بار توسط کروکس[3] استفاده شد. این عبارت از این ایده گرفته شده است که همان‌طور که یک جامد بر اثر حرارت و تغییر فاز به حالت جدیدی معمولاً مایع تبدیل می‌شود، اگر حرارت دادن مایع ادامه یابد مایع نیز به گاز تبدیل می‌شود. این فرآیند هم‌چنان ادامه می‌یابد تا این‌که گاز نیز یونیزه شود. در دماهای بسیار بالا و در حدود 10^5 درجه‌ی کلوین بسیاری از مواد به‌صورت یونیزه شده وجود دارند که به‌عنوان حالت چهارم ماده شناخته می‌شوند. حالت پلاسما می‌تواند با انجام فرآیندهای خاصی در دماهای پایین‌تر نیز وجود داشته باشد، البته با این شرط که چگالی تعداد ذرات به قدری کم باشد که از بازترکیب ذرات جلوگیری شود. اگرچه ٪۹۹ جهان پیرامون ما را پلاسما تشکیل می‌دهد اما میزان

---

[1] Tonks
[2] Langmuir
[3] Crookes

پلاسمای طبیعی که روی زمین وجود دارد بسیار کم است زیرا دمای پایین و چگالی بالای زمین و هم‌چنین اتمسفر نزدیک سطح زمین از وجود پلاسما جلوگیری می‌کنند. بنابراین برای تولید پلاسما باید از تجهیزات آزمایشگاهی استفاده شود. فیزیک پلاسما عموماً با شاخه‌های دیگر فیزیک، از جمله مکانیک کلاسیک، الکترومغناطیس و مکانیک آماری غیرنسبیتی نیز درارتباط است[۱].

یکی از موضوعات مهم، این است که امواج چگونه می‌توانند در یک پلاسما به‌وجود آیند؟ این سؤال، با موضوعاتی از قبیل پایداری یک پلاسما، تولید نوسان‌های واداشته، القایی و خودبخودی امواج و رشد آن‌ها تا دامنه‌های بزرگ، ارتباط می‌یابد. مسأله‌ی دیگری نیز وجود دارد و آن این است که وقتی امواج پلاسمایی با دامنه‌های بزرگ رشد می‌یابند، نظریه‌ی خطی اعتبار خود را از دست می‌دهد. به‌همین دلیل پلاسما وارد مرحله‌ی غیرخطی شده و با فرآیندهای اشباع مواجه می‌شود. دینامیک یک ذره نیز، تحت تأثیر امواج دامنه بزرگ واقع شده و برهم‌کنش بین ذره و موج، سبب تغییر شکل مدهای موج می‌شود[۲].

نشان داده می‌شود که میدان‌های مغناطیسی می‌توانند با استفاده از نیروی پاندرماتیو[1] غیرایستای یک موج الکترومغناطیسی دامنه بزرگ، در یک پلاسمای گرم تولید شوند. در این بررسی‌ها، نتایجی به‌دست می‌آید که می‌تواند در درک میدان‌های مغناطیسی که در برهم‌کنش تجربی لیزر-پلاسمای قوی تولید می‌شود، مفید باشد. چندین مکانیزم برای تولید میدان مغناطیسی در پلاسما وجود دارد از آن جمله می‌توان به گرادیان دما و چگالی تعداد ذرات غیرموازی اشاره کرد. تولید میدان‌های مغناطیسی در پلاسمای تولید شده به‌وسیله‌ی لیزر، هم‌چنین پلاسماهای کیهانی مثل کهکشان‌ها و فضای بین ستاره‌ای مهم هستند. در پلاسماهای تولید شده‌ی لیزری و در پلاسماهای کیهانی، الکترون‌ها به‌ترتیب به‌وسیله‌ی لیزر و پرتوهای الکترونی گرم می‌شوند در نتیجه دمای الکترون غیرهمسانگرد است[۳].

اخیراً پلاسماهای کوانتمی، به‌دلیل کاربردشان در صنعت، هم‌چنین کاربردهای پتانسیلی آن در حوزه‌ی وسیعی از علوم از جمله در کارهای آزمایشگاهی و فیزیک نجومی مورد توجه قرار گرفته‌اند. کاربردهای آزمایشگاهی آن می‌تواند در زمینه‌ی تولید کامپیوترهای جدید، ابزارهای نیمه‌رسانا، نقاط کوانتمی[۲]، سیم‌های کوانتمی، پلاسمای فوق سرد، میکروپلاسماها[۳]، بیوفوتونیک[۴] و آزمایشگاه‌های پلاسمای لیزر حالت جامد باشد. در بحث فیزیک نجومی، فیزیک پلاسمای کوانتمی در درک رفتار اجسام نجومی فوق‌چگال دارای اهمیت می‌باشد. تلاش‌های زیادی برای درک و بررسی رفتار پلاسمای

[1] Pondermotive
[2] Quantum Dot
[3] Micro Plasma
[4] Bio Photonics

کوانتمی صورت گرفته است[۴]. برخی محققین، اثر پاشندگی ایجاد شده به‌وسیله‌ی پتانسیل بوهم[1] کوانتمی را با امواج پلاسمای الکتروستاتیک ترکیب کردند در حالی‌که در بسیاری از تحقیقات بدون در نظر گرفتن اثر پتانسیل بوهم، اثر اسپین الکترون در مطالعه‌ی امواج مگنتوهیدرودینامیک در فرکانس‌های کم و در یک پلاسمای مغناطیسی فرمیونی یون-الکترونی مطالعه شده است. نتایج بیان شده در این زمینه، در انتشار امواج الکترومغناطیسی در اجسام نجومی فوق‌چگال، همانند پلاسماهای تولید شده به‌وسیله‌ی پرتوهای قوی لیزری که شامل میدان مغناطیسی قوی می‌باشد، اساساً جالب هستند[۵].

هس و همکارانش[2] خواص غیرخطی و یک بعدی امواج یون-صوتی را درون یک پلاسمای کوانتمی غیرمغناطیسی بدون برخورد و با در نظر گرفتن پتانسیل بوهم و توزیع فشار فرمی دیراک بررسی کردند.

علی و همکارانش[3] انتشار غیرخطی امواج یون-صوتی را که به‌طور مایل و در خلاف جهت میدان مغناطیسی خارجی است مورد مطالعه قرار دادند[۴]. در پلاسمای کوانتمی چگال که از توزیع فرمی دیراک پیروی می‌کند قانون فشار، نیروهای کوانتمی، هم‌چنین برهم‌کنش‌های دسته‌جمعی در مقیاس نانو وجود دارد. این فرآیندهای تجمعی در سیستم‌های میکروماشین و وسایل الکترونیکی فوق‌کوتاه کاربرد دارد. علاوه بر این، برهم‌کنش‌های غیرخطی بین فوتون‌های قوی و پلاسمون‌ها نشان‌دهنده‌ی به دام افتادن فوتون‌های موضعی درون چاله‌های الکترونی کوانتمی است[۶].

خواص پراکندگی امواج الکترومغناطیسی تراکم‌پذیر در یک مگنتوپلاسمای غباری غیریکنواخت توسط شوکلا و همکارانش[4] بررسی شد. آن‌ها با استفاده از معادلات هیدرودینامیکی همراه با قوانین آمپر و فارادی رابطه‌ی پاشندگی جدیدی را به‌دست آوردند. تجزیه و تحلیل آن‌ها، ارتباط بین امواج با مدهای مختلف را در پلاسمای غباری نشان می‌داد. این نتایج در درک خصوصیات امواج تراکمی الکترومغناطیسی در مگنتوپلاسمای غباری آزمایشگاهی و نجومی غیریکنواخت مفید است[۷].

جوشی و همکارانش[5][۸] در سال ۱۹۸۱، هم‌چنین اسپرانگل و همکارانش[6][۹] در سال‌های ۱۹۸۷، ۱۹۹۰و ۱۹۹۲، تولید میدان‌های الکتریکی دامنه بزرگ را درون پلاسما، به‌وسیله‌ی لیزرهای پرتوان، مورد مطالعه قرار دادند. این مطالعات چندین سال به‌منظور شتاب‌دهی ذرات انجام می‌شد.

---

[1] Bohm Potential
[2] Hass et al
[3] Ali et al
[4] Shukla et al
[5] Joshi et al
[6] Sprangle et al

هم‌چنین بلو و همکارانش[۱][۱۰] در سال ۲۰۰۳، میدان‌های طولی دامنه بزرگ که به‌وسیله‌ی پرتوهای پوزیترونی قوی و به‌منظور شتاب‌دهی[۲] ذرات تولید می‌شدند را بررسی کردند[۱۱]. ماتسوموتو[۳]، انطباق شبه‌فازی را در تولید هماهنگ دوّم، از لحاظ استاتیکی و دینامیکی بررسی کرد که در آن موج هماهنگ دوّم در نتیجه‌ی بازتاب نور منتشر شده، به‌وجود می‌آمد[۱۲و۱۳]. ویکز و همکارانش[۴] برهم‌کنش پالس‌های قوی لیزری را با پلاسمای چگال بررسی کردند و نشان دادند که به‌وسیله‌ی بازتاب پالس قوی لیزر از سطح یک پلاسما، هماهنگ‌های فرد نور لیزر فرودی تولید می‌شوند[۱۲و۱۴]. زُندی و همکارانش[۵] فرآیند تولید هماهنگ دوّم را در یک پلاسمای تناوبی شامل n جفت دستگاه اپتیکی مورد بررسی قرار دادند[۱۲و۱۵].

مباحثی که در این پایان‌نامه مطالعه می‌شوند، در قالب شش فصل گردآوری شده‌اند. در فصل اوّل، مقدمه‌ای در مورد پلاسما و مطالب موجود در این پایان‌نامه عنوان شده است. در فصل دوّم، توضیح مختصری در مورد اپتیک غیرخطی و مقایسه‌ی آن با اپتیک خطی داده شده است. در این فصل از کمیت قطبش غیرخطی، به‌عنوان منبع اثرات غیرخطی یاد شده است و با استفاده از معادلات موجود، پذیرفتاری غیرخطی محیط محاسبه و مجموعه‌ای از خواص اصلی پذیرفتاری ذکر شده است و در انتهای فصل نیز دو فرآیند مهم غیرخطی، تولید هماهنگ دوّم و خودکانونی شدن پالس لیزری مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در فصل سوّم، تعریفی از پلاسما ارائه شده است و معیارهای تشخیص پلاسما مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. در ادامه، با استفاده از تابع توزیع بولتزمن، معادلات حاکم بر پلاسما (پایستگی چگالی تعداد الکترونی، معادلات انتقال تکانه و انرژی) را به‌دست آورده و بر اساس آن‌ها پلاسما به سه دسته، پلاسمای سرد، گرم و داغ تقسیم بندی شده است و در نهایت نوع جدیدی از پلاسما یعنی پلاسمای کوانتمی مورد بررسی قرار گرفته است. در فصل چهارم، که بخش اصلی این پایان‌نامه را تشکیل می‌دهد، برهم‌کنش پالس لیزری را با پلاسمای گرم و هم‌چنین با پلاسمای کوانتمی مورد ارزیابی قرار داده و با رسم نمودارهای لازم و تفسیر آنها مقایسه‌ای بین این حالت‌ها با پلاسمای سرد صورت گرفته است. در انتها، در فصل پنجم، به بررسی تأثیر نیروی پاندرماتیو اینرسی[۶]، در تولید هماهنگ دوّم و خودکانونی شدن پالس اصلی لیزر پرداخته و اثرات عرضی پالس لیزری مورد بررسی قرار گرفته است.

---

[1] Blue et al
[2] Accelerate
[3] Matsumoto
[4] Wilks et al
[5] Zondy et al
[6] Inertial

فصل دوّم

اپتیک غیرخطی

۲-۱مقدمه

اپتیک غیرخطی[1]، انقلابی در توسعه‌ی اپتیک معمولی است که براساس فن‌آوری لیزر بنا شده است. موضوع اصلی اپتیک غیرخطی، مطالعه‌ی اثرات مختلف و پدیده‌های مربوط به برهم‌کنش نور قوی با ماده است[۱۶و۱۷]. در مقایسه با منابع نور معمولی، تجهیزات لیزری می‌توانند پرتوهای نور با همدوسی، تکفامی، جهتمندی و درخشندگی بالا تولید کنند. براساس برهم‌کنش غیرخطی نور لیزر با ماده، پدیده‌های جدیدی به‌وجود آمده است که مطالعه‌ی این پدیده‌ها و فن‌آوری مربوط به آن‌ها موضوع اصلی اپتیک غیرخطی را تشکیل می‌دهد[۱۸].

برای نشان دادن اثرات اپتیک خطی نمونه‌های زیر را در نظر بگیرید.

۱-برای بررسی پدیده‌های مربوط به شکست، بازتاب، پراکندگی و پخش نور در یک محیط، کمیت فیزیکی مهمی یعنی قطبش الکتریکی القایی محیط در نظر گرفته می‌شود. در اپتیک خطی، بردار قطبش الکتریکی به‌صورت خطی متناسب با توان اوّل شدت میدان الکتریکی است[۱۹]:

$$\vec{P} = \varepsilon_{\circ}\chi\vec{E} \qquad (۱-۲)$$

[1] Nonlinear Optic

که در آن $\varepsilon_{\circ}$ گذردهی فضای آزاد و χ پذیرفتاری محیط است. با فرض خطی بودن محیط، حل معادلات ماکسول[1] به یک مجموعه معادلات دیفرانسیل خطی منجر می‌شود که در آن‌ها، فقط توان اوّل میدان الکتریکی ظاهر می‌شود.

۲-در اپتیک خطی، تضعیف پرتو نور در یک محیط جذبی با رابطه‌ی زیر مشخص می‌شود:

$$\frac{dI}{dz} = -\alpha I \qquad (۲-۲)$$

که در آن I شدت پرتو، z متغیری در راستای انتشار و α ضریب جذب محیط است. مفهوم فیزیکی معادله‌ی بالا این است که کاهش شدت پرتو در راستای انتشار به‌صورت خطی با شدت پرتو در همان موقعیت متناسب است[۱۸].

اثرات اپتیکی غیرخطی مختلف در پلاسما، مثل تولید هماهنگ‌ها، تقویت نوسان‌های پارامتریک و پراکندگی القایی رامان در سال ۱۹۶۰ پیش‌بینی شدند اما تا سال ۱۹۷۰ به‌طور جدی مورد مطالعه قرار نگرفتند. فعالیت گسترده محققین در این زمینه زمانی شروع شد که اهمیت همجوشی القایی لیزر در فن‌آوری آینده مورد توجه قرار گرفت[۱۷]. این اثرات جدید، زمانی به‌دست می‌آیند که جمله‌ی خطی در طرف راست معادله‌ی (۱-۱) با مجموعه‌ی توانی زیر جانشین شود:

$$\vec{P} = \varepsilon_{\circ}\left[\chi^{(۱)}\vec{E} + \chi^{(۲)}\vec{E}\vec{E} + \chi^{(۳)}\vec{E}\vec{E}\vec{E} + \ldots\right] \qquad (۳-۲)$$

در معادله‌ی بالا $\chi^{(۱)}$، $\chi^{(۲)}$ و $\chi^{(۳)}$ پذیرفتاری خطی (مرتبه اوّل) و غیرخطی (مرتبه‌های بالاتر) را نشان می‌دهد. با جانشینی معادله‌ی (۲-۳) در معادلات ماکسول، یک مجموعه معادلات دیفرانسیل غیرخطی به‌دست می‌آید که در آن توان‌های مرتبه‌های بالاتر شدت میدان الکتریکی ظاهر می‌شوند[۱۸].

در همان زمان محققین دریافتند که تخلیه‌ی پرتو قوی لیزری در یک محیط جذبی با معادله‌ی (۲-۲) قابل توصیف نیست. برای مثال، در یک محیط جاذب تک فوتونی، اگر شدت پرتو نور فرودی زیاد باشد، ضریب تضعیف α دیگر ثابت نیست، بلکه متغیری است که می‌تواند به شدت نور فرودی بستگی داشته باشد[۲۰]. هم‌چنین تضعیف پرتوی نور در یک محیط جاذب دو فوتونی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{dI}{dz} = -\alpha I - \beta I^{۲} \qquad (۴-۲)$$

که در آن β ضریب جذب دو فوتونی است. معادله‌ی بالا، نشان‌دهنده‌ی اثرات غیرخطی است[۱۸].

---

[1] Maxwell

۲-۲ اساس قطبش غیرخطی

همان‌طور که بیان شد، تعداد قابل توجهی اثرات اپتیکی غیرخطی، مثل تولید هماهنگ‌های اپتیکی، تقویت نوسان‌های پارامتریک، خودکانونی شدن[1]، آمیختگی فاز اپتیکی و دوپایداری اپتیکی می‌توانند به‌صورت کمی و با استفاده از تئوری قطبش غیرخطی توضیح داده شوند[۱۷و۲۱].

بحث اصلی این فصل، بیان فیزیکی تولید قطبش غیرخطی در یک محیط اپتیکی با اعمال یک میدان اپتیکی قوی و همدوس است. به این منظور به معرفی، تعریف و فرمول‌بندی تانسوری مرتبه‌های مختلف پذیرفتاری غیرخطی محیط و به‌دست آوردن معادلات موج جفت‌شده غیرخطی نیاز است. در برهم‌کنش میدان اپتیکی، اتم‌ها یا مولکول‌های محیط به دو روش پاسخ می‌دهند:

۱) گذار تعداد خاصی اتم یا مولکول از یک ویژه حالت کوانتمی به ویژه حالت دیگر

۲) اختلال در توزیع عادی یا حرکت بار الکتریکی در یک اتم یا مولکول

در برهم‌کنش‌های تشدیدی، پاسخ نوع اوّل به‌خاطر جذب یک یا دو فوتون غالب است و این زمانی اتفاق می‌افتد که فرکانس میدان الکتریکی اعمال شده با فرکانس گذار برابر باشد. در برهم‌کنش‌های غیرتشدیدی یا نزدیک تشدیدی که در آن فرکانس میدان اپتیکی با فرکانس گذار خیلی تفاوت دارد، تعداد اتم‌ها یا مولکول‌هایی که گذار انجام می‌دهند ناچیز است. در این مورد پاسخ نوع دوّم غالب است[۵].

۲-۳ گشتاور دو قطبی الکتریکی به عنوان منبع ایجاد قطبش الکتریکی

به‌منظور بررسی رفتار ماکروسکوپی محیط، نیاز به معرفی کمیت ماکروسکوپی، بردار قطبش الکتریکی $\vec{P}$ است که به‌صورت جمع گشتاورهای دوقطبی مولکولی در واحد حجم محیط داده شده، تعریف می‌شود. پس گشتاور دوقطبی الکتریکی، به‌عنوان منبعی برای انتشار موج الکترومغناطیسی ثانویه است. با فرض این‌که تعداد مولکول‌ها در واحد حجم N و $\vec{P}_i$، گشتاور دوقطبی الکتریکی مولکول iام باشد، قطبش الکتریکی به این صورت تعریف می‌شود:

$$\vec{P}(t) = \sum_{i=1}^{N} \vec{P}_i \qquad (۵-۲)$$

از معادله‌ی بالا، این نتیجه به‌دست می‌آید که قطبش الکتریکی محیط به دو عامل بستگی دارد:

[1] Self Focusing

گشتاور دوقطبی الکتریکی هر مولکول به‌طور مستقل و دیگری متوسط آماری گشتاورهای دوقطبی الکتریکی تعداد زیادی مولکول است[۱۶]. گشتاور دوقطبی الکتریکی به‌صورت تابع دلخواهی از زمان در نظر گرفته می‌شود:

$$\vec{P}(t) = \vec{P}^{(1)}(t) + \vec{P}^{(2)}(t) + \vec{P}^{(3)}(t) + \ldots + \vec{P}^{(n)}(t) + \ldots \qquad (۶-۲)$$

فرض می‌شود که جمله‌ی nام در عبارت بالا، با توان nام میدان $\vec{E}(t)$ متناسب است و به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\vec{P}^{(n)}(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n \cdot R^n\left(t; t_1, t_2, \ldots, t_n\right) \vec{E}(t_1)\vec{E}(t_2)\ldots\vec{E}(t_n) \qquad (۷-۲)$$

که در آن $R^n(t; t_1, t_2, \ldots, t_n)$، تابع پاسخ قطبش مرتبه‌ی nام و تانسور مرتبه‌ی $n+1$ است. اگر پاسخ محیط به زمان خاصی وابسته نباشد، معادله‌ی (۲-۷) به این صورت بیان می‌شود:

(۸-۲)

$$\vec{P}^{(n)}(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n \cdot R^n\left(t_1, t_2, \ldots, t_n\right) \vec{E}(t-t_1)\vec{E}(t-t_2)\ldots\vec{E}(t-t_n)$$

$R^n\left(t_1, t_2, \ldots, t_n\right)$ زمانی صفر می‌شود که بازه‌ی تغییرات t_1 تا t_n منفی شود. بنابراین $\vec{E}$ و $\vec{P}$ هر دو کمیت‌های حقیقی و قابل اندازه‌گیری هستند. در نتیجه R^n نیز باید حقیقی باشد.

براساس تبدیلات فوریه، هر تابعی از زمان می‌تواند برحسب انتگرال فوریه‌ی زیر بیان شود:

$$\vec{E}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(\omega)\, e^{-i\omega t} d\omega \qquad (۹-۲)$$

$$\vec{P}^{(n)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{P}^{(n)}(\omega)\, e^{-i\omega t} d\omega \qquad (۱۰-۲)$$

یک رابطه‌ی کلی بین مؤلفه‌های فوریه‌ی $\vec{P}^{(n)}(\omega)$ و مؤلفه‌های قطبش مرتبه‌ی nام با مؤلفه‌های فوریه‌ی $\vec{E}(\omega)$ و میدان مورد استفاده $\vec{E}(t)$، به‌صورت زیر برقرار است:

(۱۱-۲)

$$\vec{P}^{(n)}(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_n \cdot \chi^{(n)}\left(\omega_1, \ldots, \omega_n\right) \vec{E}(\omega_1)\ldots\vec{E}(\omega_n) \exp[-it\sum_{m=1}^{n}\omega_m]$$

در معادله‌ی بالا، $\chi^{(n)}\left(\omega_1, \ldots, \omega_n\right)$ پذیرفتاری مرتبه‌ی nام و تانسور مرتبه‌ی $n+1$ به‌صورت زیر بیان می‌شود[۱۸]:

$$\chi^n(\omega_1, \ldots, \omega_n) = \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \ldots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n \cdot R^n\left(t_1, \ldots, t_n\right) \cdot \exp[i\sum_{m=1}^{n}\omega_m t_m] \qquad (۱۲-۲)$$

۲-٤ ایجاد قطبش‌های مختلف

بحث اصلی در اپتیک غیرخطی، مطالعه‌ی برهم‌کنش میدان لیزر و محیط است. در بسیاری موارد این میدان اعمالی شامل یک موج الکترومغناطیسی تکفام، همدوس و با خط طیفی باریک است. در موارد زیادی، میدان فرودی لیزر می‌تواند به‌صورت ترکیبی از یک یا چند مؤلفه‌ی فوریه‌ی تکفام باشد. بنابراین قطبش غیرخطی میدان القایی نیز به‌صورت ترکیبی از تعداد محدودی مؤلفه‌ی فوریه بیان می‌شود[۱۶]. در این بخش، نمایش ریاضی مرتبه‌های مختلف قطبش و پذیرفتاری نشان داده شده است.

۲-٤-۱ قطبش خطی

مؤلفه‌ی فوریه‌ی قطبش خطی محیط، به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{P}^{(1)}(\omega) = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E}(\omega) \qquad (۱۳-۲)$$

مفهوم معادله‌ی بالا، این است که در تقریب مرتبه‌ی اوّل، قطبش در یک فرکانس معلوم به‌صورت خطی با مؤلفه‌ی میدان در همان فرکانس متناسب است. به‌عبارتی، موج نور فرودی تکفام با فرکانس ω فقط می‌تواند موج ثانویه‌ای در همان فرکانس القاء کند. در محیط غیرهمسانگرد، $\chi^{(1)}(\omega)$ تانسور مرتبه‌ی دوّم و دارای $۳ \times ۳ = ۹$ مؤلفه است. شکل ماتریسی تانسور مرتبه‌ی دوّم به‌صورت زیر است:

$$\begin{pmatrix} P_x^{(1)}(\omega) \\ P_y^{(1)}(\omega) \\ P_z^{(1)}(\omega) \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \chi_{xx}^{(1)} & \chi_{xy}^{(1)} & \chi_{xz}^{(1)} \\ \chi_{yx}^{(1)} & \chi_{yy}^{(1)} & \chi_{yz}^{(1)} \\ \chi_{zx}^{(1)} & \chi_{zy}^{(1)} & \chi_{zz}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x(\omega) \\ E_y(\omega) \\ E_z(\omega) \end{pmatrix} \qquad (۱۴-۲)$$

در ماتریس بالا، $P_x^{(1)}(\omega)$ و $E_x(\omega)$ و ... مؤلفه‌های $\vec{P}^{(1)}(\omega)$ و $\vec{E}(\omega)$ در دستگاه مختصات دکارتی هستند. معادله‌ی بالا را می‌توان به‌صورت فشرده‌ی زیر نیز بیان کرد:

$$P_i^{(1)}(\omega) = \varepsilon_0 \sum_j \chi_{ij}^{(1)}(\omega) E_j(\omega) \qquad (i, j = x, y, z) \qquad (۱۵-۲)$$

در محیط همسانگرد، تانسور بالا دارای یک عضو غیرصفر و در نتیجه $\chi^{(1)}$ یک ضریب اسکالر است[۱۶].

۲-٤-۲ قطبش غیرخطی مرتبه‌ی دوّم

قطبش غیرخطی مرتبه‌ی دوّم به این صورت نوشته می‌شود:

$$\vec{P}^{(2)}(\omega = \omega_1 + \omega_2) = \varepsilon_0 \chi^{(2)}(\omega_1, \omega_2) \vec{E}(\omega_1) \vec{E}(\omega_2) \qquad (۱۶-۲)$$

مفهوم فیزیکی معادله‌ی بالا این است که در تقریب مرتبه‌ی دوّم، تابش در فرکانس جدید $\omega = \omega_۱ + \omega_۲$ می‌تواند با استفاده از موج فرودی تکفام با فرکانس‌های $\omega_۱$ و $\omega_۲$ تولید شود. پذیرفتاری مرتبه‌ی دوّم، تانسور مرتبه‌ی سوّم با $۳ \times ۹ = ۲۷$ مؤلفه است. شکل ماتریسی معادله‌ی (۲-۱۶) به این صورت است:

$$\begin{pmatrix} P_x^{(۲)}(\omega) \\ P_y^{(۲)}(\omega) \\ P_z^{(۲)}(\omega) \end{pmatrix} = \varepsilon_۰ \begin{pmatrix} \chi_{xxx}^{(۲)} & \chi_{xxy}^{(۲)} & \cdots & \chi_{xzz}^{(۲)} \\ \chi_{yxx}^{(۲)} & \chi_{yxy}^{(۲)} & \cdots & \chi_{yzz}^{(۲)} \\ \chi_{zxx}^{(۲)} & \chi_{zxy}^{(۲)} & \cdots & \chi_{zzz}^{(۲)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x(\omega_۱) E_x(\omega_۲) \\ E_x(\omega_۱) E_y(\omega_۲) \\ E_x(\omega_۱) E_z(\omega_۲) \\ E_y(\omega_۱) E_x(\omega_۲) \\ E_y(\omega_۱) E_y(\omega_۲) \\ E_y(\omega_۱) E_z(\omega_۲) \\ E_z(\omega_۱) E_x(\omega_۲) \\ E_z(\omega_۱) E_y(\omega_۲) \\ E_z(\omega_۱) E_z(\omega_۲) \end{pmatrix} \qquad (۲-۱۷)$$

مؤلفه‌های دکارتی $\vec{P}^{(۲)}(\omega)$ به‌صورت زیر نیز بیان می‌شوند[۱۸]:

$$P_i^{(۲)}(\omega = \omega_۱ + \omega_۲) = \varepsilon_۰ \sum_{j,k} \chi_{ijk}^{(۲)}(\omega_۱, \omega_۲) E_j(\omega_۱) E_k(\omega_۲) \quad (i,j,k = x,y,z) \qquad (۲-۱۸)$$

۲-۵ خواص پذیرفتاری غیرخطی

۲-۵-۱ محدودیّت تقارن فضایی[1] در پذیرفتاری

تانسورهای پذیرفتاری در یک محیط مشخص، تحت عمل‌های تقارنی بدون تغییر باقی می‌مانند. با عمل‌های تقارنی که در یک محیط وجود دارد، تعداد عناصر مستقل و غیرصفر تانسور پذیرفتاری کاهش می‌یابد. به‌عنوان مثال، برای همه‌ی بلورهای با تقارن مرکزی و محیط‌های همسانگرد (گازها، مایعات و جامدات آمورف)، همه‌ی عناصر تانسور پذیرفتاری مرتبه‌ی زوج باید صفر باشند و در این محیط‌ها هیچ‌گونه اثر اپتیکی غیرخطی مرتبه‌ی دوّم مشاهده نمی‌شود. در مقابل تانسورهای پذیرفتاری مرتبه‌ی فرد برای هر نوع محیطی مخالف صفر هستند[۱۸].

[1] Spatial Symmetry Restriction

۲-۵-۲ اندازه‌ی نسبی مرتبه‌های متوالی پذیرفتاری

با فرض این‌که مکانیسم اصلی در مورد قطبش غیرخطی، تغییر شکل ابر الکترونی یک سیستم مولکولی است، نسبت مرتبه‌های متوالی پذیرفتاری به این صورت به‌دست می‌آید:

$$\frac{\left|\chi^{(n)}\right|}{\left|\chi(n-1)\right|} \approx \frac{1}{\left|E_0\right|} \qquad (۱۹-۲)$$

در رابطه‌ی بالا، $\left|E_0\right|$ اندازه‌ی متوسط شدت میدان الکتریکی درون یک اتم و برای اتم هیدروژن تقریباً $10^{11}\ V/m$ است[۱۸].

۲-۵-۳ تقارن‌های جایگشتی[1] در پذیرفتاری

همان‌طور که در معادلات (۲-۱۵) و (۲-۱۸) دیده می‌شود، مرتبه‌های مختلف عناصر پذیرفتاری غیرخطی، تابعی از شاخص‌های دکارتی $(i,j,k,\ldots)$ و فرکانس‌های جفت‌شده‌ی امواج نوری $(\omega_1,\omega_2,\omega_3,\ldots)$ هستند. اثبات می‌شود براساس تقارن جایگشت ذاتی[2]، عناصر پذیرفتاری مرتبه‌ی دوّم و سوّم دارای شرط زیر هستند:

$$\chi^{(2)}_{i,j,k}\left(\omega_1,\omega_2\right) = \chi^{(2)}_{i,k,j}\left(\omega_2,\omega_1\right) \qquad (۲۰-۲)$$

$$\chi^{(3)}_{i,j,k,l}\left(\omega_1,\omega_2,\omega_3\right) = \chi^{(3)}_{i,k,j,l}\left(\omega_2,\omega_1,\omega_3\right) = \chi^{(3)}_{i,l,j,k}\left(\omega_3,\omega_1,\omega_2\right) = \ldots \qquad (۲۱-۲)$$

دو رابطه‌ی بالا نشان می‌دهند که با تغییر هم‌زمان مکان شاخص $(i,j,k,\ldots)$ و آرگومان‌های فرکانسی مربوطه $(\omega_1,\omega_2,\omega_3,\ldots)$، تانسور پذیرفتاری بدون تغییر باقی می‌ماند. این خاصیت، تقارن جایگشت ذاتی برای عناصر تانسور پذیرفتاری غیرخطی است. علاوه بر معادلات (۲-۲۰) و (۲-۲۱)، روابط زیر بین عناصر تانسور پذیرفتاری برقرار است:

$$\chi^{(2)}_{i,j,k}\left(\omega' = -\left(\omega_1+\omega_2\right);\omega_1,\omega_2\right) = \chi^{(2)}_{j,i,k}\left(\omega_1;\omega',\omega_2\right) = \chi^{(2)}_{k,j,i}\left(\omega_2;\omega_1,\omega'\right) \qquad (۲۲-۲)$$

$$\chi^{(3)}_{i,j,k,l}\left(\omega' = -\left(\omega_1+\omega_2+\omega_3\right);\omega_1,\omega_2,\omega_3\right) = \chi^{(2)}_{j,i,k,l}\left(\omega_1;\omega',\omega_2,\omega_3\right) = \ldots \qquad (۲۳-۲)$$

این دو رابطه نشان می‌دهند که با تغییر هم‌زمان همه‌ی شاخص‌های $(i,j,k,\ldots)$ و آرگومان‌های فرکانسی مربوطه $(\omega_1,\omega_2,\omega_3,\ldots)$، عناصر تانسور پذیرفتاری بدون تغییر باقی می‌مانند. این خاصیت، به تقارن جایگشت کامل[3] معروف است[۱۸].

---

[1] Permutation Symmetry
[2] Intrinsic Permutation Symmetry
[3] Overall Permutation Symmetry

٢-٥-٤ تقارن کلایمن[1]

زمانی‌که فرکانس موج از کمترین فرکانس تشدید یک سیستم مادی کوچک‌تر باشد، پذیرفتاری غیرخطی، مستقل از فرکانس خواهد بود. تحت این شرط، قطبش غیرخطی با رابطه‌ی زیر توصیف می‌شود:

$$\vec{P}^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} \vec{E}^2(\omega) \qquad (۲۴-۲)$$

که در آن $\chi^{(2)}$ یک ثابت و مستقل از فرکانس خواهد بود. زمانی‌که تقارن کلایمن برقرار است، کمیت تانسوری جدید $d_{ijk} = 1/2\chi^{(2)}_{ijk}$ معرفی می‌شود. ضریب $1/2$ براساس قرارداد، در این رابطه وارد شده است. قطبش غیرخطی نیز به این صورت بیان می‌شود:

$$p_i(2\omega) = 2\sum_{jk} d_{ijk} E_j(\omega) E_k(\omega) \qquad (۲۵-۲)$$

از طرفی چون با جابه‌جا کردن شاخص‌های j و k در مقدار d_{ijk} هیچ تغییری ایجاد نمی‌شود، به جای این دو شاخص از یک شاخص جدید l استفاده می‌شود. ارتباط بین این دو شاخص به این صورت است:

$$\begin{array}{cccccccc} jk & : & 11 & 22 & 33 & 23,32 & 13,31 & 12,21 \\ l & : & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \qquad (۲۶-۲)$$

و پذیرفتاری غیرخطی به این شکل نشان داده می‌شود[۱۸]:

$$d_{il} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \qquad (۲۷-۲)$$

٢-٥-٥ تقارن زمان معکوس[2] و مزدوج مختلطی[3] پذیرفتاری

نشان داده می‌شود که در حالت کلی مرتبه‌های مختلف پذیرفتاری کمیت‌های مختلطی هستند و دارای دو قسمت حقیقی و موهومی می‌باشند. با استفاده از تعریف پذیرفتاری مرتبه‌ی nام معادله‌ی (۲-۱۲) و این حقیقت که تابع پاسخ قطبش $R^{(n)}$، یک کمیت حقیقی است، از $\chi^{(n)}$ مزدوج مختلط گرفته می‌شود:

$$\left(\chi^{(n)}(\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n)\right)^* = \chi^{(n)}(-\omega_1, -\omega_2, \ldots, -\omega_n) \qquad (۲۸-۲)$$

---

[1] Kleinman Symmetry
[2] Time Reversal Symmetry
[3] Complex Conjugation