

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه شهید بهشتی

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد فیزیک  
(ذرات بنیادی)

عنوان:

محاسبه جرم و ممان مغناطیسی  
باریون های پنتاکوارک در مدل کوارکی

نگارش:

نفیسه پورمند

استاد راهنما:

دکتر محسن سربیشه ای

دکتر کراسوس غفوری تبریزی

۱۳۸۶

۱۳۸۶ / ۱۸ / ۲۸

۶۹۷۹۵

از استادگرامی جناب آقای دکتر سربیشه ای که در تمامی مراحل انجام  
این پایان نامه به عنوان یک پشتوانه قوی علمی مرا یاری رسانده اند  
کمال تشکر و قدردانی را دارم همچنین از جناب آقای دکتر غفوری به  
خاطر پشتیبانی ها و راهنمایی های ارزشمندشان بسیار سپاسگزارم.

## چکیده

در این پایان نامه مدلی برای یک ذره جدید و نامتعارف  $\theta^+$  (پنتاکوارک) فرض کردیم که در آن پنتاکوارک در دو خوشه بصورت دی کوارک- تری کوارک قرار دارد و با اندازه حرکت زاویه ای  $\ell = 1$  از هم جدا شده اند. دو کوارک موجود در دی کوارک با اسپین صفر ترکیب شده اند و در حالت پاد سه گانه طعم و رنگ است و تری کوارک دارای اسپین  $1/2$  و در حالت سه گانه رنگ و پاد شش گانه طعم قرار دارد. با فرض این حالت ها جرم و ممان مغناطیسی پنتاکوارک را محاسبه کردیم که با مقادیر تجربی تطابق خوبی دارد.

کلمات کلیدی: پنتاکوارک- دی کوارک - تری کوارک

## فهرست مطالب

مقدمه..... ۵

### فصل اول

نمایش اپراتوری مزون ها و باریون ها

۱-۱ اپراتور کوارک ها و پاد کوارک ها..... ۸

۲-۱ مزون ها در نمایش اپراتوری..... ۹

۳-۱ باریون ها در نمایش اپراتوری..... ۱۰

### فصل دوم

جرم مزون ها و باریون ها در مدل کوارکی

۱-۲ عدد کوانتومی رنگ..... ۱۶

- ۲-۲ ساختار فوق ریز در کوارک ها..... ۱۷
- ۳-۲ تاثیر اپراتور  $\sigma_i, \sigma_j$  روی تابع موج اسپینی..... ۱۸
- ۴-۲  $D(p, q)$  برای چند گانه ها..... ۲۰
- ۵-۲ تاثیر اپراتور  $F_i, F_j$  روی تابع موج رنگ..... ۲۴
- ۶-۲ جرم موثر کوارک ها و ضرایب های پرفاین..... ۲۶
- ۷-۲ جرم مزون ها و باریون ها با در نظر گرفتن جرم اختلالی ناشی از های پرفاین..... ۲۷

## فصل سوم

### پنتاکوارک

- ۱-۳ کشف پنتاکوارک..... ۳۹
- ۲-۳ پاریته پنتاکوارک..... ۴۲
- ۳-۳ حالت های دی کوارک..... ۴۲
- ۴-۳ حالت های تری کوارک..... ۴۴
- ۱-۴-۳ حالت طعم تری کوارک..... ۴۴
- ۲-۴-۳ حالت اسپینی تری کوارک..... ۴۵

- ۴۵..... حالت رنگ تری کوارک..... $3-4-3$
- ۴۶..... حالت اسپین- رنگ تری کوارک..... $4-4-3$
- ۴۶..... محاسبه تابع رنگ تری کوارک با روش کاهش ضرب مستقیم..... $5-3$
- ۵۰..... تاثیر اپراتور  $H_C$  روی تابع موج رنگ تری کوارک..... $6-3$
- ۵۴..... تاثیر اپراتور  $H_S$  روی تابع موج اسپینی تری کوارک..... $7-3$
- ۵۵..... محاسبه اختلال هایپرفاین تری کوارک..... $8-3$
- ۵۷..... اختلال ناشی از اندازه حرکت زاویه ای بین دو خوشه..... $9-3$

## فصل چهارم

### جرم و ممان مغناطیسی پنتاکوارک

- ۵۹.....  $1-4$  محاسبه جرم پنتاکوارک های پاد ده تایی.....
- ۶۷.....  $2-4$  ممان مغناطیسی سیستم دو قسمتی.....
- ۶۸.....  $3-4$  ممان مغناطیسی ذاتی دی کوارک و تری کوارک.....
- ۷۰.....  $4-4$  ممان مغناطیسی مداری دی کوارک - تری کوارک.....
- ۷۰.....  $5-4$  ممان مغناطیسی کل دی کوارک - تری کوارک.....
- ۷۴..... پیوست A گروه  $SU(3)$  و مولد های آن.....

پیوست B نمایش کاهش ضرب مستقیم در مزون ها و باریون ها..... ۷۸

مراجع..... ۸۰



## مقدمه

طبق مدل کوآرکی مزون ها از یک کوآرک و یک پادکوآرک و باریون ها از سه کوآرک و پاد باریون ها از سه پادکوآرک تشکیل شده اند همچنین با استفاده از نظریه گروه ها و گروه تقارنی  $SU(3)$  مشاهده شد که فقط چند تمایش ممکن  $SU(3)$  در طبیعت به صورت چندتایی هادرونی وجود دارد . اما سوالاتی از این قبیل وجود داشت که اولاً چرا ترکیب های دیگری مثل  $qq$  (دی کوآرکی) یا  $qqqq$  (چهار کوآرکی) یا ترکیباتی با تعداد بیشتری کوآرک وجود ندارد؟ و ثانیاً چرا نمی توان یک کوآرک منفرد را به تنهایی خلق کرد؟

این سولات را می توان با استفاده از کرومودینامیک کوانتومی ( $QCD$ ) توضیح داد، در این مدل به هر کوآرک یک خاصیت بنام رنگ نسبت می دهند و هر هادرون باید از لحاظ رنگی تکتایی باشد به عبارت دیگر، این پیکربندی ها باید تحت گروه  $SU(3)$  رنگ در حالت یگانه باشند.

با توجه به این قید هیچ کوآرک رنگی آزاد وجود ندارد ولی ممنوعیتی نیز برای وجود هادرون هایی با تعداد بیشتر از سه کوآرک (به شرط تکتایی رنگ) وجود ندارد به همین دلیل افراد زیادی روی این موضوع مطالعاتی داشته اند.

بالاخره در سال ۲۰۰۳ گروهی ژاپنی در آزمایشگاه  $Spring 8$  هادرونی با چهار کوآرک و یک پاد کوآرک بنام  $\theta^+$  مشاهده کردند و به دنبال آن گروه های دیگری نیز این هادرون را در آزمایش های خود تولید کردند . جرم این ذره حدود ۵۰٪ بیشتر از جرم پروتون و بار الکتریکی و عدد شگفتی و عدد باریونی آن مثبت گزارش شده است.

پس از کشف این ذره چندین مدل برای توضیح ساختار پنتاکوارک ارائه شد ولی چون یکی از موفق ترین مدل ها در بررسی خواص هادرون ها مدل کوارکی است ما نیز در این پایان نامه خواص پنتاکوارک را در مدل کوارکی بررسی می کنیم . همچنین ترکیبات مختلفی از کوارک ها برای ساختار پنتاکوارک مطرح شده است که پایدارترین حالت یعنی مدل دو خوشه ای دی کوارک - تری کوارک را برگزیدیم و تابع موج طعم ، اسپین و رنگ آن را بررسی می کنیم و نیز جرم پنتاکوارک ها را با درج اختلال های پیرفاین هر خوشه و در نظر گرفتن اندازه حرکت زاویه ای بین دو خوشه بدست می آوریم و همچنین ممان مغناطیسی آن را با توجه به ممان مغناطیسی اسپینی هر خوشه و ممان مغناطیسی مداری دو خوشه تعیین می کنیم .

# فصل اول

## نمایش اپراتوری باریون ها و مزون ها

## ۱-۱ اپراتور کوارک ها و پاد کوارک ها

در مدل کوارکی مزون ها از یک کوارک و یک پادکوارک و باریون ها از سه کوارک ساخته شده اند. برای ساختن توابع موج طعم مزون ها و باریون ها می توان از نمایش برداری استفاده کرد، برای این منظور عملگر  $q_i$  که به نمایش [3] از گروه  $SU(3)$  متعلق است را به صورت زیر می نویسیم:

$$q_i = [q_1 \quad q_2 \quad q_3] = [\bar{u} \quad \bar{d} \quad \bar{s}] \quad (1-1)$$

این عملگر کوارک های  $u$  و  $d$  و  $s$  را خلق می کند:

$$\begin{aligned} \bar{u}|0\rangle &= u \\ \bar{d}|0\rangle &= d \\ \bar{s}|0\rangle &= s \end{aligned} \quad (2-1)$$

و عملگر  $q^i$  به نمایش  $[\bar{3}]$  از گروه  $SU(3)$  متعلق است و عبارتست از:

$$q^i \equiv \begin{bmatrix} q^1 \\ q^2 \\ q^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ d \\ s \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

این عملگر پاد کوارک ها را خلق و یا کوارک ها را نابود می کند.

کوارک ها ذراتی با اسپین ۱/۲ هستند ، برای ساختن ذرات مشاهده شده از کوارک ها باید عدد باریونی ۱/۳ را به کوارک ها و ۱/۳- را به پاد کوارک ها نسبت دهیم:

$$\begin{aligned} q_i |0\rangle &\rightarrow B = 1/3 \\ q^i |0\rangle &\rightarrow B = -1/3 \end{aligned} \quad (۴-۱)$$

### ۲-۱ مزون ها در نمایش اپراتوری

برای ساختن مزون ها می توان ترکیب یک کوارک و یک پاد کوارک را به حالت یک جمله یگانه و یک جمله هشتگانه بصورت زیر نوشت:

$$q^i q_j = \underbrace{(q^i q_j - \frac{1}{3} \delta_j^i q^k q_k)}_{P_j^i \text{ (octet)}} + \underbrace{\frac{1}{3} \delta_j^i q^k q_k}_{\text{singlet}} \quad (۵-۱)$$

$$\bar{3} \otimes 3 = 8 \oplus 1$$

که  $P_j^i$  عملگر خلق برای مزون های شبه اسکالر است

$$P_j^i |0\rangle \equiv |P_j^i\rangle = (q^i q_j - \frac{1}{3} \delta_j^i q^k q_k) |0\rangle \quad (۶-۱)$$

که در آن  $i, j, k = 1, 2, 3$  و جمع روی اندیس تکراری  $k$  است. به این ترتیب حالت های هشتگانه مزون های شبه اسکالر بدست می آید که در جدول ۱-۱ آورده شده است.

جدول ۱-۱ : مزون های شبه اسکالر

حالت و محتوای کوارکی	$ D, Y, I, I_3\rangle$
$ P_1^2\rangle =  \pi^+\rangle =  u\bar{d}\rangle$	$ 8, 0, 1, 1\rangle$
$ \frac{P_1^1 - P_2^2}{\sqrt{2}}\rangle =  \pi^0\rangle =  \frac{u\bar{u} - d\bar{d}}{\sqrt{2}}\rangle$	$ 8, 0, 1, 0\rangle$
$ P_2^1\rangle =  \pi^-\rangle =  d\bar{u}\rangle$	$ 8, 0, 1, -1\rangle$
$ P_1^3\rangle =  K^+\rangle =  u\bar{s}\rangle$	$ 8, 1, 1/2, 1/2\rangle$
$ P_2^3\rangle =  K^0\rangle =  d\bar{s}\rangle$	$ 8, 1, 1/2, -1/2\rangle$

$ P_3^2\rangle =  \bar{K}^0\rangle =  s\bar{d}\rangle$	$ 8, -1, 1/2, 1/2\rangle$
$ P_3^1\rangle =  K^-\rangle =  s\bar{u}\rangle$	$ 8, -1, 1/2, -1/2\rangle$
$ \frac{3}{\sqrt{6}}P_3^3\rangle =  \eta_8\rangle = \frac{ u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}\rangle}{\sqrt{6}}$	$ 8, 0, 0, 0\rangle$

همچنین برای حالت یگانه داریم:

$$|\eta_1\rangle = \frac{|u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}\rangle}{\sqrt{3}} \quad (7-1)$$

### ۳-۱ باریون ها در نمایش اپراتوری

همانطور که می دانیم در باریون ها عدد باریونی ۱ است و از سه کوارک ساخته شده اند که ترکیب دو کوارک از سه کوارک آن را می توان بصورت جملات متقارن و پادمتقارن بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} q_j q_k &= \frac{1}{2}(q_j q_k + q_k q_j) + \frac{1}{2}(q_j q_k - q_k q_j) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} S_{ij} + \frac{1}{\sqrt{2}} A_{ij} \end{aligned} \quad (8-1)$$

که تانسور  $S_{ij}$ ، ۶ مولفه مستقل و  $A_{ij}$ ، ۳ مولفه مستقل دارد.

حال یک بردار  $T^i$  که متعلق به نمایش  $[\bar{3}]$  است را معرفی می کنیم و آن را بر حسب  $A_{lm}$  می نویسیم:

$$T^i = \varepsilon^{ilm} A_{lm} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \varepsilon^{ilm} (q_l q_m - q_m q_l) \quad (9-1)$$

برای ساختن باریون ها داریم:

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = (\bar{3} \oplus 6) \otimes 3 = (\bar{3} \otimes 3) + (6 \otimes 3) \quad (10-1)$$

ابتدا حالت  $\bar{3} \otimes 3 = 8 \oplus 1$  را در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} T^i q_j &= \underbrace{(T^i q_j - \frac{1}{3} \delta_j^i T^k q_k)}_{\bar{B}_j^i \text{ (octet)}} + \underbrace{\frac{1}{3} \delta_j^i T^k q_k}_{\text{Singlet}} \\ \bar{3} \otimes 3 &= \quad 8 \quad \oplus \quad 1 \end{aligned} \quad (11-1)$$

که عملگر خلق برای باریون های هشتایی است و در آن:

$$T^k q_k = \varepsilon^{klm} A_{lm} q_k = \varepsilon^{klm} (q_l q_m - q_m q_l) q_k \quad (۱۲-۱)$$

بنابراین:

$$\bar{B}_j^i |0\rangle = |B_j^i\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} [\varepsilon^{ilm} (q_l q_m - q_m q_l) q_j - \frac{1}{3} \delta_j^i \varepsilon^{klm} (q_l q_m - q_m q_l) q_k] |0\rangle \quad (۱۳-۱)$$

در جدول ۲-۱ حالت های هشتایی این باریون ها آمده است.

جدول ۲-۱

حالت: [8]	محتوای کوارکی	Q	I	$I_3$	Y
$ p\rangle = \bar{B}_1^3  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}  [u, d] u\rangle$	۱	۱/۲	۱/۲	۱
$ n\rangle = \bar{B}_2^3  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}  [u, d] d\rangle$	0	۱/۲	-۱/۲	۱
$ \Sigma^+\rangle = \bar{B}_1^2  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}  [u, s] u\rangle$	۱	۱	۱	0
$ \Sigma^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{B}_1^1 - \bar{B}_2^2)  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}  [d, s] u\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}  [u, s] d\rangle$	0	۱	0	0
$ \Sigma^-\rangle = \bar{B}_2^1  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}  [d, s] d\rangle$	-۱	۱	-۱	0
$ \Lambda^0\rangle = -\frac{3}{\sqrt{6}} \bar{B}_3^3  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{12}} [2[u, d] s - [d, s] u - [s, u] d]$	0	0	0	0
$ \Xi^-\rangle = \bar{B}_3^1  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}  [d, s] s\rangle$	-۱	۱/۲	-۱/۲	-۱
$ \Xi^0\rangle = \bar{B}_3^2  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}  [s, u] s\rangle$	0	۱/۲	۱/۲	-۱

همچنین برای حالت یگانه داریم:

$$\begin{aligned} |\Lambda_1^0\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{6}} \varepsilon^{klm} (q_l q_m - q_m q_l) q_k |0\rangle \\ &= \frac{1}{2\sqrt{6}} \{ [\bar{d}, \bar{s}] \bar{u} + [\bar{s}, \bar{u}] \bar{d} + [\bar{u}, \bar{d}] \bar{s} \} |0\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{6}} | [d, s] u + [s, u] d + [u, d] s \rangle \end{aligned} \quad (14-1)$$

و حالا حالت  $6 \otimes 3 = 10 \oplus 8'$  را در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} S_{ij} q_k &= S_{ij} q_k + S_{jk} q_i + S_{ki} q_j - S_{jk} q_i - S_{ki} q_j \\ &= \tilde{T}_{\{ijk\}} - S_{jk} q_i - S_{ki} q_j \end{aligned} \quad (15-1)$$

که در آن:

$$\tilde{T}_{\{ijk\}} = S_{ij} q_k + S_{jk} q_i + S_{ki} q_j \quad (16-1)$$

و این یک تانسور کاملا متقارن است و ۱۰ مولفه مستقل دارد. اکنون می خواهیم نشان دهیم که:

$$-S_{jk} q_i - S_{ki} q_j + 2S_{ij} q_k = \varepsilon_{kjl} \varepsilon^{lmn} S_{in} q_m + \varepsilon_{kil} \varepsilon^{lmn} S_{jn} q_m \quad (17-1)$$

برای این منظور داریم:

$$\begin{aligned} RHS &= (\delta_k^m \delta_j^n - \delta_k^n \delta_j^m) S_{in} q_m + (\delta_k^m \delta_i^n - \delta_k^n \delta_i^m) S_{jn} q_m \\ &= S_{ij} q_k - S_{ik} q_j + S_{ji} q_k - S_{jk} q_i = -(S_{ji} q_i + S_{ki} q_j) + 2S_{ij} q_k = LHS \end{aligned} \quad (18-1)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} S_{ij} q_k &= \frac{1}{3} \tilde{T}_{\{ijk\}} + \frac{1}{3} [\varepsilon_{kjl} \varepsilon^{lmn} S_{in} q_m + \varepsilon_{kil} \varepsilon^{lmn} S_{jn} q_m] \\ &= \frac{1}{3} \tilde{T}_{\{ijk\}} + \frac{1}{3} [\varepsilon_{kjl} \delta_i^r + \varepsilon_{kil} \delta_j^r] \varepsilon^{lmn} S_{rn} q_m \end{aligned} \quad (19-1)$$

$$6 \otimes 3 = 10 \oplus 8'$$

پس برای نمایش [10] داریم:

$$\bar{T}_{\{ijk\}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \tilde{T}_{\{ijk\}} = \frac{1}{\sqrt{3}} [S_{ij} q_k + S_{jk} q_i + S_{ki} q_j] \quad (20-1)$$

و در نتیجه:



$$|T_{\{ijk\}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \{S_{ij}q_k + S_{jk}q_i + S_{ki}q_j\} |0\rangle \quad (21-1)$$

در جدول ۳-۱ حالت های ده تایی این باریون ها آمده است.

جدول ۳-۱

حالت: [10]	محتوای کوارکی	Q	I	$I_3$	Y
$ \Delta^{++}\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}  T_{111}\rangle$	$ uuu\rangle$	۲	۳/۲	۳/۲	۱
$ \Delta^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}  T_{112}\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}  udu + duu + uud\rangle$	۱	۳/۲	۱/۲	۱
$ \Delta^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}  T_{122}\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}  udd + ddu + dud\rangle$	0	۳/۲	-۱/۲	۱
$ \Delta^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}  T_{222}\rangle$	$ ddd\rangle$	-۱	۳/۲	-۳/۲	۱
$ \Sigma^{*+}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}  T_{113}\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}  uus + usu + suu\rangle$	۱	۱	۱	0
$ \Sigma^{*0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}  T_{123}\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}  uds + dus + dsu + sud + sud + usd\rangle$	0	۱	0	0
$ \Sigma^{*-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}  T_{322}\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}  sdd + dds + dsd\rangle$	-۱	۱	-۱	0
$ \Xi^{*0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}  T_{133}\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}  uss + ssu + sus\rangle$	0	۱/۲	۱/۲	-۱
$ \Xi^{*-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}  T_{233}\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}  dss + ssd + sds\rangle$	-۱	۱/۲	-۱/۲	-۱
$ \Omega^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}  T_{333}\rangle$	$ sss\rangle$	-۱	0	0	-۲

و همچنین برای [8'] :

$$\bar{B}_r'^i = \frac{1}{\sqrt{3}} \varepsilon^{lmn} S_m q_n \quad (22-1)$$

$$\bar{B}_i'^i = 0$$

و در نتیجه:

$$\bar{B}_j'^i |0\rangle = |B_j'^i\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \varepsilon^{ikl} S_{jl} q_k |0\rangle \quad (23-1)$$

در جدول ۴-۱ حالت های [8'] آمده است.

جدول ۴-۱

حالت: [8']	محتوای کواریکی
$\bar{B}_1'^3  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}  [u, d]_+ u - 2uud\rangle$
$\bar{B}_2'^3  0\rangle$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}  [u, d]_+ d - 2ddu\rangle$
$\bar{B}_1'^2  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}  [u, s]_+ u - 2uus\rangle$
$\frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{B}_1'^1 - \bar{B}_2'^2)  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{12}} \left  \begin{array}{l} -2[u, d]_+ s + \\ [u, s]_+ d + [d, s]_+ u \end{array} \right\rangle$
$\bar{B}_2'^1  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}  [d, s]_+ d - 2dds\rangle$
$-\frac{3}{\sqrt{6}} \bar{B}_3'^3  0\rangle$	$-\frac{1}{2}  [s, d]_+ u - [s, u]_+ d\rangle$
$\bar{B}_3'^1  0\rangle$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}  [d, s]_+ s - 2ssd\rangle$
$\bar{B}_3'^2  0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}  [s, u]_+ s - 2ssu\rangle$

# فصل دوم

## جرم مزون ها و باریون ها در مدل کوارکی

### ۱-۲ عدد کوانتومی رنگ

طبق اصل طرد پاولی، دو ذره در یک سیستم خاص نمی توانند دارای اعداد کوانتومی یکسان باشند. در اینصورت وجود حالت هایی مانند  $\Delta^{++} \equiv u \uparrow u \uparrow u \uparrow$  ممنوع است، چون این ذره از سه کوارک  $u$  با اسپین های هم جهت تشکیل شده است که منجر به تقارن اسپینی و طعمی آن می شود و چون در پایین ترین حالت  $S$  قرار دارد از نظر فضایی نیز تقارن دارد، بنابراین تابع موج کلی این ذره متقارن است.

برای رفع این تناقض گرینبرگ<sup>۱</sup> در سال ۱۹۶۴ به هر کوارک یک عدد کوانتومی جدید بنام رنگ نسبت داد که این خاصیت در کوارک هایی با تمام خواص یکسان، می تواند متفاوت باشد. این عدد کوانتومی به سه صورت مختلف وجود دارد و بر طبق قرارداد آنها را قرمز (R) و سبز (G) و آبی (B) می نامیم، از این رو کوارک های  $u$  در  $\Delta^{++}$  در سه رنگ مختلف وجود دارند و باید نسبت به جابجایی رنگ پادمتقارن باشند. البته قید مهم این است که کوارک رنگی آزاد وجود ندارد و هادرون ها تکتایی های رنگی هستند.

دو نمایش اصلی رنگ بصورت سه گانه برای کوارک ها  $(R, G, B)$  و پاد سه گانه  $(\bar{R}, \bar{G}, \bar{B})$  برای پاد کوارک ها است و ترکیب آنها یک حالت هشتایی و یک حالت تکتایی است. حالت های هشتایی را در زیر داریم:

<sup>۱</sup> Greenberg